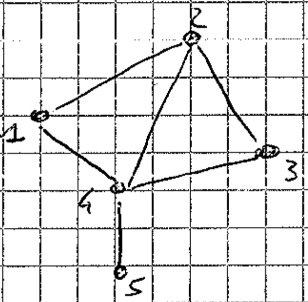
RAPPRESENTAZIONE DELLA RETE

Il sistema elettrico è una rete (linee + trafo) che connette generatori e carichi.

Secondo i matematici la rete è formata da grafi costituiti da nodi e lati.

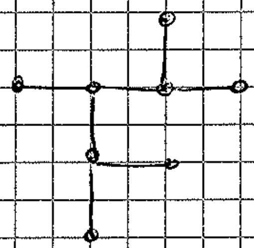


5 nodi

6 lati

Dati n nodi il numero minimo di lati (l_{min}) per collegarli è $n-1$

Un grafo che ha $l=n-1$ è detto albero ed è caratterizzato dall'assenza di maglie.



$n=8$

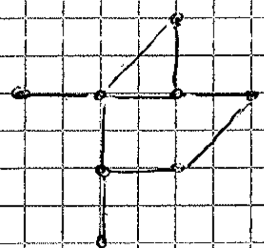
$l=7$

L'albero ha un unico percorso tra una coppia di nodi.

Partendo da un generico grafo $l-(n-1)=l-n+1$ è il numero delle maglie indipendenti.

$n=8$

$l=9$



Se si hanno maglie il percorso tra una coppia di punti non è più unico.

Per i grafi che rappresentano reti elettriche:

- lati sono chiamati rami (branch) e rappresentano linee e trasformatori
- nodi (bus: busbar cioè sbarra) e rappresentano stazioni/cabine

I generatori e i carichi sono collegati ai nodi. (13)

Una rete elettrica rappresentata con un grafo ad albero viene chiamata radiale.

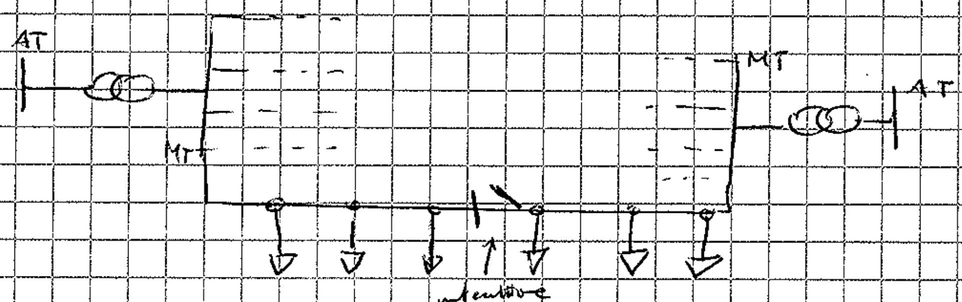
Se la rete è rappresentata con un grafo a maglie viene chiamata rete magliata.

Le reti AT sono magliate

Le reti BT sono radiali

La rete MT può essere a esercizio radiale e struttura magliata.

Cioè a livello strutturale abbiamo delle maglie, ma non tutti i rami sono utilizzati e quindi l'esercizio è radiale



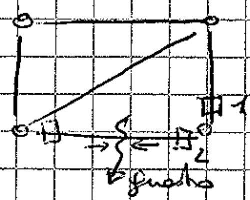
La magliatura è dovuta alla rete AT. L'esercizio avviene aprendo in un punto opportuno la linea.

La rete magliata garantisce ridondanza.

Nella rete radiale l'esclusione di un lato compromette l'esercizio del sistema.

Le reti radiali sono fatte per risparmiare (si risparmia sui lati che non ci sono e sulle protezioni).

Una rete magliata deve essere in grado di rilevare la posizione dei guasti

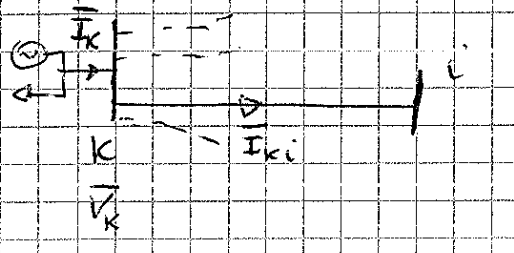


Gli interruttori 1 e 2 sono percorsi dalla stessa corrente di guasto, ma 1 deve restare chiuso e 2 deve ~~rimanere~~ aprire

Nelle distribuzioni BT i guasti sono rari (si ha bassa potenza, linee in cavo, di solito i guasti sono situati nei nodi).

Modello della rete

Legame tra le correnti iniettate nei nodi e le tensioni nei nodi



$\overline{I}_K$ corrente iniettata nel nodo K

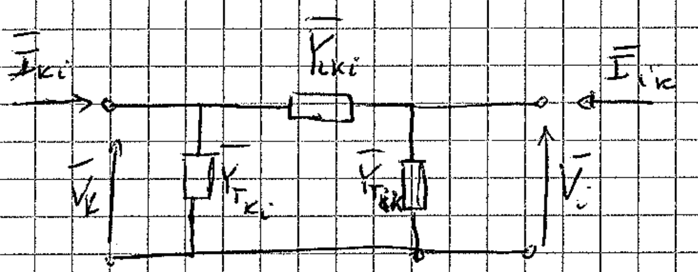
$\overline{I}_{Ki}$ corrente che percorre la linea da K a i

$$\overline{I}_K = \sum_{i=1}^{n} I_{Ki}$$

$I_{Ki} = 0$ se K e i non sono collegati

Ramo Ki può essere costituito da linea o da trafo

le sono può essere rappresentato mediante circuito equivalente e π



$Y_{TKi} = Y_{TiK}$ se connessione è linea o trafo e $t = 1$

$Y_{tKi} \neq Y_{tiK}$ se trafo con $t \neq 1$

$Y_{LKi} = Y_{TKi} = Y_{TiK} = 0$ se K e i non sono collegati

Se considero una generica rete con n nodi introduco i vettori

$\underline{i} = \left[\overline{I}_1, \overline{I}_2, \dots, \overline{I}_N\right]^T$ correnti nodali

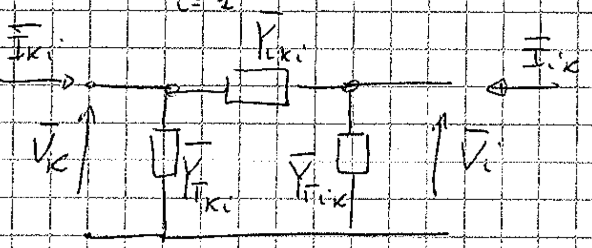
$\underline{v} = \left[\overline{V}_1, \overline{V}_2, \dots, \overline{V}_N\right]^T$ tensioni nodali

$\underline{i} = Y_B \, \underline{v}$ $\quad Y_B$ è matrice complessa e si chiama matrice delle ammettenze nodali $(n \times n)$

(B sta per bus) viene detta Y-BUS

La matrice Y_B è fatta in questo modo:

$$I_k = \sum_{i=1}^{N} y_{ki} V_i \qquad \text{prodotto della riga } i\text{-esima di } Y_B \text{ per il vettore } \bar{V}$$



$$\bar I_{ki} = \bar Y_{Tki} \bar V_k + \bar Y_{Lki} (\bar V_k - \bar V_i)$$
$$= \bar V_k (\bar Y_{Tki} + \bar Y_{Lki}) - \bar Y_{Lki} \bar V_i$$

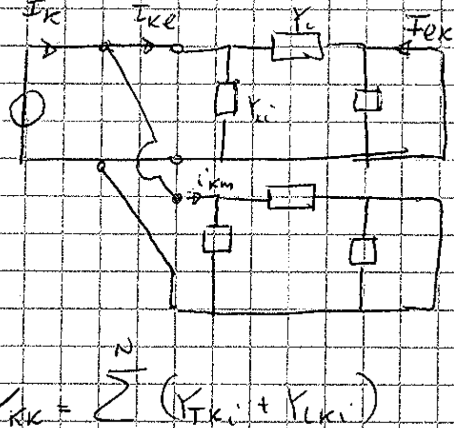
(*)
$$\begin{cases} \bar I_k = \sum\limits_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{N} (\bar Y_{Tki} + \bar Y_{Lki}) \bar V_k - \sum\limits_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{N} (\bar Y_{Lki} \bar V_i) \\[2ex] \bar I_k = \sum\limits_{i=1}^{N} (\bar Y_{ki} \bar V_i) = \end{cases}$$

$$I_{kk} = Y_{kk} V_k + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{N} (\bar Y_{ki} \bar V_i)$$

confrontando con (*) si ottiene che

$$\begin{cases} \bar Y_{kk} = \sum\limits_{i=1}^{N} (\bar Y_{Tki} + \bar Y_{Lki}) \qquad Y_{Tkk} = Y_{Lkk} = 0 \\[2ex] \bar Y_{ki} = -\bar Y_{Lki} \end{cases}$$

$$Y_{kk} = \left(\frac{I_k}{V_k}\right)\Bigg|_{V_i = 0} \ \forall i \neq k \qquad \bar Y_{ik} = \left(\frac{I_i}{V_k}\right)_{V_i = 0} \ \forall i \neq k$$



$\frac{I_k}{V_k}$ è l'ammettenza totale che vedo

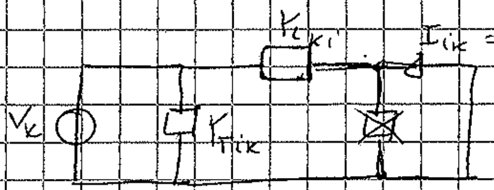
~~$Y_{kl} = \frac{I_{lk}}{V_k}$~~ $=$

$$Y_{kk} = \sum_{i=1}^{N} (Y_{Tki} + Y_{Lki})$$

non circola i

Ne segue che l'unica corrente

che circola in i va al nodo K



$$Y_{ki} = \frac{I_i}{V_k} = \frac{I_{ik}}{V_k} = -Y_{L_{ki}}$$

Proprietà di Y_B: - simmetrica $Y_B = Y_B^T$ ne segue che

$Y_{ki} = Y_{ik} = -Y_{L_{ki}}$

la simmetria è dovuta a reciprocità!!

- è matrice sparsa cioè ha pochi elementi $\neq 0$

Consideriamo una rete costituita da n nodi e ℓ rami

Gli n elementi diagonali $Y_{kk} \neq 0$

Gli elementi non in diagonale $\neq 0$ sono pari a 2ℓ.

$(Y_{ki} = Y_{ik} = -Y_{L_{ki}})$

$\frac{n+2\ell}{n^2}$ è il grado di sparsità della matrice

In una rete radiale $\ell = n-1$

$$\frac{n+2n-2}{n^2} = \frac{3n-\cancel{2}}{n^2} \simeq \frac{3}{n}$$

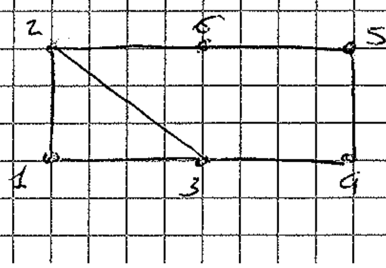
se $n = 1000$ $\quad \frac{3}{1000} = 0,3\%$

In una rete magliata $\ell \approx 1,5\, n$

se $\frac{n+2\ell}{n^2} = \frac{4n}{n^2} = \frac{4}{n}$

Se $n = 1000$ $\quad \frac{4}{n} = \frac{4}{1000} = 0,4\%$

Cosa vuol dire $\ell \sim 1,5\, n$? In media ciascun nodo è collegato con altri 3 nodi



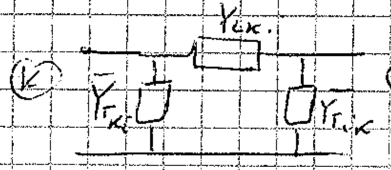
$n = 6$

$\ell = 7$

	1	2	3	4	5	6
1	x	x	x	0	0	0
2	x	x	x	0	0	x
3	x	x	x	x	0	0
4	0	0	x	x	x	0
5	0	0	0	x	x	x
6	0	x	0	0	x	x

matrice Y_B

Ogni collegamento è rappresentato con il circuito equivalente a π



$$\overline{Y}_{KK} = \sum_{i=1}^{N} \left(\overline{Y}_{Lki} + \overline{Y}_{Tki} \right)$$

$$\overline{Y}_{11} = \overline{Y}_{T12} + \overline{Y}_{T13} + \overline{Y}_{L12} + \overline{Y}_{L13}$$

$$\overline{Y}_{33} = \overline{Y}_{T32} + \overline{Y}_{T31} + \overline{Y}_{T34} + \overline{Y}_{L13} + \overline{Y}_{L23} + \overline{Y}_{L34}$$

$$\underset{i \neq k}{\overline{Y}_{ki}} = - \underset{i \neq k}{\overline{Y}_{Lki}} \qquad \overline{Y}_{26} = \overline{Y}_{62} = - \overline{Y}_{L26}$$

$$\overline{Y}_{45} = \overline{Y}_{54} = - \overline{Y}_{L45}$$

Algoritmo di costruzione di Y_B

Per ogni ramo dobbiamo sapere: - nodi estremi

- parametri del circuito equivalente a π

Si parte con $Y_B = 0$ $(n \times n)$

In successione aggiungiamo i collegamenti k-i che influenzano i parametri $\overline{Y}_{kk}$ $\overline{Y}_{ki}$ $\overline{Y}_{ik}$ $\overline{Y}_{ii}$

$$\overline{Y}_{kk} \leftarrow \overline{Y}_{kk} + \overline{Y}_{Tki} + \overline{Y}_{Lki}$$

$$\overline{Y}_{ii} \leftarrow \overline{Y}_{ii} + \overline{Y}_{Tik} + \overline{Y}_{Lki}$$

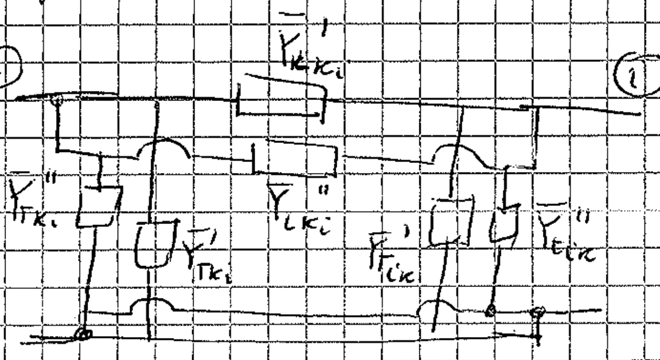
$$\overline{Y}_{ki} = \overline{Y}_{ik} \leftarrow \overline{Y}_{ki} - \overline{Y}_{Lki}$$

Questo è un algoritmo di costruzione efficiente

Estensione

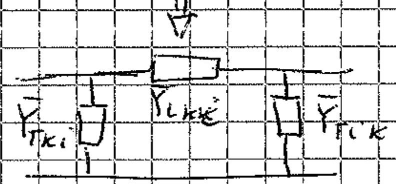
1) rami in parallelo

ciascuno dei due rami è rappresentato da un circuito equivalente a π



è evidente che le ammettenze sono in // tra loro

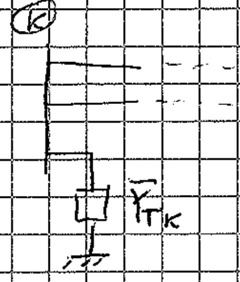
$\Downarrow$



$$\overline{Y}_{LKi} = \overline{Y}'_{LKi} + \overline{Y}''_{LKi}$$
$$\overline{Y}_{TKi} = \overline{Y}'_{TKi} + \overline{Y}''_{TKi}$$
$$\overline{Y}_{Tik} = \overline{Y}'_{Tik} + \overline{Y}''_{Tik}$$

L'algoritmo di costruzione della Y_B vista in precedenza funziona bene ugualmente.

2) Presenza di ammettenze nodali



$\overline{Y}_{TK}$ può rappresentare un carico a $\overline{Z}$ costante

$\overline{Y}_{TK}$ contribuisce solo a $\overline{Y}_{KK}$

$$\overline{Y}_{KK} = \sum_{i=1}^{N} \left(\overline{Y}_{TKi} + \overline{Y}_{LKi} \right) + \overline{Y}_{TK}$$

Con un impedenza trasversale si possono rappresentare condensatori (rifasamento) oppure induttori

<u>Matrice delle impedenze nodali</u>

$$\underline{i} = Y_B \, \underline{v} \longrightarrow \underline{v} = Z_B \, \underline{i}$$
$$Z_B = Y_B^{-1}$$

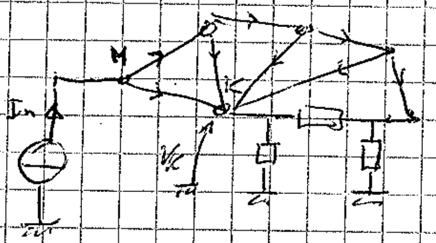
Z_B è simmetrica ($Z_{ki} = Z_{ik}$)

Z_B è una matrice piena (tutti gli $Z_{ik} \neq 0$)

$I_m \neq 0 \qquad I_k = 0 \qquad \forall\, k \neq m$

$$\underline{V} = Z_B \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ I_m \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \bar{V}_k = \sum_{i=1}^{N} \bar{z}_{ki} \cdot \bar{I}_i = \bar{z}_{km} \bar{I}_m$$

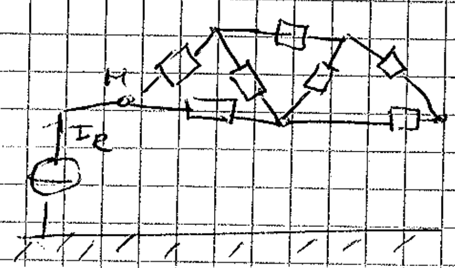
$$\bar{z}_{km} = \left[\frac{\bar{V}_k}{\bar{I}_m} \right]_{I_k = 0}$$



mettendo $\bar{I}_m$ tutte le ammettenze (anche quelle trasversali) sono ~~mettete~~ percorse da corrente. Si ha quindi una tensione su ogni nodo.

Z_B non esiste sempre, ma solo quando Y_B è invertibile cioè se Y_B non è singolare.

Un caso in cui Z_B non esiste sono le reti in cui non esistono impedenze trasversali. (Infatti se non esistono impedenze trasversali non si hanno richiusure nel percorso della corrente cioè la rete è isolata).



Se sommiamo tutti gli elementi di Y_B sulla riga k otteniamo

$$\sum_{i=1}^{N} Y_{ki} = \sum_{i=1}^{N} (Y_{Tki} + Y_{Lki}) + Y_{Tk} - \sum_{i=1}^{N} Y_{Lki} =$$

$$= \sum_{i=1}^{N} (Y_{Tki}) + Y_{Tk}$$

In assenza di impedenze trasversali la somma è nulla e quindi Y_B è singolare.

Si ha questa situazione quando: si ignorano le C sulle linee ("linee corte") in generale reti MT (linee aeree) e BT

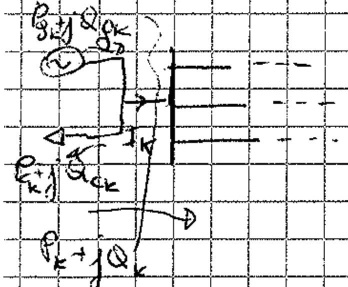
- trasformatori con $t = 1$
- $Y_{Tk} = 0$

La matrice Z_B viene usata nello studio dei guasti (cto-cto). Di solito interessa la $\bar{Z}_{kk}$. Può essere utile il calcolo di una colonna di Z_B.

$$Y_B Z_B = \mathbb{1}$$

$$Y_B \cdot \underset{\text{colonna } k}{\underline{Z_k}} = \begin{array}{cl} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \\ \\ \\ \leftarrow \text{riga } k \\ \\ \\ \end{array} \end{array}$$

Bilancio di potenza nodale



$$P_k = P_{Gk} - P_{ck} = Re(\bar{V}_k \bar{I}_k^*)$$

$$Q_k = Q_{Gk} - Q_{ck} = Im(\bar{V}_k \bar{I}_k^*)$$

$$\bar{I}_k = \sum_{i=1}^{N} \bar{Y}_{ki} \bar{V}_i$$

$$\bar{Y}_{ki} = G_{ki} + jB_{ki} = Y_{ki} \angle \varphi_{ki}$$

$$\bar{V}_k = V_k \angle \delta_k$$

$$\bar{S}_k = \bar{V}_k \bar{I}_k^* = \bar{V}_k \sum_{i=1}^{N} \bar{Y}_{ki}^* \bar{V}_i^* = V_k \angle \delta_k \sum_{i=1}^{N} Y_{ki} \angle -\varphi_{ki} \, V_i \angle -\delta_i$$

$$\bar{S}_k = V_k \sum_{i=1}^{N} Y_{ki} V_i \angle \delta_k - \delta_i - \varphi_{ki}$$

$$P_k = V_k \sum_{i=1}^{N} Y_{ki} V_i \cos(\delta_k - \delta_i - \varphi_{ki})$$

$$Q_k = V_k \sum_{i=1}^{N} Y_{ki} V_i \sin(\delta_k - \delta_i - \varphi_{ki})$$

$$P_k + jQ_k = V_k I_k^* = V_k \sum_{i=1}^{N} \bar{y}_{ki}^* \bar{V}_i^* =$$

$$= V_k \angle \delta_k \sum_{i=1}^{N} (G_{ki} - jB_{ki}) V_i \angle -\delta_i =$$

$$= V_k \sum_{i=1}^{N} (G_{ki} - jB_{ki}) V_i \angle \delta_k - \delta_i$$

$$P_k = V_k \sum_{i=1}^{N} V_i \left[G_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) + B_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) \right]$$

$$Q_K = V_K \sum_{i=1}^{N} V_i \left[G_{Ki} \sin(\delta_K - \delta_i) - B_{Ki} \cos(\delta_K - \delta_i) \right]$$

In un sistema con n nodi si possono scrivere
2n equazioni di bilancio (n per P_K e n per Q_K)
che coinvolgono 4n grandezze (P, Q, V, δ)

Load-flow (Power-flow)

Il load-flow è un sistema di equazioni che permette di calcolare in ogni nodo V_K e δ_K.

Dobbiamo dividere le 4n variabili in due gruppi:

- 2n variabili sono assegnate
- 2n variabili sono incognite

~~Ci interessa conoscere~~ Dobbiamo assegnare:

1) riferimento delle fasi. Nel bilancio avremo $\delta_K - \delta_i$
2) Perdite di potenza attiva $\sum_{K=1}^{N} P_K = P_{LOSS}$
3) Potenza reattiva assorbita dalla ~~linea~~ rete $\sum_{K=1}^{N} Q_K = Q_{RETE}$

Poiché non siamo in grado di conoscere P_{loss} e Q_{rete} è necessario che almeno una potenza attiva e una reattiva siano incognite.

Sulla base delle grandezze assegnate al nodo si hanno 3 tipi di nodi:

- PQ assegnate P_K e Q_K e si devono ricavare V_K e δ_K
- PV assegnate P_K e V_K e si devono ricavare Q_K e δ_K
- $V\delta$ (nodo di bilancio o slack bus): sono assegnate V_K e δ_K bisogna ricavare P_K e Q_K

$$n = n_{PQ} + n_{PV} + n_{V\delta}$$

I nodi di tipo PQ sono nodi privi di generatori:

$$P_K = -P_{LK} \qquad Q_K = -Q_{LK}$$