FUNZIONI

X, Y insiemi con $x \in X$

$f: X \to Y$ $\quad f(x) \in Y$

$x \mapsto f(x)$

X = DOMINIO

FUNZIONE: $\forall x \in X \ \exists! \, y \in Y : f(x) = y$

- insieme $X \to$ DOMINIO
- insieme $Y \to$ CODOMINIO
- corrispondenza tra X e Y

IMMAGINE: $A \subseteq X$

$\mathrm{Im}(A) = \{ f(x) : x \in A \} \subseteq Y$
$f(A)$

$f(X) = \{ f(x) : x \in X \} = \mathrm{Im}(f)$

f SURIETTIVA: $\mathrm{Im}(f) = Y$

f INIETTIVA o INVERTIBILE $\overset{\text{def}}{\iff} x_1, x_2 \in X \quad x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

f BIETTIVA (BIUNIVOCA): sia suriettiva che iniettiva
corrispondenza uno a uno da tutto X a tutto Y

GRAFICO: $G(f) = \{ (x, f(x)) \in X \times Y \}$

DOMINIO = massimo sottoinsieme di X che può essere considerato come dominio

FUNZIONE INVERSA: $f^{-1}: \mathrm{Im}(f) \to X$

$y \mapsto x = f^{-1}(y)$

la funzione deve essere INIETTIVA

CONTROIMMAGINE DI UN INSIEME: $f^{-1}(B) = \{ x \in X : f(x) \in B \}$
con $B \subseteq Y$

- $f(x) = x^2 \quad \cancel{f^{-1}(x)} \quad f^{-1}(\{1\}) = \{-1, 1\}$
- $f(x) = \frac{1}{x} \quad f^{-1}(\{0\}) = \emptyset$

$f^{-1}((1,2)) = (\frac{1}{2}, 1)$

$f^{-1}((-\infty, 0)) = (-\infty, 0)$

$A \subseteq \mathbb{R}$
$\downarrow$
$A = Im(f)$

A superiormente limitato
$\exists$ almeno un b maggiorante

b maggiorante di A $\overset{def}{\Longleftrightarrow}$ $\forall x \in A \quad x \leq b$

M massimo di A $\overset{def}{\Longleftrightarrow}$ $\forall x \in A \quad x \leq M \quad M \in A$

estremo superiore: $\sup A \overset{def}{=}$ minimo dei maggioranti

se $A \subseteq \mathbb{R}$ A illimitato $\sup A \overset{def}{=} +\infty$

estremo inferiore: $\inf A \overset{def}{=}$ massimo dei minoranti

m minimo di A $\overset{def}{\Longleftrightarrow}$ $\forall x \in A \quad x \geq m \quad m \in A$

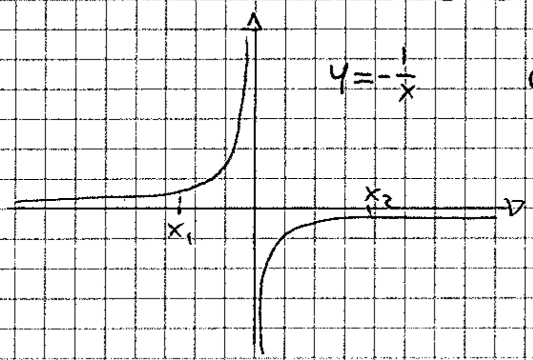
c minorante di A $\overset{def}{\Longleftrightarrow}$ $\forall x \in A \quad x \geq c$

$(1, 2)$ $\rightarrow$ maggioranti: $[2, +\infty)$
$\sup A = 2$

f **CRESCENTE** $\overset{def}{\Longleftrightarrow}$ $\forall x_1 < x_2 \quad x_1, x_2 \in dom(f)$
$$\Downarrow$$
$$f(x_1) \leq f(x_2)$$

f **DECRESCENTE** $\overset{def}{\Longleftrightarrow}$ $\forall x_1 < x_2 \quad x_1, x_2 \in dom(f)$
$$\Downarrow$$
$$f(x_1) \geq f(x_2)$$

$\rightarrow$ STRETTAMENTE: non è in piano; o cresce o decresce, non rimane uguale a se stesso



$y = -\frac{1}{x}$ non è crescente $\rightarrow$ è crescente solo sui negativi o sui positivi

f **MONOTONA** = f COMPLETAMENTE CRESCENTE | DECRESCENTE

f **STRETTAMENTE MONOTONA** $\Longrightarrow$ f INIETTIVA (INVERTIBILE)

$\boxed{DIM}$: $f(x)$ strettamente monotona crescente
$\hookrightarrow \forall x_1 < x_2 \quad x_1, x_2 \in dom(f) \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$
se $x_1 \neq x_2 \Rightarrow$ supponiamo $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$
$\Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2) \Rightarrow$ f INIETTIVA

f **PARI**: simmetrica rispetto all'asse y

$$f(-x) = f(x) \quad \forall x \in dom(f)$$

f **DISPARI**: simmetrica rispetto all'origine

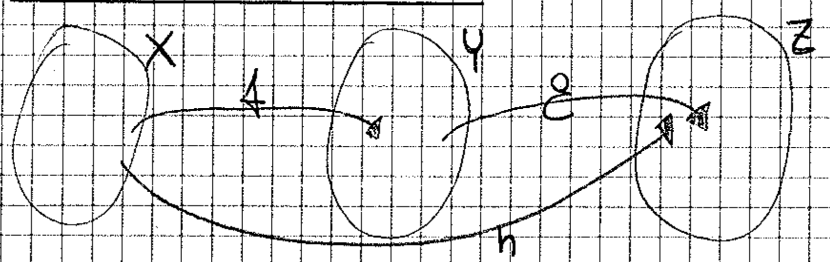
$$f(-x) = -f(x) \quad \forall x \in dom(f)$$

f **PERIODICA**: T = periodo

$$f(x+T) = f(x) \quad \forall x \in dom(f)$$

$$\forall x \in dom(f) \Rightarrow x+T \in dom(f)$$

FUNZIONI COMPOSTE



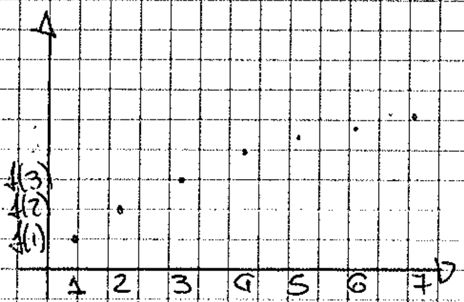
$f: X \to Y$ $\qquad$ $g: Y \to Z$

$h: dom(h) \subseteq X \to Z$ $\qquad$ $h = g(f(x)) = g \circ f$

$x \mapsto g(f(x))$

$dom(h) = f^{-1}[dom(g)]$

SUCCESSIONI



$f: X \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$X = \mathbb{N}$

$a_n = f(n)$

$\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} = \{a_1, a_2, a_3 \ldots\}$