24-09-09

- pag 59 n° 2.2

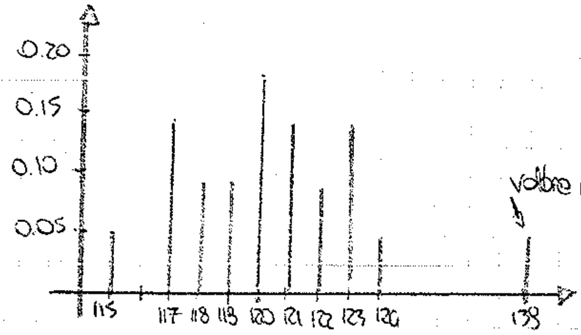
X = prezzo della benzina nel '91 [cent di $]

121, 119, ... 119 $\quad n = 22$

Grafico a bastoncini? (ISTOGRAMMA)

Tabella delle frequenze

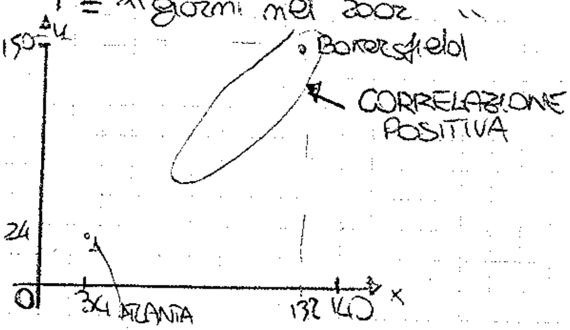
x (prezzo)	freq. assoluta	freq. relativa
115	1	1/22 = 0.05
117	3	3/22 = 0.14
118	2	0.09
119	2	0.09
120	4	0.18
121	3	0.14
122	2	0.09
123	3	0.14
124	1	0.05
139	1	0.05
	/22	



- pag 52 n° 2.5.4

X = # giorni nel 2000 in cui la qualità dell'aria era fuori dalla norma

Y = # giorni nel 2002 " " " "



- pagina 63 n° 2.14

X = età della popolazione messico

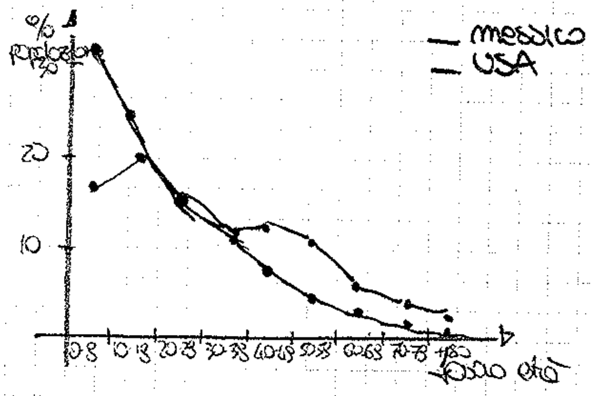
Y = età popolazione USA

a) % popolazione messicana < 30 anni

$32.5 + 24 + 14.5 = 71\%$

b) % popolazione USA < 30 anni

$17.5 + 20 + 14.5 = 52\%$



- pag 75 n° 3.2.4

a) $n = 5 \qquad \underbrace{x_1, x_2, x_3, x_4}_{\bar{x}_{14} = 14}, \underset{24}{\downarrow x_5}$

$$\bar{x} = \frac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5}{5} = \frac{x_1+x_2+x_3+x_4}{4} \cdot \frac{4}{5} + \frac{x_5}{5} = 14 \cdot \frac{4}{5} + \frac{24}{5} = 16$$

b) $\bar{x} = 24 \Rightarrow x_5?$

$$\bar{x} = \frac{4}{5}\bar{x}_{1-4} + \frac{x_5}{5} = 24$$

$$\frac{56 + x_5}{5} = 24 \Rightarrow x_5 = 64$$

- pagina 83 n° 3.3.12

a) mediana campionaria delle temperature massime : m_{max}?

sort(max) =

68 75 85 88 88 90 93 95 95 96

$m_{max} = 88.5°F$

b) mediana campionaria delle minime : m_{min}

sort(min) =

53 55 58 68 68 71 71 73 75 75

$m_{min} = 69.5°F$

- pagina 88 n° 3.2

$\boxed{1° \text{ quartile} \equiv 25° \text{ percentile} \equiv 0.25 \text{ quantile}}$

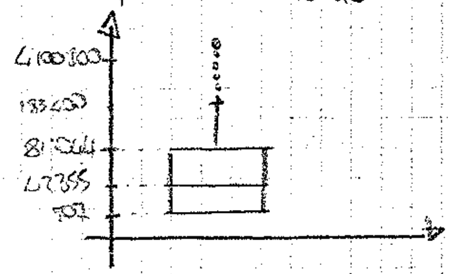
1° quartile : $np = 26 \cdot 0.25 = 6.5$

il più piccolo intero $> 6.5 = 7$ 7° posizione : Grenada 707t

3° quartile : $np = 26 \cdot 0.75 = 19.5$

il più piccolo intero $> 19.5 = 20$ 20° posizione : Messico 81'044

2° quartile : media tra 13° e 16° posizione 42'355t



- Pagina 103 n° 3.6.18

a) int di variazione di A?

$\max(A) - \min(A) = 10 - 0 = 10$

Intervallo di variazione di B?

$\max(B) - \min(B) = 10 - 0 = 10$

b) $\Delta_A = ?$ $\Delta_B = ?$

$$\Delta_A = \sqrt{\frac{188.3 - 168.20}{5}} = 3.15$$

$$\Delta_B = 5.10$$

$$\Delta = \sqrt{\Delta^2} = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{6} x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}} = \cancel{}$$

• pag 140 es. 0.28 — 01-10-09

Primo	pasta, riso, patate
Secondo	pollo, roastbeef
Dolce	gelato, budino, torta di mele

a) $S = \{\underbrace{(\text{pasta}, \text{pollo}, \text{gelato})}_{\text{elemento}} \dots \}$ $|S| = 3 \cdot 2 \cdot 3 = 18$ scelte possibili del pasto

esperimento: scelta delle 3 portate del pasto

b) $\underset{\text{evento}}{A}$ = "scegliere il gelato come dolce"

$|A| = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ possibili scelte del pranzo una volta fissato il dolce

• pag 141 n° 4.3.10

Decade		Probabilità morte
[0,9]	1	0.062
[10,19]	2	
[90,99]	10	0.028

a) P(mortalità tra i 30 e i 60 anni) = $P(\{30,39\} \cup \{40,49\} \cup \{50,59\}) =$

$= 0.033 + 0.063 + 0.124 = 0.22$

b) Probabilità che non raggiunga i 60 anni

$P = 0.131$

c) Probabilità che raggiunga gli 80 anni $p = 0.186$

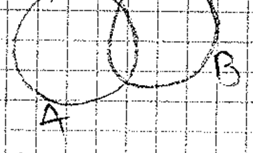
• pag 149 n° 4.3.14

Una saldatura può avere 2 difetti $\left\langle \begin{array}{l} A \text{ con probabilità } 0.064 \\ B \;\;\text{"} \;\;\text{"} \;\; 0.043 \end{array} \right\}$ difetto A e dif B con probabilità 0.025

a) P(una saldatura abbia difetto A o difetto B) =

A = "una saldatura ha difetto A" $P(A) = 0.064$

B = "una saldatura ha difetto B" $P(B) = 0.043$ $P(A \cap B) = 0.025$



$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.082$

b) probabilità di non avere nessun difetto

$P = P((A \cup B)^c) = 0.918 = 1 - 0.082$

• pag 155 n° 4.4.16

5F in fila
4M

a) P(2° figlio sia un maschio) $= \dfrac{\#\text{eventi favorevoli}}{\#\text{eventi possibili}} = \dfrac{4}{9}$

b) P(1° nella fila sia Charles) $= \dfrac{1}{9}$

• pag 163 n° G.5.18

Esperimento: lancio di 2 dadi

a) P(esce almeno un 6) =

A = "esce 6 nel primo dado" ; B = " " " " 2° " — eventi indipendenti

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$$
$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - P(A) \cdot P(B) =$$
$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{36} = \frac{11}{36}$$

b) C somma dei 2 dadi è 9

$$P(\underbrace{\text{esce almeno un 6}}_{A \cup B} \mid \underbrace{\text{somma è 9}}_{C}) =$$
$$P(A \cup B \mid C) = \frac{P((A \cup B) \cap C)}{P(C)} = \frac{2/6 \cdot 6}{4/6 \cdot 6} = 0.5$$

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

c) $P(A \cup B \mid \text{somma è } 10) = \ldots = \frac{2}{3}$

• pag 163 n° G.5.26

2 figli → 4 esiti possibili equiprobabili

A = " il figlio maggiore è F" $P(A) = \frac{1}{2}$
B = " il " minore è M" $P(B) = \frac{1}{2}$

Dimostrare che A e B sono indipendenti

$S = \{(M,M), (M,F), (F,M), (F,F)\}$

A e B sono indipendenti $\iff P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{4}$

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)\cancel{P(B)}}{\cancel{P(B)}} = P(A)$$

• pag 183 n° G.7.12

10 furgoni → 3 hanno i freni guasti

Scelgo a caso 2 furgoni

$$P(\text{"non scegliere nessun furgone coi freni guasti"}) = \frac{\#CF}{\#CP} = \frac{\binom{7}{2}\binom{3}{0}}{\binom{10}{2}} = \frac{\frac{7!}{2!\,5!}}{\frac{10!}{2!\,8!}} = \frac{7}{15}$$

(45)

• pag 183 n° G.7.14

Selezionare 8 numeri tra 1 e 40

lo spazio degli esiti è equiprobabile → le $\binom{40}{8}$ possibili giocate hanno la stessa probabilità

a) $P(\text{"giocatore indovini gli 8 numeri"}) = \frac{1}{\binom{40}{8}} = \frac{8!\,32!}{40!} = 1.3 \cdot 10^{-8}$

b) $P(\text{indovinare esattamente 7 numeri}) = 0.0000033$

c) $P(\text{"indovinare almeno 6 numeri"}) = P(\text{indovinare esattamente 6}) + P(\ldots 7) + P(\ldots 8)$

$$= \frac{\binom{8}{6}\binom{32}{2} + \binom{8}{7}\binom{32}{1} + \binom{8}{8}\binom{32}{0}}{\binom{40}{8}} = 0.00018$$

• Esercizio 5.2.18 pag 202

L'assicurazione paga 100.000 $ caso morte

2 clienti

X = importo totale che verrà pagato quest'anno ai 2 clienti

indipendenti
- A = "il 1° cliente muore quest'anno" $P(A) = 0.05$
- B = "il 2° cliente muore quest'anno" $P(B) = 0.10$

Distribuzione di probabilità di X?

$X = \{0, 100.000, 200.000\}$

↳ v.a. discreta

$P(X=0) = ? = P(\text{"nessuno dei 2 muore"}) = \overbrace{(1-0.05)}^{\text{1° cliente non muore}} \cdot (1-0.10) = 0.95 \cdot 0.90 = 0.855$

$P(X=100.000) = ? = \overbrace{\underbrace{0.05}_{P(A)} \cdot \underbrace{0.90}_{1-P(B)}}^{\text{muore il 1°}} + \underbrace{0.95}_{1-P(A)} \cdot \underbrace{0.10}_{P(B)} = 0.14$

$P(X=200.000) = ? = \underbrace{0.05}_{P(A)} \cdot \underbrace{0.10}_{P(B)} = 0.005$

$$P(X=x) = \begin{cases} 0.855 & \text{se } x = 0 \text{ [\$]} \\ 0.14 & \text{se } x = 100.000 \text{ [\$]} \\ 0.005 & \text{se } x = 200.000 \text{ [\$]} \end{cases}$$

• Es. 5.3.32 pag 213

X = 13ª di un uomo sposato

Y = 13ª di sua moglie

$$X = \begin{cases} 0 \text{ [\$]} & \text{con probabilità } 0.3 \\ 1000 \text{ [\$]} & 0.6 \\ 2000 \text{ [\$]} & 0.1 \end{cases} \qquad Y = \begin{cases} 1000 \text{ [\$]} & \text{con prob. } 0.7 \\ 2000 \text{ [\$]} & 0.3 \end{cases}$$

$S = X + Y$ $\quad E(S)$?

$E(S) = E(X) + E(Y)$ linearità

$E(X) = 0 \cdot 0.3 + 1000 \cdot 0.6 + 2000 \cdot 0.1 = 800$ [$]

$E(Y) = 1000 \cdot 0.7 + 2000 \cdot 0.3 = 1300$ [$]

$E(S) = 800 + 1300 = 2100$ [$]

• Es. 5.4.16 pag 220

X = reddito di Robert $\quad E(X) = 30.000$ [$]

indipendenti $\quad SD(X) = 3000$ [$]

Y = reddito di Sandra $\quad E(Y) = 32.000$ [$]

$SD(Y) = 5000$ [$]

$S = X + Y =$ reddito totale

a) $E(S) = E(X) + E(Y) = 62.000$ [$]

b) $SD(S) = SD(X+Y)$ indipendenza

$Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y) = 3000^2 + 5000^2 = 34.000$

$SD(S) = \sqrt{Var(S)} = \sqrt{34.000} = 5.830,95$ [$]

• Es 5.5.14 pag 228

X = # incidenti stradali x cui l'alcol è un fattore nei prossimi 3 incidenti

a) $P(X=3) = ? = (0.55)\cdot(0.55)\cdot(0.55) = 0.55^3 =$

P("dato un incidente | l'alcol sia un fattore") = 0.55

x indipendenza

$P(X=3) = \binom{3}{3}(0.55)^3(1-0.55)^{3-3} = (0.55)^3 = 0.1664$

$P(X=i) = \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$

$i = 0 \dots n$

b) $P(X=2) = ? =$

$X \sim Bin(\underset{n}{3}, \underset{p}{0.55})$

(probabilità di successo su una prova)

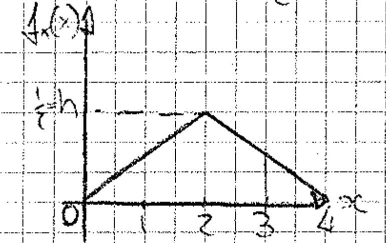
$P(X=2) = \underbrace{\binom{3}{2}}_{3}(0.55)^2(1-0.55) = 0.4084$

c) $P(X \geq 1) = ? = 1 - P(X=0) = 1 - \binom{3}{0}(0.55)^0(0.45)^3 = 1 - (0.45)^3 = 0.9088$

pag 239 n° 5.18 fare a casa

a) 0.1323
b) = 0.5905
c) = 0.3456

• es. 6.2.8 pag 265



X = tempo che Jason ~~dedica~~ allo studio ~~di~~ statistico [h]

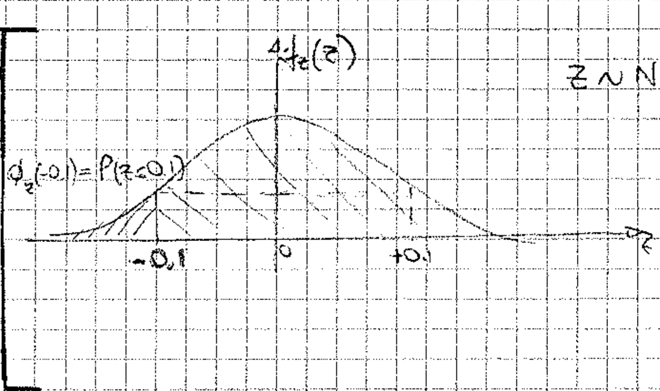
a) $A = 1$ $\qquad \frac{b \cdot h}{2} = 1$

$h = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

b) P("studi almeno tre ore") = $P(X \geq 3) = \frac{bh}{2} = \frac{1 \cdot \frac{1}{4}}{2} = \frac{1}{8}$

c) P("studi tra uno e tre ore") = $1 - 2 \cdot P(X \geq 3) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

$P(1 < X < 3)$



$Z \sim N(0,1)$

2° cifra dopo la virgola

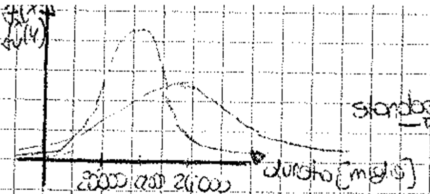
	0.00	0.01	0.02	...	0.08
0.1	~	~			
0.2	~	~			
...					
1.1					
1.2					
...					

• Es. 6.6.12 pag 261

2 modelli di batteria: X = tempo di vita della 1° batteria
Y = " " " " 2° batteria

$X \sim N(\overset{\mu}{24000}, \overset{\sigma^2}{6000^2})$

$Y \sim N(22000, 2000^2)$



$P(X > 20000) = 1 - P(X \le 20000)$ standardizzazione $\to$ $1 - P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \le \frac{20000-24000}{6000}\right) = 1 - P(Z \le -\frac{2}{3}) = 1 - \phi_Z(-0.67) = \cancel{1} - \cancel{1} + \phi_Z(0.67) = 0.7486$

$\phi_Z(-0.67) = 1 - \phi_Z(0.67)$

$P(Y > 20000)$ ↙ standardizzazione $= P\left(Z > \frac{20000-22000}{2000}\right) = P(Z > -1) = P(Z < 1) = \phi_Z(1) = 0.8413$

$0.7486 < 0.8413$

È da preferire la seconda batteria perché $P(Y > 20000) > P(X > 20000)$

- es. 6.7.10 pag 267

X = durata della trasmissione [miglia]

$X \sim N(70000, 10000^2)$

limite degli interventi in garanzia è 20% delle auto vendute

Durata in [miglia] della garanzia?

20° percentile $= x_{0.80}$

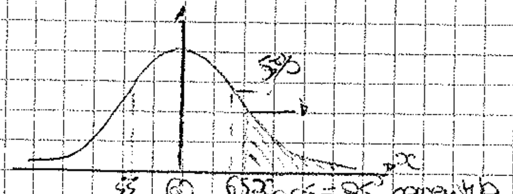
$P(X < x_{0.80}) = 0.20$

$P\left(Z < \frac{x_{0.80} - 70000}{10000}\right) = 0.20$ devo cercare nelle tavole il valore 0.80 (il + vicino)

$\frac{x_{0.80} - 70000}{10000} = -0.84$ $x_{0.80} = 61600$ [miglia]

- es. 6.8 pag 271

X = velocità delle auto $X \sim N(60, 5^2)$



$P(X > x_{0.05}) = 0.05$

$P\left(Z > \frac{x_{0.05} - 60}{5}\right) = 0.05$

$P\left(Z < \frac{x_{0.05} - 60}{5}\right) = 0.95$

$\frac{x_{0.05} - 60}{5} = 1.65$ $x_{0.05} = 68.25$

TEOREMA DEL LIMITE CENTRALE

- pag 279 n° 6

X = durata di una lampadina

$E(X) = 475\ [h]$

$SD(X) = 60\ [h]$

a) $n = 100 \rightarrow \bar{X}$

$E(\bar{X}) = ?$ $SD(\bar{X}) = ?$

X_i = durata dell'i-esima lampadina, $i = 1, \dots, 100$

$E(\bar{X}) = E(X) = \mu = 475\ [h]$

$SD(\bar{X}) = \frac{SD(X)}{\sqrt{n_1}} = \frac{60}{\sqrt{100}} = 6\ [h]$

b) $n_2 = 200$

$E(\bar{X}) = 475\ [h]$

$SD(\bar{X}) = \frac{SD(X)}{\sqrt{n_2}} = \frac{60}{\sqrt{200}} = 4.24\ [h]$

$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

- pag 287 n° 16

X = punteggio classe 25 studenti

$E(X) = 77$ $SD(X) = 15$

a) $P(72 \le \bar{X} \le 82) =$

$\overset{TLC}{\simeq} P\left(\frac{72-77}{\frac{15}{5}} \le Z \le \frac{82-77}{\frac{15}{5}}\right) = P\left(-\frac{5}{3} \le Z \le \frac{5}{3}\right) = 2P\left(0 \le Z \le \frac{5}{3}\right)$

$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$= 2\left[P(Z \le 1.67) - 0,5\right] = 2\overbrace{P(Z \le 1.67)}^{pnorm(1.67)} - 1 = 0.905$

b) 64 studenti $\rightarrow Y$

$E(Y) = 77$ $SD(Y) = \frac{15}{\sqrt{n}} = \frac{15}{8}$

$P(72 \le Y \le 82) = \dots = 0.9924$

c) $P(\bar{X} > \bar{Y}) = P(\bar{X} - \bar{Y} > 0) \overset{TLC}{\simeq} P\left(Z > \frac{\cancel{77-77}^{0}}{SD(X-Y)}\right) = \frac{1}{2}$

d) 76 83

$\mu = 77$

$\bar{X}$ xké nella classe da 25 studenti ho una $SD(\bar{X})$ maggiore di $SD(\bar{Y})$ $\rightarrow$ ho una variabilità maggiore

- pag 296 n° 20

	% fumatori
M	32.6%
F	27.8%

a) campione di 300 maschi.

P(meno di 100 M siano fumatori)?

X = # maschi fumatori nel campione

$P(X < 100)$

$X \sim Bin(300, 0.326)$

$$P(X < 100) = \sum_{x_i} \binom{m}{x_i} P(X = x_i) \rightarrow X \sim N(mp, \sqrt{mp(1-p)})$$

pbinom(99, 300, 0.326)

$$P(X < 100) \approx P\left(Z < \frac{100-87.8}{8.12}\right) = P(Z < 0.27) = 0.6064$$

approssimazione normale della binomiale

b) 300 F e 300 M

$$P(\underbrace{\# \text{fumatori } M}_{X} > \underbrace{\# \text{fumatori } F}_{Y}) = ?$$

$Y \sim Bin(300, 0.278)$

$$P(X > Y) = P(X - Y > 0)$$

$$E(X - Y) = E(X) - E(Y) = 87.8 - 83.4 = 14.4$$

$$SD(X-Y) = \sqrt{Var(X-Y)} = \sqrt{\underbrace{Var(X)}_{\sqrt{mp(1-p)}} + Var(Y)} = \sqrt{8.12^2 + 7.76^2} = 11.23$$

$$P(X - Y > 0) = P\left(Z > -\frac{14.4}{11.23}\right) = 89.97\%$$

• pag 302 n° 12

X_i = variazione dell'azione nell' i-esimo giorno, $i = 1, \dots 100$

$$X_i = \begin{cases} +1 & \text{con prob } 0.52 \\ -1 & 0.48 \end{cases} \qquad i = 1 \dots 100$$

$X_0 = 200$

$$X = 200 + \sum_{i=1}^{100} X_i$$

$$E(X_i) = +1 \cdot 0.52 - 1 \cdot 0.48 = 0.04$$

$$SD(X_i) = \sqrt{Var(X_i)} = \sqrt{\underbrace{E(X_i^2)}_{(1)^2 0.52 + (-1)^2 0.48} - \underbrace{E^2(X_i)}_{0.04}} = \sqrt{1 - 0.04^2} = \sqrt{0.9984} =$$

$$Var(X_i) = 0.9984$$

$$P(X \geq 210) = ? = P\left(200 + \sum_{i=1}^{100} X_i \geq 210\right) = P\left(\underbrace{\sum_{i=1}^{100} X_i}_{\sim N(m\mu, m\sigma^2)} \geq 10\right) \approx P\left(Z \geq \frac{10-4}{\sqrt{99.84}}\right) = P(Z \geq 0.6) =$$

$$= 1 - P(Z < 0.6) = 0.2743$$

CORREGGERE

PAG 273

$\sim N(m\mu, m\sigma^2)$

• pag 308 n° 7

X = peso dei neonati

$\sigma = SD(X) = 10$ (once)

$SD(\bar{X}) = 3$ (once) $\Rightarrow m?$ $\qquad SD(\bar{X}) < 3$

$$SD(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{m}} = \frac{10}{\sqrt{m}} = 3 \qquad m = \frac{100}{9} = 11.1 \qquad m \geq 12$$

• pag 317 n° 12

X = pressione arteriosa sistolica di un minatore

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ $\qquad m = 13$ minatori

$x = (129, 134, \dots, 141)$

a) $\hat{\mu} = ? = \bar{x} = \frac{129 - 134 + \dots + 141}{13} = 132.23$

b) $\hat{\sigma} = ? = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{1320.31}{12}} = 10.49$

c) $P(X > 150) = P\left(Z > \frac{150 - 132.23}{10.49}\right) = P(Z > 1.69) = 1 - P(Z \leq 1.69) = 0.0455$

- pag 328 n°10

X = vita del pneumatico $\rightarrow X \sim N(\mu; 3\,300^2)$

$\bar{X} = 28\,400$ $\quad n = 10$

$SD(X) = 3\,300$ $\quad$ IC al 95% per $\mu = ?$

intervallo confidenza

IC (con σ^2 noto) al $100(1-\alpha)\%$

$\mu \in \left(\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

$\alpha = 0.05 \rightarrow z_{\alpha/2} = \underbrace{z_{0.025}}_{\text{qnorm}(1-0.025)} = 1.96$

$\mu \in \left(28\,400 \pm 1.96 \cdot \frac{3300}{\sqrt{10}}\right)$ $\quad \mu \in (26\,354.64, 30\,445.36)$

- pag 338 n°24

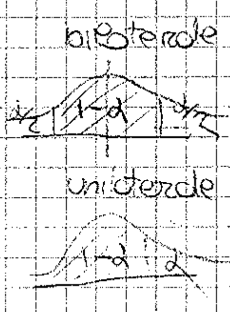
X = concentrazione di CO [ppm]

$n = 7$ $\quad 101.4, 103.3, \dots, 93.6$

"sono fiducioso al 99% che la concentrazione di CO nell'aria sta sotto il valore ... ppm"

IC unilat. con σ^2 NON noto

$\mu \in \left(-\infty, \bar{x} + t_{n-1,\alpha} \frac{s}{\sqrt{n}}\right)$



$\bar{X} = 100.7$

$s = 5.987$

$t_{n-1,\alpha} = \underbrace{t_{6,0.01}}_{qt(0.01,6)} = 3.143$

- pag 345 n°19

$n = 100$ tazze di caffè

8 tazze contengono meno caffè di quanto dichiarato

IC al 90% per la proporzione di tazze che contengono meno caffè

X = # tazze che contengono meno caffè

$p = \frac{X}{n}$ = proporzione di tazze con meno caffè

$\hat{p} = \frac{x}{n} = \frac{8}{100} = 0.08$

IC al $100(1-\alpha)\%$ per p: $\quad p \in \left(\hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right)$

$z_{\alpha/2} = z_{0.05} = 1.645$ $\quad$ IC: $p \in \left(0.08 \pm 1.645\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right)$ $\quad p \in (4.3\%, 13.7\%)$

TEST DI IPOTESI

08-12-09

- pag 368 es. 3.3.11

X = tempo di durata del rosso

$X \sim N(30, 1.4^2)$

campione: $n = 40 \rightarrow \bar{x} = 32.2$ [s]

$H_0: \mu = 30$
$H_1: \mu \neq 30$
$\Rightarrow$ z-test bilaterale

$\mu_0 = 30$ $\alpha = 0.05, 0.01$

$$\gamma = \frac{\sqrt{n}}{\sigma} |\bar{x} - \mu_0| = \frac{\sqrt{40}}{1.4} |32.2 - 30| = 9.94$$

a) $\alpha = 0.05$

$z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96$

$\gamma > z_{\alpha/2} \Rightarrow 9.94 > 1.96 \Rightarrow$ rifiuto H_0

b) $\alpha = 0.01$

$9.94 = \gamma > z_{0.005} = 2.59 \Rightarrow$ rifiuto H_0

p-value $= P(|Z| > 9.94) = 2[1 - \underbrace{P(Z < 9.94)}_{\approx 1}] \approx 0$

Rifiuto H_0 per tutti gli $\alpha >$ p-value

$\Downarrow$

RIFIUTIAMO H_0 : i dati raccolti sono incompatibili con l'ipotesi che la durata del rosso sia 30s

- pag 381 es n° 3.4.2

X = incasso giornaliero del fast food

$\mu_0 = 2000$ [\$]

Campione $n = 8 \rightarrow 2050, 2212, \ldots, 2188 \rightarrow \bar{x} = 2081.75$, $S = 120.19$

a) $H_0: \mu = 2000$ vs $H_1: \mu \neq 2000$

$\Downarrow$

t-test bilaterale

b) $\alpha = 0.05$

$$\gamma = \frac{\sqrt{n}}{S} |\bar{x} - \mu_0| = \frac{\sqrt{8}}{120.19} |2081.75 - 2000| = 1.92$$

$t_{\alpha/2, n-1} = t_{0.025, 7} = 2.36$

$\gamma < t_{\alpha/2, n-1} \Rightarrow$ non rifiuto H_0 (con $\alpha = 0.05$)

p-value $= P(|T_{n-1}| > 1.92) = 2 \cdot P(T_{n-1} > 1.92) = 2[1 - P(T_{n-1} < 1.92)] = 0.096$

H_0 viene rifiutata per tutti gli $\alpha > 0.096$

- pag 391 n° 9.5.2

X = numero di immigrati che occupano una posizione inadeguata alle loro qualifiche

campione: $n = 450$ individui
↓
294 occupano una posizione inadeguata (65,3%)

$H_0: p \geq 0.6$ $\quad H_1: p < 0.6$

$X \sim Bin(450, 0.6) \rightarrow E(X) = np = 270 \;, \; SD(X) = \sqrt{np(1-p)} = 10.39$

p-value: $P(X \leq x) = P(X \leq 294) \approx P\left(Z \leq \frac{294-270}{10.39}\right) = P(Z \leq 2.31) = 0.99$

pbinom(294, 450, 0.6)

Rifiuto H_0 per tutti gli $\alpha > 0.99$ → Non rifiutiamo mai H_0

- pag 394 n° 3.5.14

X = numero di croci

$X \sim Bin(200, 0.5)$ → $E(X) = np = 100$, $SD(X) = 7.07$

$x = 84$ n° di croci ottenute su 200 lanci

$H_0: p = 0.5$ $\quad H_1: p \neq 0.5$

p-value $= 2 \cdot \min(P(X \leq 84), P(X \geq 84)) =$

$= 2 \cdot P(X \leq 84) \approx 2P\left(Z \leq \frac{84-100}{7.07}\right) = 2 \cdot 0.01 = 0.02$

Rifiuto H_0 con $\alpha = 0.05$, ma non rifiuto $\alpha = 0.01$

- pag 410 n° 10.2.6

X = distanza di A dalla Terra

Y = " " B " "

$\bar{x} = 22.4$
$\bar{y} = 21.3$ $\quad | \quad \sigma_X = \sigma_Y = 0.5$

$H_0: \mu_X = \mu_Y$ / $\boxed{\mu_X \leq \mu_Y}$ $\quad H_1: \mu_X > \mu_Y$

La statistica del test è: $\quad T = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}}} = \frac{22.4 - 21.3}{\sqrt{\frac{0.25}{8} + \frac{0.25}{12}}} = 4.82$

p-value $= P(Z > 4.82) \approx 0$

↓

Rifiuto H_0 per ogni α

↓

L'asteroide A è vicino alla terra almeno quanto l'asteroide B

• pag 432 n° 10.5 4

	1	2	...	8
prima	134	–	–	133
dopo	130	–	–	135

X = pressione prima
Y = pressione dopo
$n = 8$

$H_0: \mu_X \leq \mu_Y$ $\qquad H_1: \mu_X > \mu_Y$

$D = X - Y \Rightarrow H_0: \mu_D \leq 0$ vs $H_1: \mu_D > 0 \to \bar{d} = 0.875$, $S_D = 4.25$

$\hookrightarrow d = (4, \dots, -2)$

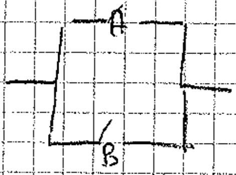
statistica del test $T = \sqrt{n}\,\frac{\bar{d}}{S_D} = 0.5823$

$(\alpha = 0.05)$ $t_{n-1,\alpha} = t_{7,0.05} = 1.89$

$T = 0.5823 < 1.89 = t_{n-1,\alpha} \Rightarrow$ NON rifiuto H_0

I dati non sono sufficienti per provare o smentire l'idea che la corsa porti ad una diminuzione della pressione sanguigna

• TEMA ESAME



$P_A = 0.6$
$P_B = 0.7$ indipendente

1) $p = P$(tentativo di intrusione sia rilevato) $= ?$

A = "scatta il sensore A"
B = " " " B"

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.6 + 0.7 - 0.42 = 0.88$

2) X = n° di intrusioni rilevate

$X \sim Bin(10, 0.88) \Rightarrow P(X \geq 9) = P(X = 9) + P(X = 10) =$
$= \binom{10}{9} 0.88^9 (1 - 0.88) + \binom{10}{10} 0.88^{10} (1 - \dots$
$= 10 \cdot 0.88^9 \cdot 0.12 + 0.88^{10} = 0.66$

3) p <- seq(.7, 1, by = 0.005) (passo)

p 0.700 0.705 ... 1.000

1 - pbinom(8, 10, p) → 61 elementi
1 - pbinom(9, 10, p) → 61 "

$P(X \geq 9) > 0.80$

$\underbrace{1 - P(X \leq 8)}_{\text{1- pbinom(8,10,p)}} > 0.80$ → il 1° elemento del vettore che soddisfa questa cond. è il 45°

il 45° elemento di "p" è 0.920

4)

14 - 12 - 08

① pag 483 n° 2

Settimane 1, 2, ... 10

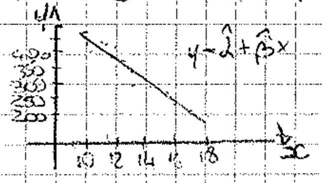
#commessi 9, 11 ... 10

Perdita 420 350 ... 410

a) Predittore? Risposta?

x = #commessi y = perdita

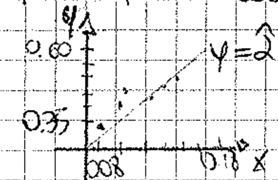
b) Diagramma dispersione



② pag 437 n° 8

x = concentrazione di alcol nel sangue (%) 0.08 0.10 ... 0.18

y = tempo di reazione (in secondi) 0.32 0.38 ... 0.63



$\begin{cases} \hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} \\ \hat{\beta} = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \end{cases}$, $S_{xy} = \sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y} = 0.0195$

$\bar{x} = 0.133$
$\bar{y} = 0.433$

$S_{xx} = \sum x_i^2 - n\bar{x}^2 = 0.07$

$\begin{cases} \hat{\alpha} = 0.088 \\ \hat{\beta} = 2.66 \end{cases}$

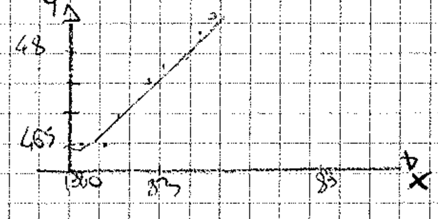
$y = 0.0883 + 2.66x$

- $x = 0.15 \Rightarrow \hat{y}(0.15) = ? = 0.0883 + 2.66 \cdot 0.15 = 0.488$
- $x = 0.17 \Rightarrow y(0.17) = 0.5512$

③ pag 458 n° 12

x = Anno : 1980 '81 '82 '84 ... 89

y = Punteggio medio : 466 466 ... 476



$\Rightarrow \hat{\alpha} = -2232,108$;
$\hat{\beta} = 1.3625$

$y = -2232,108 + 1.3625x$

$y(1983) = 469,73$

- $y(1993) = 483,3542$, ma il valore 1993 è troppo distante dal range
- stimare σ^2?

uno stimatore di σ^2 è $\frac{SS_R}{n-2}$ $(n=9)$ $SS_R = \frac{S_{xx} \cdot S_{yy} - S_{xy}^2}{S_{xx}} = ... = 15.48$

$\sigma^2 = \frac{15.48}{7} = 2.2125$ $\sigma = \sqrt{2.2125} = 1.4874$ Output di R p-value $= \dots = P(T_{m-1} \geq C) = 1 - \underbrace{P(T_{m-1} \leq C)}_{pt(c,\, m-1) \text{ in } \mathbb{R}}$

④ pag 522 n° 8

Anno	1887,	1888 ...	1892	1893
Prezzo medio	47.37,	54.05 ...	57.56	?

IC (..., ...) al 95%

$$\begin{cases} \hat{\alpha} = -2844.74 \\ \hat{\beta} = 1.46 \end{cases} \qquad m = 6$$

$x_0 = 1893 \qquad y_0 = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x_0 = 58,78$ [\$]

Intervallo di predizione al 95% per il prezzo medio nel 1893?

con una confidenza di 100(1-γ)% la risposta $Y(x_0)$ si trova nell'intervallo

$$(\hat{\alpha} + \hat{\beta} x_0) \pm t_{m-2, \frac{\gamma}{2}} W \quad \text{dove} \quad W = \sqrt{\left(1 + \frac{1}{m} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}\right) \frac{SS_R}{m-2}}$$

$\gamma = 0.05$

$t_{m-2, \frac{\gamma}{2}} = t_{4, 0.025} = 2.7765$

$\bar{x} = 1889.5 \qquad S_{xx} = \sum x_i^2 - m\bar{x}^2 = 17.5$

$$W = \sqrt{\left(1 + \frac{1}{6} + \frac{(1893 - 1889.5)^2}{17.5}\right) \cdot \frac{19.55}{4}} = 3.02 \qquad SS_R = \dots = 19.55$$

$58.78 \pm 2.7765 \cdot 3.02 \rightsquigarrow (50.39, 67.17)$

⑤ pag 526 n° 6

x = Personale	5	7	...	8
y = Auto vendute	22	20		25

$m = 6$

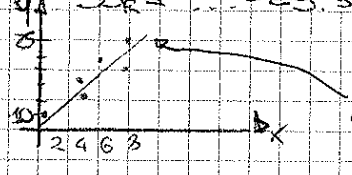
a) $\begin{cases} \hat{\alpha} = \dots = 6.33 \\ \hat{\beta} = \dots = 2.33 \end{cases}$ → la retta di regressione stimata è

$y = 6.33 + 2.33x$

b) $R^2 = ? = 1 - \frac{SS_R}{S_{YY}} = 1 - \frac{29.33}{160} = 0.817$ [R - squared]

$S_{YY} = \sum Y_i^2 - m\bar{Y}^2 = 160$

$SS_R = \dots = 29.33$



$|r| = \sqrt{R^2}$

coefficiente angolare positivo : $r = +\sqrt{R^2}$

coefficiente angolare negativo : $r = -\sqrt{R^2}$

c) L'81.7% della variazione nelle vendite è giustificato dal n° di addetti

d) $H_0 : \beta = 0 \quad vs \quad H_1 : \beta \neq 0$

$(Y =) S_T = \sqrt{\frac{(m-2) S_{xx}}{SS_R}}\, \hat{\beta} = \sqrt{\frac{4 \cdot 24}{29.33}} \cdot 2.33 = 4.22$

Rifiuto H_0 se: $ST = 4.22 \geq t_{4, 0.025} = 2.776$

$\Downarrow$

rifiuto H_0

Il predittore "# addetti alle vendite" risulta essere significativo nella previsione del n° di auto vendute