Esercizio 1:

Siano:

$f_1(x)=\exp(x)*|(1/x)+6|$

$f_2(x)=\exp(x)*|(1/x)+2|$

$f_3(x)=\exp(-x)*|6-(1/x)|$

$f_4(x)=\exp(-x)*|2-(1/x)|$

- determinare dominio, limiti per x tendente agli estremi del dominio ed eventuali asintoti di ciascuna $f(x)$;
- determinare e classificare eventuali punti di discontinuità e di non derivabilità di ciascuna $f(x)$;
- individuare gli intervalli di monotonia e gli estremi relativi e assoluti di ciascuna $f(x)$;
- tracciare un grafico qualitativo di ciascuna $f(x)$ basandosi sulle informazioni ricavate ai punti precedenti;
- determinare per ogni $f(x)$ tutti i valori di k reale per cui l'equazione $f(x)=k$ ha una e una sola soluzione.

Esercizio 2:

È data la seguente funzione $f(x)$

se $x<=0$ $f(x)=a*\sin(\pi x)$

se $x>0$ $f(x)=x^2/\{[\log(1+x)]+b*(x+1)\}$

determinare tutti i valori di a e di b reali per cui f è continua nel suo dominio;
determinare tutti i valori di a e di b reali per cui f è derivabile nel suo dominio.

Esercizio 3:

È data la seguente funzione $f(x)$

se $-1<x<0$ $f(x)=x^2/\{[\log(1+x)]+a*(x+1)\}$

se $x>=0$ $f(x)=b*[\exp(3x)-1]$

determinare tutti i valori di a e di b reali per cui f è continua nel suo dominio;
determinare tutti i valori di a e di b reali per cui f è derivabile nel suo dominio.

Esercizio 4:

È data la seguente funzione $f(x)$

se $-1<x<0$ $\quad f(x)=[\log^2(x+1)/x]+a*(x+1)$

se $x>=0$ $\quad f(x)=b*\sin(\pi x)$

determinare tutti i valori di a e di b reali per cui f è continua nel suo dominio;
determinare tutti i valori di a e di b reali per cui f è derivabile nel suo dominio.

Esercizio 5:

È data la seguente funzione $f(x)$

se $x<=0$ $\quad f(x)= a*(\exp(2x)-1)$

se $x>0$ $\quad f(x)= [\log^2(1+x)/x]+b*(x+1)$

determinare tutti i valori di a e di b reali per cui f è continua nel suo dominio;
determinare tutti i valori di a e di b reali per cui f è derivabile nel suo dominio.

Esercizio 6:

Calcolare l'area dei seguenti insiemi piani

A={ (x,y) reali : $0<=x<=1$, $0<=y<=x*(1-x)^{1/2}$ };
B={ (x,y) reali : $0<=x<=2$, $0<=y<=x*(2-x)^{1/2}$ };
C={ (x,y) reali : $0<=x<=3$, $0<=y<=x*(3-x)^{1/2}$ };
D={ (x,y) reali : $0<=x<=4$, $0<=y<=x*(4-x)^{1/2}$ }.

Esercizio 7:

Date le seguenti equazioni di varabile complessa z

1. $|z'-(4/z)|*(z^3-27i)=0$
2. $|z'-(9/z)|*(z^3-8i)=0$
3. $|z'-(1/z)|*(z^3+27i)=0$
4. $|z'-(16/z)|*(z^3+8i)=0$

determinare tutte le soluzioni di ciascuna equazione e rappresentarle graficamente nel piano complesso.

<u>NOTA</u>: con il simbolo z' si intende il coniugato di z.

Esercizio 8:

Si considerino le seguenti funzioni:

$f_1(x)=\ln^2\{2-[\sin(x)]^{1/2}\}-4$

$f_2(x)=\ln^2\{2-[\cos(x)]^{1/2}\}-4$

$f_3(x)=\ln^2\{2-[\sin(x)]^{1/2}\}+1$

$f_4(x)=\ln^2\{2-[\cos(x)]^{1/2}\}+1$

- determinarne il dominio, le eventuali simmetrie e/o periodicità;
- determinarne gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di massimo e minimo relativo e assoluto;
- disegnarne un grafico qualitativo;
- determinare, per ciascuna f, i valori di k reale per cui l'equazione $f(x)=k$ ammette soluzioni reali.

Esercizio 9:

Determinare l'ordine di infinitesimo e la parte principale rispetto a $g(x)=x$ per $x\to 0$ delle seguenti funzioni:

1. $f(x)=\exp[\cos(ax)]-e+[\sin^2(x)]*\ln(1+x)$

2. $f(x)=\ln(e+ax)-1+[\cos(x)-1]*[1+\sin(x)]^{1/2}$

3. $f(x)=\exp[-\cos(ax)]-e^{-1}+[\sinh^2(x)]*\ln(1-x)$

4. $f(x)=\ln(e-ax)-1+[\sin(x^2)]*[\cos(x)]^{1/2}$

al variare del parametro a reale.

Esercizio 10:

Calcolare gli integrali definiti delle seguenti funzioni:

- $2/(x^2+6x+10)$ tra -3 e 1;
- $3/(x^2+4x+5)$ tra -2 e 4;
- $2/(x^2+5x+7)$ tra $-5/2$ e 1;
- $3/(x^2+3x+3)$ tra $-3/2$ e 1.

Esercizio 11:

Calcolare gli integrali impropri delle seguenti funzioni:

- $2/(x^2+6x+10)$ tra -3 e $+\infty$;
- $3/(x^2+4x+5)$ tra -2 e $+\infty$;
- $2/(x^2+5x+7)$ tra $-5/2$ e $+\infty$;
- $3/(x^2+3x+3)$ tra $-3/2$ e $+\infty$.

Esercizio 12:

Calcolare modulo e argomento dei seguenti numeri complessi:

- $[(1+i)'/z]^5$ sapendo che $|z|=2$ e $\arg(z)=\pi/8$;
- $[z'/(1+i)]^7$ sapendo che $|z|=3$ e $\arg(z)=\pi/20$;
- $[(1-i)'/z]^5$ sapendo che $|z|=7$ e $\arg(z)=\pi/10$;
- $[z'/(1+i)]^7$ sapendo che $|z|=3$ e $\arg(z)=\pi/5$.

<u>NOTA</u>: con il simbolo ' si intende il coniugato del numero complesso.

Esercizio 13:

Si considerino le seguenti funzioni:

1. $f(x)=\log[1+\sin(2x)]$
2. $f(x)=\log[1-\sinh(2x)]$
3. $f(x)=\log[1+\sin(3x)]$
4. $f(x)=\log[1-\sinh(3x)]$

definite in un intorno dell'origine.
Per ciascuna di esse si scriva la formula di McLaurin di ordine 3 con il resto di Peano.

Esercizio 14:

Determinare tutti i valori del parametro c reale per cui:

1. $g(x)=\log[1+\sin(2x)]-cx^2-2x$ ha in $x_0=0$ un punto di minimo;
2. $g(x)=\log[1-\sinh(2x)]+cx^2+2x$ ha in $x_0=0$ un punto di massimo;
3. $g(x)=\log[1+\sin(3x)]+cx^2-3x$ ha in $x_0=0$ un punto di minimo;
4. $g(x)=\log[1-\sinh(3x)]+cx^2+3x$ ha in $x_0=0$ un punto di massimo.

Esercizio 15:

Delle seguenti equazioni determinare l'insieme di tutte le soluzioni.

1. $y'=(y+2)^2*\cos^3(x)$
2. $y'=(y-2)^2*\sin^3(x)$
3. $y'=(y+3)^2*\cos^3(x)$
4. $y'=(y-3)^2*\sin^3(x)$

Risolvere successivamente i seguenti problemi di Cauchy:

1. $y'=(y+2)^2*\cos^3(x)$; $y(\pi/2)=0$
2. $y'=(y-2)^2*\sin^3(x)$; $y(0)=0$
3. $y'=(y+3)^2*\cos^3(x)$; $y(\pi/2)=0$
4. $y'=(y-3)^2*\sin^3(x)$; $y(0)=0$