

$$Q_k = V_k \sum_{i=1}^N V_i \left[G_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) - B_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) \right] \quad (32)$$

In un sistema con n nodi si possono scrivere

n equazioni di bilancio (n per P_k e n per Q_k)
che coinvolgono $4n$ grandezze (P, Q, V, δ)

Load-flow (Power-flow)

Il load-flow è un sistema di equazioni che permette di calcolare in ogni nodo V_k e δ_k .

Dobbiamo dividere le $4n$ variabili in due gruppi:

- $2n$ variabili sono assegnate
- $2n$ variabili sono incognite

Alcune variabili dobbiamo assegnare:

- 1) Angolo della fase. Nel bilancio avere $\delta_k - \delta_i$
- 2) Perdite di potenza attiva $\sum_{k=1}^N P_k = P_{\text{loss}}$
- 3) Potenza reattiva assorbita dalla rete $\sum_{k=1}^N Q_k = Q_{\text{rete}}$

Perché non basta in grado di conoscere P_{loss} e Q_{rete} è necessario che almeno una potenza attiva e una reattiva sono incognite.

Sulla base delle grandezze assegnate al nodo si hanno

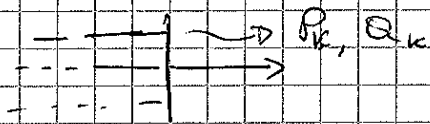
3 tipi di nodi:

- PQ: assegnate P_k e Q_k e si devono trovare V_k e δ_k
- PV: assegnate P_k e V_k e si devono trovare Q_k e δ_k
- VS (nodo di bilancio o slack bus): sono assegnate V_k e δ_k
bisogna trovare P_k e Q_k

$$n = n_{PQ} + n_{PV} + n_{VS}$$

I nodi di tipo PQ sono nodi privi di generatori:

$$P_k = -P_{ik} \quad Q_k = -Q_{ik}$$

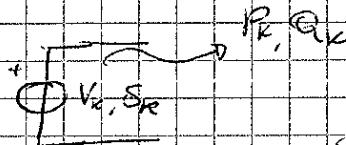


I nodi PV sono nodi con generatori.



$$P_k = P_{Gk} - P_{Lk}$$

I nodi di tipo VS



I nodi di tipo VS permettono di risolvere le equazioni.

In generale si ha un solo nodo VS che è il riferimento delle fasi. Inoltre nel nodo VS si hanno P_k e Q_k incognite e si risolve il problema del bilancio delle potenze.

In generale il nodo VS ha un generatore di tensione riferente oppure ha una rete esterna che alimenta il sistema elettrico caso di studio.

Numero dei nodi:

nodi PQ : $k=1, \dots, n_{pq}$ se $n_{vs}=1$

nodi PV : $k=n_{pq}+1, \dots, n_{pq}+n_{pv}=n-1$

nodo VS : $k=n$ $S_n=0$ se $n_{vs}=1$

Il vettore \underline{x} delle incognite sono:

$$\underline{x} = \left[\underbrace{S_1, \dots, S_{n-1}}_{\text{nodi PQ+PV}}, \underbrace{V_1, \dots, V_{n_{pq}}}_{\text{nodi PQ}} \right]^T$$

Il vettore \underline{x} ha $2n_{pq} + n_{pv}$ componenti.

bilancio di potenza attiva

(33)

$$f_{pk}(x) = V_k \sum_{i=1}^n V_i \left[G_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) + B_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) \right] - P_k = 0$$

bilancio di potenza reattiva

$$f_{qk}(x) = V_k \sum_{i=1}^n V_i \left[G_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) - B_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) \right] - Q_k = 0$$

$$f(x) = \left[\underbrace{f_{p1}, f_{p2}, \dots, f_{p(n-1)}}_{n_{pv} + n_{pa}}, \underbrace{f_{q1}, \dots, f_{qna}}_{n_{pa}} \right]^T$$

$f(x)$ è formato da $2n_{pa} + n_{pv}$ equazioni cioè $f(x)$ è un sistema non lineare di ordine $2n_{pa} + n_{pv}$

Nota x tenendo presenti le tensioni ai nodi PV ($k = n_{pa} + 1, \dots, n_{pa} + n_{pv}$) possono trovare

$$\bar{V}_k = V_k \angle \delta_k \quad \forall k = 1, \dots, n_{pa}$$

Si possono calcolare Q_k nei nodi PV mediante

$$Q_k = V_k \sum_{i=1}^n V_i \left[G_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) - B_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) \right]$$

con $k = n_{pa} + 1, \dots, n$

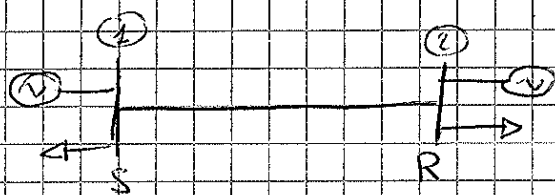
Si può calcolare anche la potenza attiva nel nodo di slack ($k = n$)

$$P_n = V_n \sum_{i=1}^n V_i \left[G_{ni} \cos(\delta_n - \delta_i) + B_{ni} \sin(-\delta_i) \right]$$

Osservazioni: le non linearità derivano da $V_k \cdot V_i$ e dalle presenza di \sin, \cos

In un sistema lineare del tipo $Ax = b$ se A non è singolare ($\det A \neq 0$) esiste ed è unico

La soluzione del sistema in un sistema non lineare non è garantita né l'esistenza della soluzione, né la sua unicità



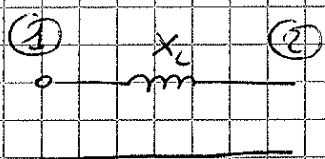
$$n = 2 \quad \bar{V}_S = V_S \angle \delta^*$$

$$\bar{V}_R = V_R \angle 0$$

node 2 è slack

node 1 è di tipo PV

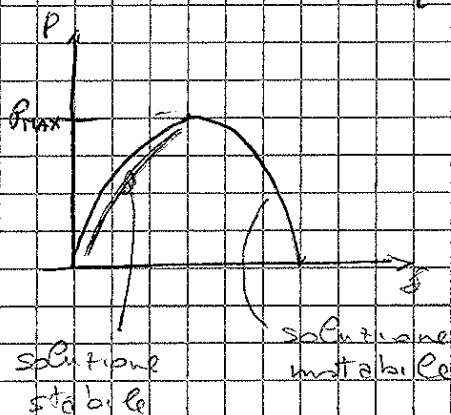
$$n_{PV} = 0, \quad n_{PV} = 1, \quad n_{VS} = 1$$



$$P_i = \frac{V_1 V_2}{X_L} \sin \delta \quad \bar{V}_1 = V_S$$

$$\bar{V}_2 = V_R$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow \frac{V_1 V_2}{X_L} \sin \delta = P_i \quad \frac{V_1 V_2}{X_L} = P_{MAX}$$



Se $0 < P_i < P_{MAX}$ si hanno 2 soluzioni distinte

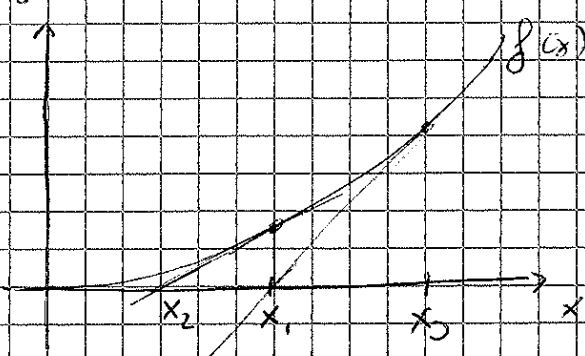
Se $P_i = P_{MAX}$ si ha una soluzione (2 soluzioni coincidenti)

Se $P_i > P_{MAX}$ non si hanno soluzioni

Metodi iterativi

- Newton-Raphson

$f(x) = 0$ con stima iniziale di x_0



Il metodo di Newton-Raphson si basa sulla linearizzazione di f in un intorno di x_0

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) = 0$$

$$\Delta x_1 = x_1 - x_0$$

trovando x_1 e applicando funzione

$$f(x) \approx f(x_1) + f'(x_1)(x-x_1)$$

$$\Delta x_1 = x_2 - x_1 = -[f'(x_1)]^{-1} f(x_1)$$

$n = 1, 2, \dots$

$$\Delta x_m = -[f'(x_{m-1})]^{-1} f(x_{m-1})$$

$$x_m = x_{m-1} + \Delta x_m$$

Noi vogliamo che $|f(x_m)| \leq \epsilon_f$

$$2) |\Delta x_m| \leq \epsilon_x$$

$$|x_m - x_{m-1}| \leq \epsilon_x$$

Nota $(|x_m - x_{m-1}| \neq |x_m - x_{soluzione}|)$

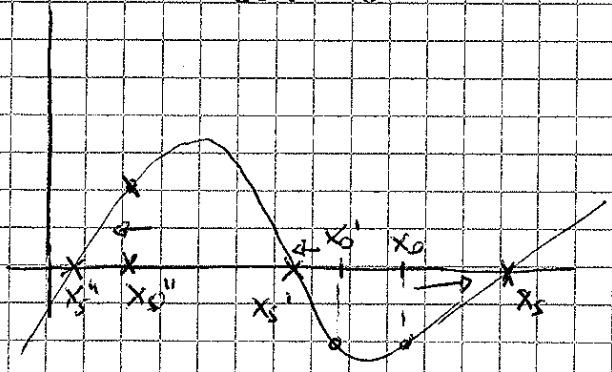
Se il processo iterativo è convergente allora $|\Delta x_{m+1}| < |\Delta x_m|$

Si può volere che $\epsilon_x = 0,0001$ pu

$$|v_m - v_{m-1}| < 0,0001$$

Si ha una buona stima iniziale si ha convergenza "rapida" (4-5 iterazioni)

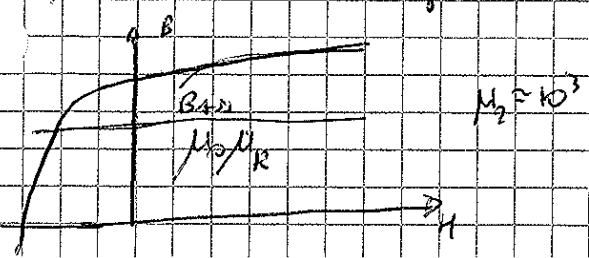
Così succede se si ha un f del genere

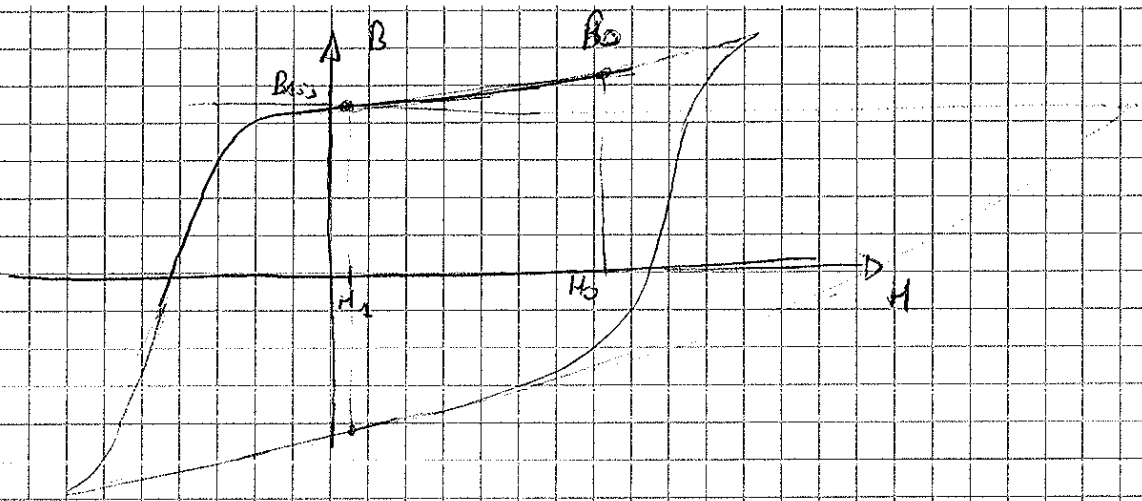


Dipende dal valore di x_0

Il metodo di Newton Raphson non funziona bene nelle retture non negative

$$B(H) - B_{ASS} = 0$$





Newton - Raphson in forma vettoriale

$\underline{f}(\underline{x}) = 0$ sistema di equazioni non lineari

come iniziale \underline{x}_0

$$\underline{f}(\underline{x}) \approx \underline{f}(\underline{x}_0) + \left(\frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} \right)_0 (\underline{x} - \underline{x}_0)$$

$$\left(\frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} \right)_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}$$

$$\underline{f}_k(\underline{x}) \approx \underline{f}_k(\underline{x}_0) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f_k}{\partial x_i} \right)_{\underline{x}=\underline{x}_0} (x_i - x_{0i})$$

$$\underline{J} = \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} \quad \text{Jacobiano}$$

$$\underline{f}(\underline{x}) \approx \underline{f}(\underline{x}_0) + \underline{J}_0 (\underline{x} - \underline{x}_0) = 0$$

$$\left(\frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} \right)_{\underline{x}_0} \cdot \Delta \underline{x}_1 = -\underline{f}(\underline{x}_0)$$

$$\underline{J}_0 \Delta \underline{x}_1 = -\underline{f}(\underline{x}_0) \quad \Delta \underline{x}_1 = -\underline{J}_0^{-1} \underline{f}(\underline{x}_0)$$

generalizzare quadrato m

$$\Delta \underline{x}_m = -\underline{J}_{m-1}^{-1} \underline{f}(\underline{x}_{m-1})$$

$$\underline{J}_{m-1} = \left(\frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} \right)_{\underline{x}=\underline{x}_{m-1}}$$

$$\underline{x}_m = \underline{x}_{m-1} + \Delta \underline{x}_m$$

ci si può fermare se

$$\| \underline{f}(\underline{x}_m) \| \leq \epsilon_f$$

$$\| \underline{f}(\underline{x}_m) \| = \max_{k \in [1, n]} |f_k(\underline{x}_m)|$$

norma infinito

implicazione $|f_k(\underline{x}_m)| < \epsilon_f \quad \forall k$

$$\| \underline{\Delta x}_m \| \leq \epsilon_x$$

$$\max_k |\Delta x_{m,k}| \leq \epsilon_x$$

f riguarda i bilanci di P e Q pertanto ϵ_f ha i relativi di una potenza.

alla genesi iterativa m si ha come ultime ritme \underline{x}_{m-1} .

1) $\underline{f}_{m-1} = \underline{f}(\underline{x}_{m-1})$

2) test di convergenza $\| \underline{f}_{m-1} \| < \epsilon_f \rightarrow \text{stop}$

3) calcolo Jacobiano

$$J_{m-1} = \left(\frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} \right)_{\underline{x} = \underline{x}_{m-1}}$$

4) Risoluzione sistema lineare $J_{m-1} \underline{\Delta x}_m = - \underline{f}_{m-1}$

5) $\underline{x}_m = \underline{x}_{m-1} + \underline{\Delta x}_m$

ricordiamo che

$$\underline{x} = [s_1, \dots, s_{n-1}, v_1, \dots, v_{n-p}]^T$$

$$\underline{f} = [f_{p_1}, \dots, f_{p_{n-1}}, f_{d_1}, \dots, f_{d_{n-p}}]^T$$

in genere J_{m-1} è sparsa!! (come V_B)

$$J = \begin{array}{c|cc} & \delta & \checkmark \\ \hline \frac{\partial J}{\partial P} & \frac{\partial J}{\partial \delta} & \frac{\partial J}{\partial V} & n_{pq} + n_{pv} \\ \hline \frac{\partial J}{\partial Q} & \frac{\partial J}{\partial \delta} & \frac{\partial J}{\partial V} & n_{pq} \\ \hline & n_{pq} + n_{pv} & n_{pq} & \end{array}$$

$$\frac{\partial J}{\partial P_k} = V_k \sum_{i=1}^N V_i \left[G_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) + B_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) \right] - P_k$$

$$\frac{\partial J}{\partial P_k} = G_{kk} V_k^2 + V_k \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N V_i \left(G_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) + B_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) \right) - P_k$$

$\left. \frac{\partial J}{\partial \delta} \right)$ se $i \neq k$

$$\frac{\partial J}{\partial \delta_i} = V_k V_i \left[G_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) - B_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) \right]$$

si ha questo derivata solo se k e i sono collegati tra loro

Se k e i non sono collegati $\frac{\partial J}{\partial \delta_i} = 0$

se $i = k$

$$\frac{\partial J}{\partial \delta_k} = V_k \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N V_i \left(-G_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) + B_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) \right)$$

$\left. \frac{\partial J}{\partial V} \right)$

$$\frac{\partial J}{\partial V_i} = V_k \left[G_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) + B_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) \right]$$

$i = k$

$$\frac{\partial J}{\partial V_k} = 2 G_{kk} V_k + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N V_i \left[G_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) + B_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) \right]$$

Abbiamo trascurato P_k cioè abbiamo considerato

P_k indipendente da V

$$f_{Q_k} = V_k \sum_{i=1}^n V_i \left[G_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) - B_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) \right] - Q_k \quad (36)$$

$$f_{Q_k} = -B_{kk} V_k^2 + V_k \sum_{i=1}^n V_i \left[G_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) - B_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) \right] - Q_k$$

$\left(\frac{\partial f_{Q_k}}{\partial \delta} \right)$

Se $i \neq k$

$$\frac{\partial f_{Q_k}}{\partial \delta_i} = V_k V_i \left[-G_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) - B_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) \right]$$

Se $i = k$

$$\frac{\partial f_{Q_k}}{\partial \delta_k} = V_k \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n V_i \left[G_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) + B_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) \right]$$

$\left(\frac{\partial f_{Q_k}}{\partial V} \right)$

Se $i \neq k$

$$\frac{\partial f_{Q_k}}{\partial V_i} = V_k \left[G_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) - B_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) \right]$$

Se $i = k$

$$\frac{\partial f_{Q_k}}{\partial V_k} = -2B_{kk} V_k + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n V_i \left[G_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) - B_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) \right]$$

Ipotesi: Q_k indipendente da V

Disaccoppiamento

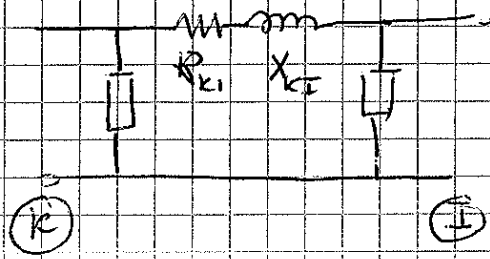
Le derivate $\left| \frac{\partial f_{P_i}}{\partial \delta} \right| \gg \left| \frac{\partial f_{P_i}}{\partial V} \right|$ mente

$$\left| \frac{\partial f_{Q_i}}{\partial \delta} \right| \ll \left| \frac{\partial f_{Q_i}}{\partial V} \right|$$

Fisicamente vuol dire che P dipende dalle fasi e Q dai moduli delle tensioni

Se ragioniamo sui valori pu allora si ha che

$$V_k \approx 1, \quad R_{ki} \ll X_{ki}$$



$$\bar{V}_{ki} = - \frac{1}{R_{ki} + jX_{ki}} = - \frac{R_{ki} - jX_{ki}}{R_{ki}^2 + X_{ki}^2}$$

$$G_{ki} = - \frac{R_{ki}}{R_{ki}^2 + X_{ki}^2}$$

$$B_{ki} = j \frac{X_{ki}}{R_{ki}^2 + X_{ki}^2}$$

$$\left| \frac{B_{ki}}{G_{ki}} \right| = \left| \frac{X_{ki}}{R_{ki}} \right| \gg 1 \quad \text{ipotesi } R_{ki} \ll X_{ki}$$

$$\bar{Y}_{kk} = \sum_{i=1}^N (\bar{Y}_{Tki} + \bar{Y}_{Lki}) \Rightarrow |G_{kk}| \ll |B_{kk}|$$

$$|\delta_k - \delta_i| \ll 1 \Rightarrow \cos(\delta_k - \delta_i) \approx 1$$

$$\sin(\delta_k - \delta_i) \approx \delta_k - \delta_i$$

Quindi si verifica diseccoppiamento tra P e Q se

- $V \approx 1$
- $|G_{ki}| \ll |X_{ki}|$
- $|\delta_k - \delta_i| \ll 1$ tra nodi direttamente collegati

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_i} = V_k V_i \left[G_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) - B_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) \right] \quad k \neq i$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial V_i} = V_k \left[G_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) + B_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) \right] \quad k \neq i$$

Se sono in condizioni di diseccoppiamento

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_i} \approx G_{ki} (\delta_k - \delta_i) - B_{ki} \approx -B_{ki}$$

$$\frac{\partial f_{pk}}{\partial v_i} \approx \underbrace{G_{ki}}_{\ll B_{ki}} + \underbrace{B_{ki} (\delta_k - \delta_i)}_{\ll B_{ki}}$$

Ne segue che

$$\left| \frac{\partial f_{pk}}{\partial v_i} \right| \ll \left| \frac{\partial f_{pk}}{\partial \delta_i} \right|$$

Alla stessa modo possiamo ragionare sui bilanci di Q.

$$\frac{\partial f_{kq}}{\partial \delta_i} = v_k v_i \left[-G_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) - B_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) \right]$$

$$\frac{\partial f_{kq}}{\partial v_i} = v_k \left[G_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) - B_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) \right]$$

In condizioni di disaccoppiamento

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f_{kq}}{\partial \delta_i} &\approx \underbrace{-G_{ki}}_{\ll B_{ki}} - \underbrace{B_{ki} (\delta_k - \delta_i)}_{\ll B_{ki}} \\ \frac{\partial f_{kq}}{\partial v_i} &\approx -B_{ki} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left| \frac{\partial f_{kq}}{\partial \delta_i} \right| \ll \left| \frac{\partial f_{kq}}{\partial v_i} \right|$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_p}{\partial \delta_i} & \frac{\partial f_p}{\partial v_i} & \frac{\partial f_p}{\partial \delta_i} & 0 \\ \frac{\partial f_q}{\partial \delta_i} & \frac{\partial f_q}{\partial v_i} & 0 & \frac{\partial f_q}{\partial v_i} \end{bmatrix}$$

$$\delta = [\delta_1, \dots, \delta_{n-1}]^T \quad v = [v_1, \dots, v_{n-1}]^T$$

$$J_{\delta} = \frac{\partial f_p}{\partial \delta} \quad J_{v} = \frac{\partial f_{kq}}{\partial v}$$

Poiché $J \Delta x = -f(x)$ si ha che

$$J_{PS} \Delta \underline{S} = - \underline{f}_P(\underline{x})$$

$$J_{ev} \Delta \underline{V} = - \underline{f}_Q(\underline{x})$$

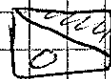
Per ogni iterazione risolvo un sistema di ordine $n-1$ e calcolo $\Delta \underline{S}$ e un sistema di ordine n_{ps} che mi permette di calcolare $\Delta \underline{V}$. Questo procedimento è più veloce che la risoluzione di un singolo sistema di ordine $n-1+n_{ps}$.

Un'altra approx è quella di mantenere J costante durante il processo iterativo. Il vantaggio è che si possono calcolare i fattori L e U tali che $J = L \cdot U$. Dove

L è matrice triangolare inferiore



U è matrice triangolare superiore



Poiché J è sparsa anche L e U sono sparse.

Di solito si vuole di avere $L_{ii} = 1$

La determinazione di L e U è equivalente alla soluzione di un sistema lineare.

$$J \Delta \underline{x} = - \underline{f}(\underline{x}) \Rightarrow L U \Delta \underline{x} = - \underline{f}(\underline{x})$$

Passo 1) forward substitution $L \underline{y} = - \underline{f}(\underline{x})$

$$L_{11} y_1 = - f_1(\underline{x}) \Rightarrow y_1 = - f_1(\underline{x})$$

$$L_{12} y_1 + L_{22} y_2 = - f_2(\underline{x}) \Rightarrow y_2 = - f_2(\underline{x}) - L_{12} y_1$$

$$\sum_{i=1}^k L_{ki} y_i + y_k = - f_k(\underline{x}) \Rightarrow y_k = - f_k(\underline{x}) - \sum_{i=1}^k L_{ki} y_i$$

Passo 2) backward substitution

(38)

$$L^{-1}(LU)\Delta x = -L^{-1}y(x)$$

$$U\Delta x = y$$

con n numero di equazioni

$$U_{nn}\Delta x_n = y_n \Rightarrow \Delta x_n = \frac{y_n}{U_{nn}}$$

$$U_{n-1,n-1}\Delta x_{n-1} + U_{n-1,n}y_n = y_{n-1} \Rightarrow \Delta x_{n-1} = \frac{y_{n-1} - U_{n-1,n}\Delta x_n}{U_{n-1,n-1}}$$

$$\Delta x_k = \frac{y_k - \sum_{i=k+1}^n U_{ki}\Delta x_i}{U_{kk}}$$

Mantenere J costante velocizza notevolmente il processo iterativo, ma aumenta il numero di iterazioni.

il numero di iterazioni aumenta per le equazioni

si discostano dalle non lineari. Ricordiamo

che le non lineari sono dovute a:

$$- V_i V_k$$

$$- \cos(\delta_k - \delta_i), \sin(\delta_k - \delta_i)$$

FDLF (Fast Decoupled Load Flow)

Combina il disaccoppiamento e la Jacobiana costante.

$$\begin{cases} B' \Delta \delta = \frac{\Delta P}{V} \\ B'' \Delta V = \frac{\Delta Q}{V} \end{cases}$$

$$\frac{\Delta P}{V} = \left[\dots, -\frac{\partial P_k}{\partial V_k}, \dots \right]_{n+1 \text{ comp}}^T$$

$$\frac{\Delta Q}{V} = \left[\dots, -\frac{\partial Q_k}{\partial V_k}, \dots \right]_{n+1 \text{ comp}}^T$$

Matrici dei coefficienti B' e B'' sono costanti e

comparato alle Jacobiane calcolate con

$V_k \approx 1$ e $\delta_k - \delta_i = 0$ (cioè a profilo piatto)

B' corrisponde a $\frac{\partial f_P}{\partial S}$ mentre B'' a $\frac{\partial f_Q}{\partial V}$

Ricordiamo che in diseccoppiamento con $V_k \neq 1$

$$\frac{\partial f_{PK}}{\partial S_i} \approx V_k (-B_{ki}) \Rightarrow -B_{ki} \approx \frac{1}{V_k} \frac{\partial f_{PK}}{\partial S_i}$$
$$-\frac{\Delta P}{V}$$

Ne segue che $B_{ki} = (B')_{ki}$

i^{o} elemento nella diagonale è più complicato da calcolare

$$\frac{\partial f_{PK}}{\partial S_k} \rightarrow V_k = 1 \quad S_k - S_k = 0$$

$$\frac{1}{V_k} \frac{\partial f_{PK}}{\partial S_k} = - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n B_{ki}$$

Per quanto riguarda B'' ricordiamo che

$$\frac{\partial f_{PK}}{\partial V_i} \approx -V_k B_{ki} \Rightarrow (B'')_{ki} = B_{ki} = -\frac{1}{V_k} \frac{\partial f_{PK}}{\partial V_i}$$

$$B''_{kk} = 2 B_{kk} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n B_{ki} = \frac{1}{V_k} \frac{\partial f_{PK}}{\partial V_k}$$

Nota: B' e B'' sono "simili"

B'' è matrice $n_{PK} \times n_{PK}$

B' è matrice $n-1 \times n-1$

Si ha un aumento del numero di iterazioni rispetto al metodo di Newton-Raphson.

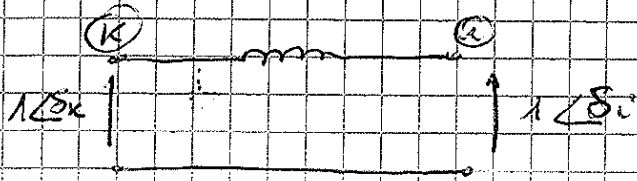
DCLF Direct Current Load Flow

È una drastica semplificazione dell'equazione di Load Flow.

$$H_p: V, Q \text{ ignorate} \quad V_k = 1 \quad R_{ki} = 0$$

1 rappresent. di trasformazione dei trofo $U_{ki} = 1 pu$

Ne segue che la rete



P_{ki} non ha perdite

$$P_{ki} = \frac{V_k V_i}{X_{ki}} \sin(\delta_k - \delta_i)$$

allora

Se $V_k = V_i = 1$ e $|\delta_k - \delta_i| \ll 1$

$$P_{ki} = \frac{\delta_k - \delta_i}{X_{ki}}$$

Si chiama Power flow in DC perché è possibile usare un sistema analogo in DC.

AC \rightarrow DC

P_{ki}

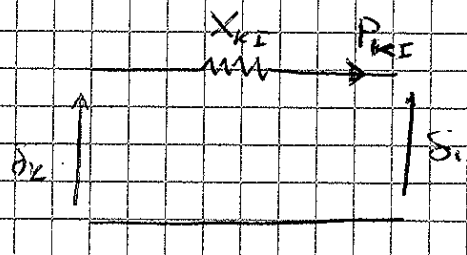
I_{ki}

$\left. \begin{matrix} \delta_k \\ \delta_i \end{matrix} \right\}$

$\left. \begin{matrix} V_k \\ V_i \end{matrix} \right\}$

X_{ki}

R_{ki}



$$\underline{\delta} = [\delta_1, \dots, \delta_{n-1}]^T \quad \underline{P} = [P_1, \dots, P_{n-1}]^T$$

$$P_k = P_{Gk} - P_{Lk} \quad (\text{Potenza generata} - \text{potenza consumata})$$

$$B \underline{\delta} = \underline{P} \quad \text{nodo di riferimento e lo slack}$$

B è la matrice delle condutanze

$$Y_{ij} = \underline{c}$$

$$B_{kik} = -\frac{1}{X_{ki}}$$

$$B_{kik} = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n \frac{1}{X_{ki}}$$

B = B' del FDLF. Possiamo affermare che il DCLF è la 1^a iterazione del FDLF con potenza da profilo piatto

infatti: $S_0 = 0$ $V_k = 1 \text{ pu}$

$$B' \Delta S = \frac{\Delta P}{V} \quad \left(\frac{\Delta P}{V} \right)_k = - \frac{\partial P_k}{V_k}$$

$$\frac{\partial P_k}{V_k} = V_k \sum_{i=1}^N V_i \left[G_{KI} \cos(\delta_k - \delta_i) + B_{KI} \sin(\delta_k - \delta_i) \right] = P_k =$$

$$= - P_k$$

$$\frac{\Delta P}{V} = \underline{P} \quad \Delta S = \underline{S} \quad B' = B$$

$$B' \Delta S = \frac{\Delta P}{V} \Leftrightarrow B \underline{S} = \underline{P}$$

Trascurando i collegamenti trasversali: $I_{KI} = \frac{\sqrt{P_{KI}^2 + Q_{KI}^2}}{V_k}$

Di solito $P_{KI}^2 \gg Q_{KI}^2$ se $V_k \approx 1$ segue che

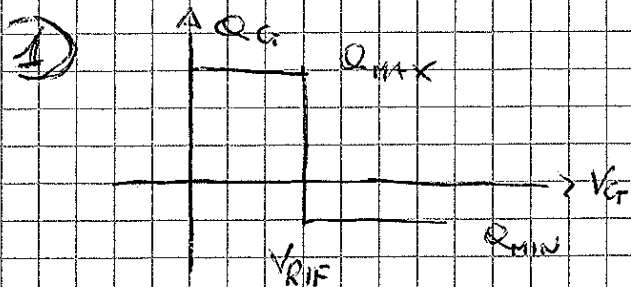
$$I_{KI} \approx P_{KI}$$

Stima della perdita

$$\Delta P_{KI} = R_{KI} I_{KI}^2 \approx R_{KI} P_{KI}^2$$

Estensioni della formulazione base

- 1) Limite su Q_G nei nodi di tipo PV
- 2) Costi dipendenti da V
- 3) Slack distribuiti
- 4) Variazioni nella classe del rapporto di trasform. T.



ad ogni iterazione si calcola Q_{Gk} nei nodi di tipo PV

$$Q_{GR} = Q_{GR} + V_k \sum V_i [G_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) - B_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i)]$$

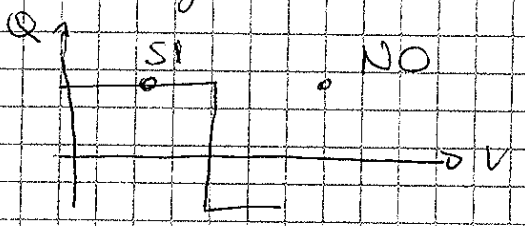
Q_k

Se $Q_{GR} > Q_{MAX}$ allora si trasforma il nodo PV in modo PQ in modo $Q_{GR} = Q_{MAX}$

Se $Q_{GR} < Q_{MIN}$ si trasforma PV in PQ con $Q_{GR} = Q_{MIN}$

Se Q_{GR} è compatibile con Q_{MAX} e Q_{MIN} il nodo rimane PV.

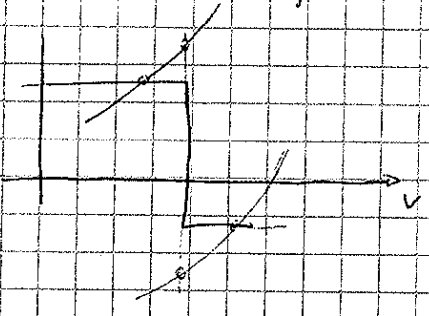
Quando si trasforma il PV in PQ è necessario che la tensione V_k sia coerente con la caratteristica di funzionamento del generatore. Se il ^{tensione} nodo



non è compatibile allora è necessario trasformare il nodo in PV.

Di solito la verifica dei limiti non viene fatta a partire dalla 1^a iterazione.

Il cambiamento del tipo di nodo non è compatibile con i metodi numerici che utilizzano J costante. In genere si mantiene il nodo di tipo PV modificando la tensione assegnata in questo modo:



$$\Delta V_k = -\alpha_k (Q_k - Q_{MAX}) \quad \alpha_k \text{ può essere stimato}$$

se $Q_{GR} > Q_{MAX}$

$$\Delta V_k = \alpha_k (Q_k - Q_{MIN}) \quad \text{se } Q_{GR} < Q_{MIN}$$

2) Carico dipendente da V. Considerando la dipendenza con legge di potenza.

$$P_L = P_0 \left(\frac{V}{V_0} \right)^\alpha$$

$$Q_L = Q_0 \left(\frac{V}{V_0} \right)^\beta$$

$$\begin{aligned} \alpha = \beta = 0 & \quad P_{\text{cost}} \\ \alpha = \beta = 1 & \quad \text{II cost} \\ \alpha = \beta = 2 & \quad \text{Z cost} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial V}, \quad \frac{\partial Q_L}{\partial V}$$

$$P_{LK} = V_k \sum_{i=1}^n V_i \left[G_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) + B_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) \right] - P_{LK} + P_{LK}$$

$$\frac{\partial P_{LK}}{\partial V_k} = \left. \frac{\partial P_{LK}}{\partial V_k} \right|_{P_{LK} = \text{cost}} + \frac{\partial P_{LK}}{\partial V_k}$$

$$\frac{\partial P_{LK}}{\partial V_k} = \alpha_k P_0 \frac{V_k^{\alpha-1}}{V_0^\alpha}$$

$$\frac{\partial Q_{LK}}{\partial V_k} = \left. \frac{\partial Q_{LK}}{\partial V_k} \right|_{Q_{LK} = \text{cost}} + \frac{\partial Q_{LK}}{\partial V_k}$$

$$\text{con } \frac{\partial Q_{LK}}{\partial V_k} = \beta_k Q_0 \frac{V_k^{\beta-1}}{V_0^\beta}$$

Il costo a $Z = \text{cost}$ può essere misurato nelle Y_B

3) Slack distribuito

Noi, nella formulazione base, abbiamo considerato un solo nodo di Slack (VS).

Utilizzando lo slack distribuito si vuole ripartire la potenza presso tre più generatori

$$P_{Gk} = \alpha_k \Delta P_G + P_{G0k}$$

α_k è detto fattore di partecipazione

ΔP_G è una variabile di bilanciamento

Si sceglie α_k tale che $\sum_{k=1}^N \alpha_k = 1$

Ora forzando un bilancio di potenza $\sum_{k=1}^N P_{G0k} + \Delta P_G = \sum_{k=1}^N P_{Gk} + P_{Loss}$

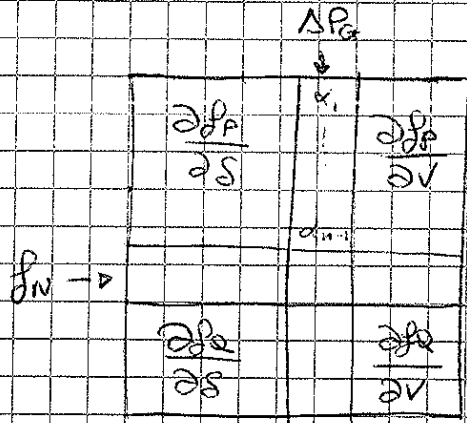
$$\Delta P_G = \sum_{k=1}^N P_{LK} + P_{LOSS} - \sum_{k=1}^N P_{GOK}$$

(11)

$$z = [s_1, \dots, s_{n-1}, \Delta P_G, V_1, \dots, V_{npe}]^T$$

$$f = [f_{P_1}, \dots, f_{P_{n-1}}, f_{P_n}, f_{s_1}, \dots, f_{s_{npe}}]^T$$

Le Jacobiane risultano:



$$f_{P_k} = V_k \sum V_i [\alpha_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) + \beta_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i)] - P_k$$

$$P_k = P_{GOK} - P_{LK} = P_{GOK} + \alpha_k \Delta P_G + P_{LK}$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial \Delta P_G} = \alpha_k$$

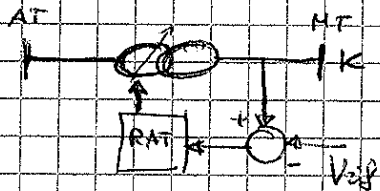
Determiniamo α_k

$$\alpha_k = 0 \quad P_{GOK} = P_{GOK} \text{ costante}$$

Regolazione di frequenza / potenza attiva

1) Trasformatore a t variabile

la regolazione di t può essere manuale oppure automatica (come accade nel caso di trasformatori AT/MT).



Il nodo è di tipo PQ quindi $V_k \in X$. Supponendo il regolatore di tensione ideale

Si ha che $V_k = V_{PIF}$ quindi V_k esce dal vettore delle incognite.

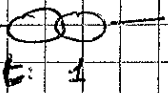
Questa è una situazione ideale perché:

- $t_{MIN} < t < t_{MAX}$

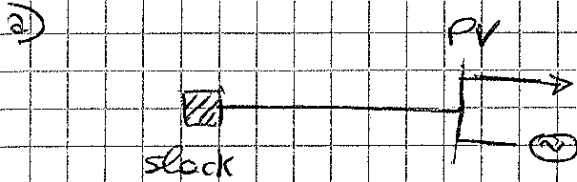
- la regolazione ha un passo Δt , non è continua.

Se $V_k < V_{REF}$ dobbiamo diminuire t .

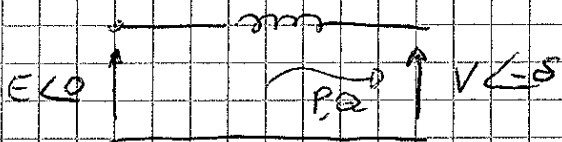
Se $V_k > V_{REF}$ dobbiamo aumentare t .



Sistema elettrico elementare (2 nodi)

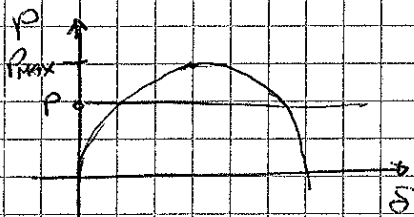


Rappresentiamo la connessione come una resistenza



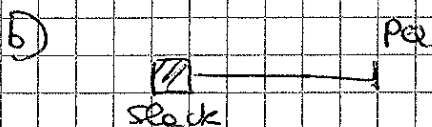
È possibile interpretare il circuito con equivalente di Thevenin

$$\begin{cases} P = \frac{EV}{X} \sin \delta \\ Q = \frac{V}{X} (E \cos \delta - V) \end{cases} \Rightarrow \delta = \arcsin \left(\frac{PX}{EV} \right)$$



Se $0 < P < P_{MAX}$ ne hanno 2 soluzioni di δ .

Nota δ si può ricavare Q .



In questo caso dobbiamo risolvere un sistema di due equazioni in

due incognite.

$$\begin{cases} P = \frac{EV}{X} \sin \delta \\ Q = \frac{V}{X} (E \cos \delta - V) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{EV}{X} \sin \delta = P \\ \frac{EV}{X} \cos \delta = Q + \frac{V^2}{X} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{E^2 V^2}{X^2} \sin^2 \delta = P^2 \\ \frac{E^2 V^2}{X^2} \cos^2 \delta = \left(Q + \frac{V^2}{X}\right)^2 \end{cases}$$

sommano le 2 equazioni:

$$\frac{E^2 V^2}{X^2} = P^2 + \left(Q + \frac{V^2}{X}\right)^2$$

Per semplificare i conti: risolviamo nel caso $Q=0$

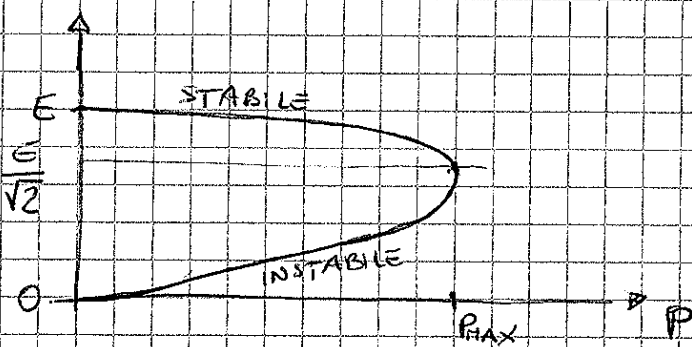
$$V^4 - E^2 V^2 + P^2 X^2 = 0$$

$$V^2 = \frac{E^2 \pm \sqrt{E^4 - 4P^2 X^2}}{2}$$

Se $E^4 - 4P^2 X^2 > 0$ 2 soluzioni

Se $E^4 - 4P^2 X^2 = 0$ 1 soluzione

Se $E^4 - 4P^2 X^2 < 0$ NO SOLUZIONI

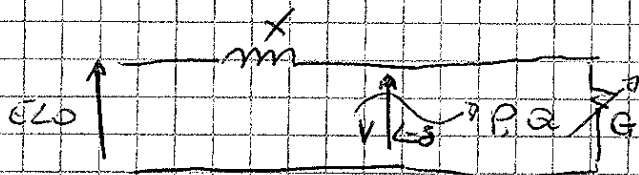


$$P_{MAX} = \frac{E^2}{2X} \Rightarrow V = \frac{E}{\sqrt{2}}$$

$$P=0 \Rightarrow \begin{cases} V=0 \\ V=E \end{cases}$$

Nel nodo PV $P_{MAX_{PV}} = \frac{EV}{X} \underset{V=E}{=} \frac{E^2}{X}$

Nel nodo PQ, $Q=0$ $P_{MAX_{PQ}} = \frac{E^2}{2X} = \frac{P_{MAX_{PV}}}{2}$



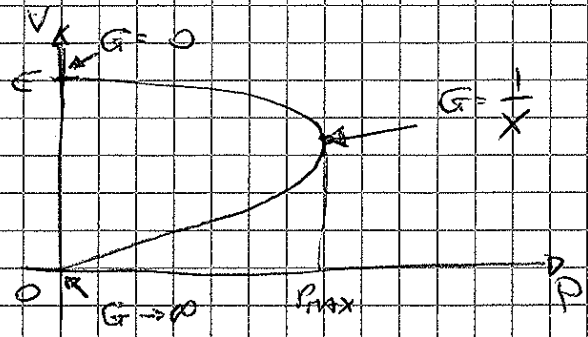
Rappresentano il nodo parametrico

Linea G

$$\begin{cases} V = \frac{\frac{1}{G}}{\sqrt{\frac{1}{G^2} + X^2}} & E = \frac{E}{\sqrt{1 + G^2 X^2}} \\ P = GV^2 = \frac{GE^2}{1 + G^2 X^2} \end{cases}$$

Se $G=0$ $\left. \begin{matrix} V=E \\ P=0 \end{matrix} \right\}$

Se $G \rightarrow \infty$ $\left. \begin{matrix} V=0 \\ P=0 \end{matrix} \right\}$



ci interessa trovare le valore di G per cui $P=P_{MAX} = \frac{E^2}{2X}$

$V = \frac{E}{\sqrt{2}}$

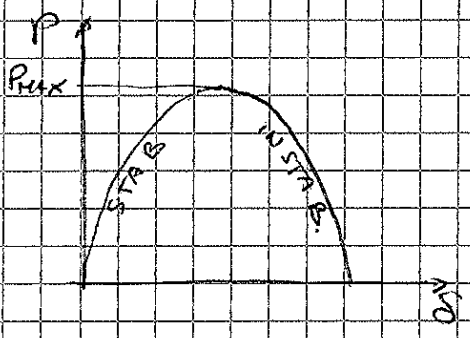
$G_{PM} = \frac{E^2}{2X} = \frac{1}{X}$

Se $0 < G < \frac{1}{X}$ condizioni stabili.

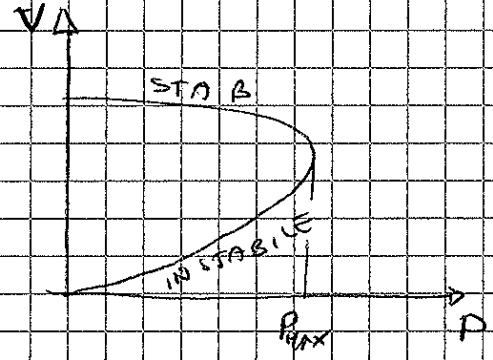
Se $G > \frac{1}{X}$ condizioni instabili.

Per $G = \frac{1}{X}$ si hanno le condizioni di elettrante.

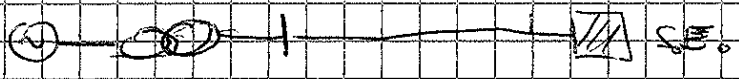
NODO PV



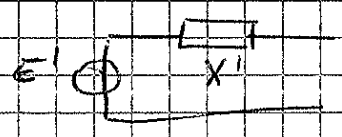
NODO PQ



Stabilità d'angolo

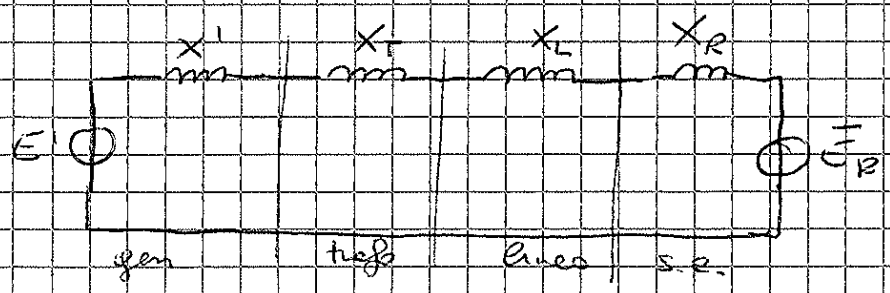


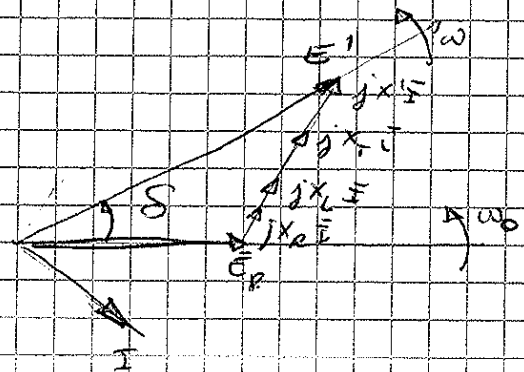
modello del generatore



X' reattanza transitoria
 E' f.e.m. transitoria

E' è correlata con il rotore del generatore





$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_0$$

A regime $\delta = \text{cost.}$

quindi $\omega = \omega_0$

Bilancio di coppia del generatore

$$J \frac{d\omega}{dt} = C_m - C_e$$

↑ coppia meccanica ↑ coppia elettromagn.

$$P_m = C_m \cdot \omega \quad \text{considerando } |\omega - \omega_0| \ll \omega$$

$$P_m \approx C_m \cdot \omega_0$$

$$P_e = C_e \omega \approx C_e \omega_0$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = \omega_0 \left(\frac{P_m - P_e}{\omega_0} \right)$$

$$J \omega_0 \frac{d\omega}{dt} = P_m - P_e$$

$$\begin{cases} \frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_0 \\ J \omega_0 \frac{d\omega}{dt} = P_m - P_e \end{cases}$$

$$P_e = \frac{E' E_R}{X_{eq}} \sin \delta \Rightarrow P_e = P_{MAX} \sin \delta$$

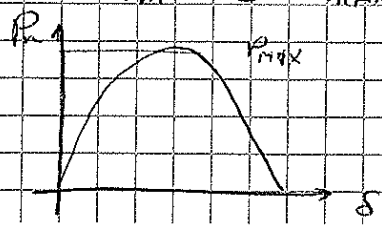
$\underbrace{X_{eq}}_{P_{MAX}}$

$$X_{eq} = X_l + X_T + X_l + X_R$$

$$\begin{cases} \frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_0 \\ J \omega_0 \frac{d\omega}{dt} = P_m - P_{MAX} \sin \delta \end{cases}$$

a regime $\delta = \delta_0$ e $\omega = \omega_0$ - No regime

che $P_m = P_e = P_{MAX} \sin(\delta_0)$



Enunciamo l'equazione nell'intorno del punto di equilibrio

$$\Delta S = S - S_0$$

$$\Delta \omega = \omega - \omega_0$$

$$\Delta P_m = 0 \rightarrow P_m = \text{costante}$$

$$\Delta P_e \approx \left(\frac{\partial P_e}{\partial S} \right) \Delta S = P_{MAX} \cos S_0 \Delta S$$

$$\frac{d \Delta S}{dt} = \Delta \omega$$

$$J \omega_0 \frac{d \Delta \omega}{dt} = \Delta P_m - \Delta P_e = -P_{MAX} \cos(S_0) \Delta S$$

$$\frac{d^2 \Delta S}{dt^2} = \frac{d \Delta \omega}{dt} = - \frac{P_{MAX} \cos(S_0) \Delta S}{J \omega_0}$$

$$\frac{d^2 \Delta S}{dt^2} + \frac{P_{MAX} \cos(S_0) \Delta S}{J \omega_0} = 0$$

$$\lambda^2 + \frac{P_{MAX} \cos(S_0)}{J \omega_0} = 0$$

Se $\cos(S_0) > 0$ $|S_0| < \frac{\pi}{2}$

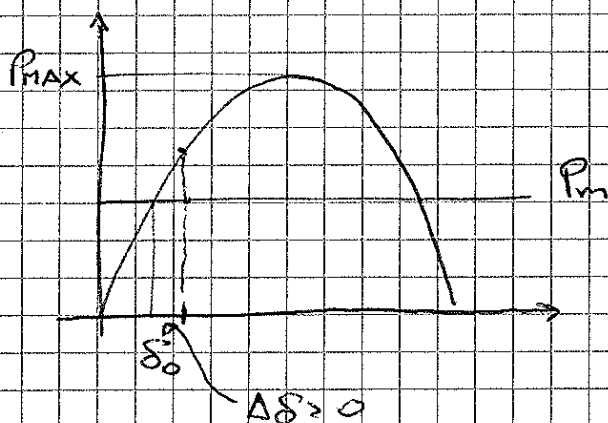
$$\lambda = \pm j \sqrt{\frac{P_{MAX} \cos(S_0)}{J \omega_0}}$$

comportamento oscillatorio
non smorzato
sistema stabile

Se $\cos S_0 < 0$ $\frac{\pi}{2} < |S_0| < \pi$

$$\lambda = \pm \sqrt{\frac{P_{MAX} \cos(S_0)}{J \omega_0}}$$

sistema instabile!



funzione $\Delta S > 0$

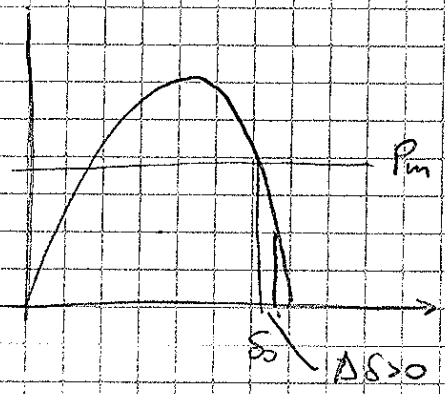
P_m costante

P_e aumenta $\Delta P_e > 0$

ne segue che $\frac{d\omega}{dt} < 0$

il generatore rallenta.

$\frac{dS}{dt} < 0$ S diminuisce

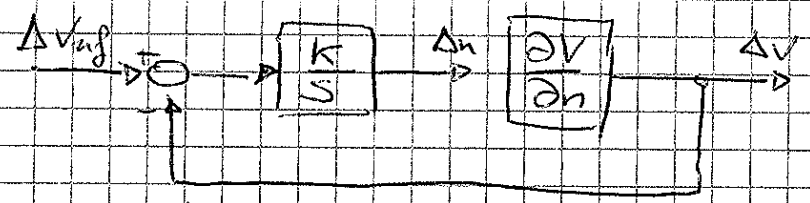
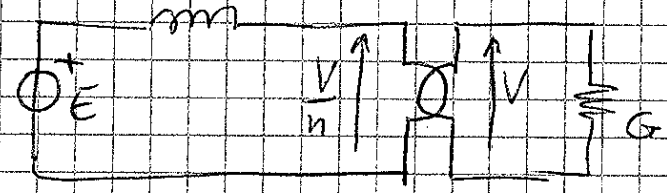
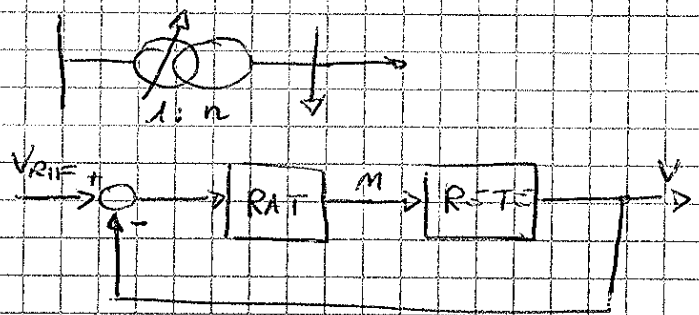
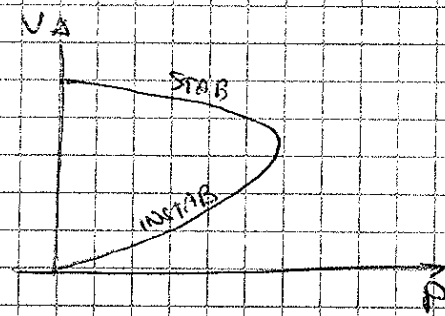


Un $\Delta \delta > 0$ comporta una diminuzione di P_e .
 $\Delta P_e < 0 \Rightarrow \frac{dw}{dt} > 0$
 \Downarrow
 $\frac{d\delta}{dt} > 0$

(44)

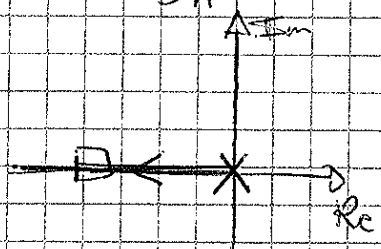
L'angolo δ continua a crescere

Stabilità della tensione



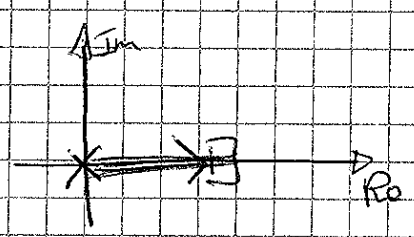
Se $V < V_{RIF}$ è necessario aumentare n

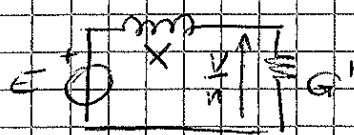
Se $\frac{\partial V}{\partial n} > 0$ abbiamo una retroazione negativa e il sistema risulta stabile e tanto più veloce tanto più K è elevato



Se $\frac{\partial V}{\partial n} < 0$ abbiamo retroazione positiva

Ne risulta che il sistema è instabile





$$G' = n^2 G$$

$$\frac{V}{n} = E \frac{\frac{1}{G'}}{\sqrt{\frac{1}{G'^2} + X^2}} =$$

$$\left(\frac{V}{n}\right)^2 = \frac{E^2}{G'^2 X^2 + 1} \Rightarrow V^2 = \frac{E^2 n^2}{1 + n^4 G^2 X^2}$$

$$2V \frac{\partial V}{\partial n} = E^2 \frac{2n(1 + n^4 G^2 X^2) - n^2 \cdot 4n^3 G^2 X^2}{(1 + n^4 G^2 X^2)^2}$$

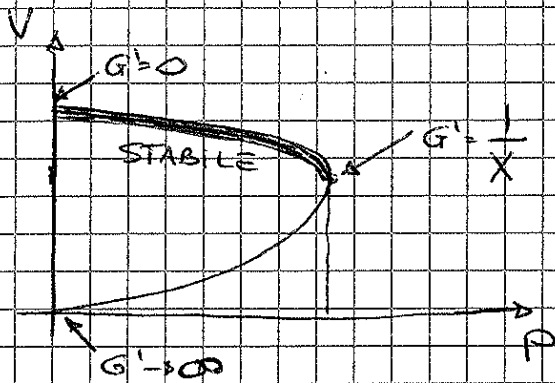
$$\frac{\partial V}{\partial n} > 0$$

se

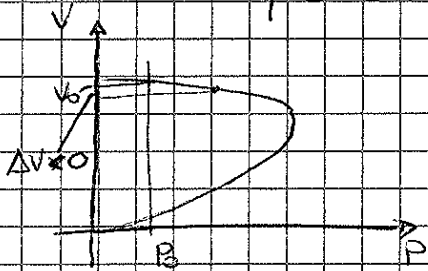
$$1 + n^4 G^2 X^2 - 2n^4 G^2 X^2 > 0$$

$$1 > n^4 G^2 X^2$$

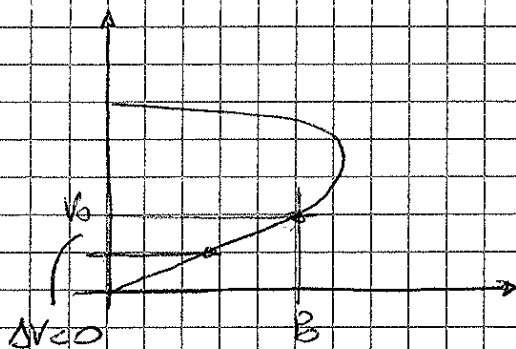
$$1 > \underbrace{n^2 G^2 X^2}_{G'} \Rightarrow G' < \frac{1}{X}$$



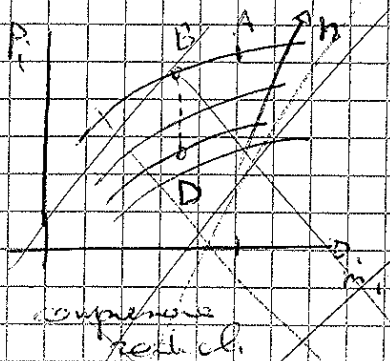
Analisi qualitative



Se $\Delta V < 0$ il regolatore reagisce con un aumento di n che produce un innalzamento di V



$\Delta V < 0$ il regolatore reagisce con un aumento di n , ma $\frac{\partial V}{\partial n} < 0$ quindi si ha un ulteriore abbassamento di V



5) Regolazione ON-OFF. Sotto una potenza di spinta e componente, spesso la potenza supera il limite max di spinta. Deve essere una velocità di un istante che non faccia uscire l'ora dell'operazione della componente. In questo modo si ha una potenza media del valore voluto.

(15)

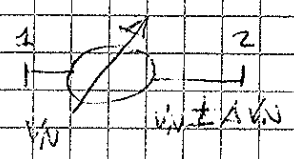
Trasformatori di regolazione

collega due punti con la stessa tensione nominale.

Ne esistono di 2 tipi:

- 1) regolano V tenuto Φ
- 2) regolano V tenuto P

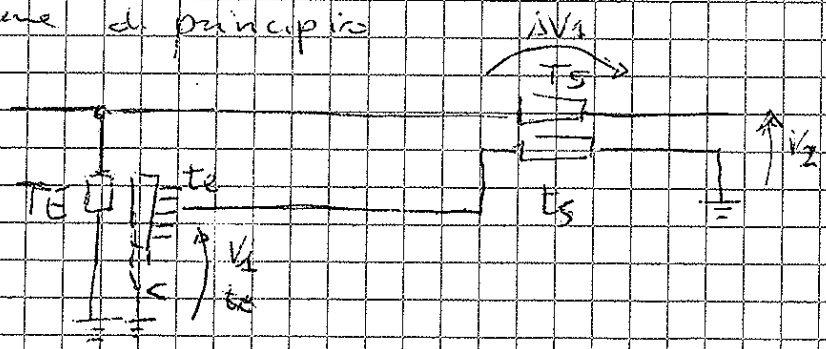
1) Regolatore V Φ



è formato da 2 trasformatori:

- trasformatore di eccitazione (TE)
- trasformatore serie (boost) (TS)

Schemi di principio

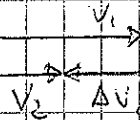
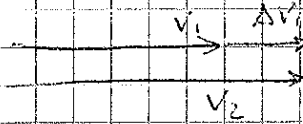


↪ commutatore per il cambio di segno

$$\Delta V_1 = K V_1, \quad K = \frac{1}{t_e t_s}$$

Quando t_e variano lo ΔV_1

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_1 + \Delta V_1$$



La potenza nominale del trasformatore è $\sqrt{3} I_N V_N$

La potenza nominale del trasformatore sono $\sqrt{3} I_N \Delta V_N$

La potenza nominale del trasformatore è $\sqrt{3} I_N \Delta V_N$

$$\frac{S_{NS} + S_{NE}}{S_N} = \frac{2\sqrt{3} I_N (\bar{V}_N + \Delta V_N)}{\sqrt{3} I_N V_N} = \frac{2\Delta V_N}{V_N}$$

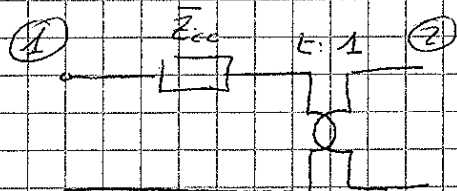
Se $\Delta V_N = 0,15 V_N$ allora $\frac{S_{NS} + S_{NE}}{S_N} = 0,3$

Rispetto di nuclei magnetici si hanno 2 soluzioni:

costituite:

- indiretti: 2 nuclei magnetici distribuiti
- diretti: 1 nucleo magnetico

Circuito equivalente

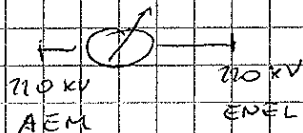


$$V_2 = \bar{V}_1 + \Delta V_1 = (1+K) \bar{V}_1$$

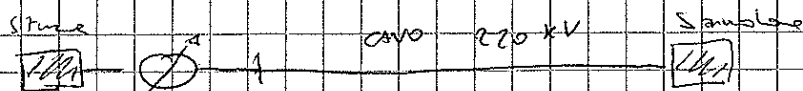
$$t = \frac{1}{1+K} = \frac{1}{1 + \frac{1}{t_e t_s}}$$

Questa tipologia di trasformatori sono usati a Torino ed:

- Mart. netto



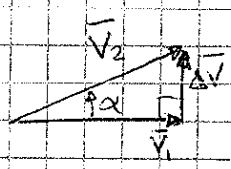
- Stura



2) Regolazione trovata P. Sono regolazioni di fase

Detti PST (Phase Shifting Transformer)

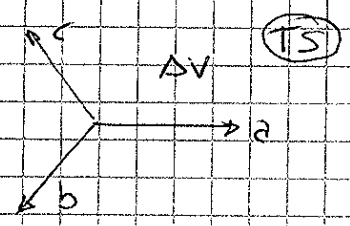
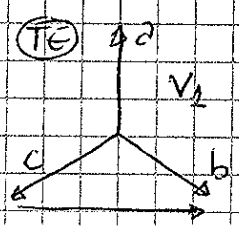
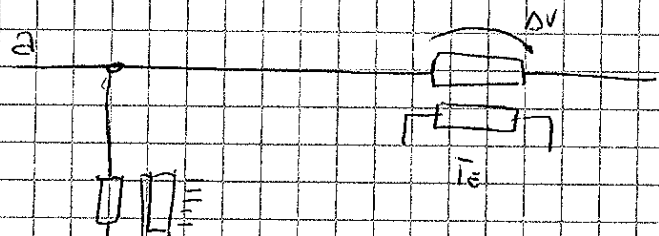
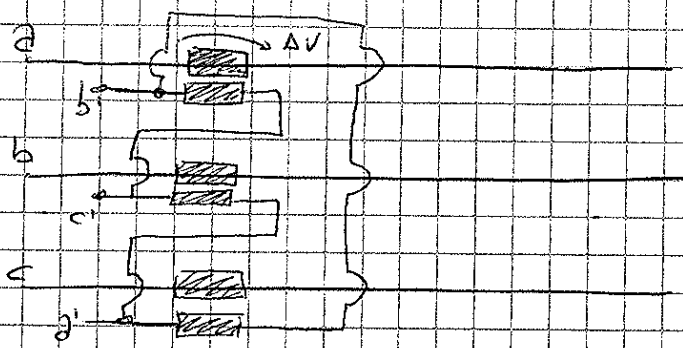
Sono composti da un tubo di eccitazione e da un
 serie



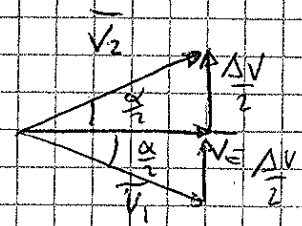
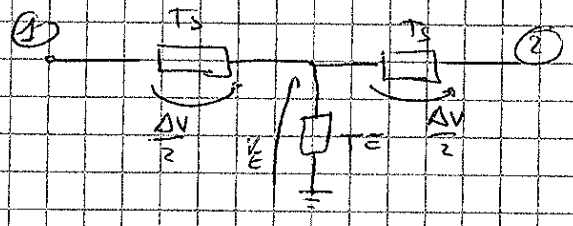
Se $\alpha > 0$ $|V_2| > |V_1|$ $|V_2| = \frac{|V_1|}{\cos \alpha}$

Per ottenere una tensione a 90° si

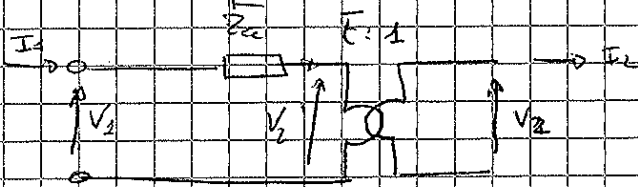
cambia il collegamento tra primario e secondario (perendo
 ad esempio da stella a triangolo)



È possibile eliminare l'elemento di V_2 usando un PST
 simmetrico.



circuito equivalente

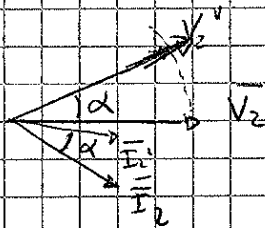


Poiché il trasformatore
 sfasa la tensione alle
 t diventa un numero
 complesso.

$$\bar{E} = E \angle \alpha$$

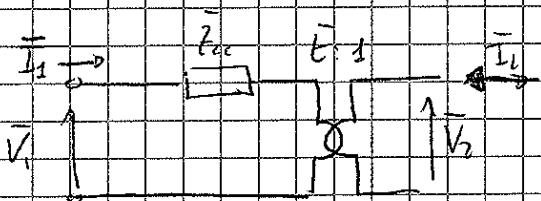
$$\bar{V}_2' = \bar{E} \bar{V}_2$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2' = \frac{\bar{I}_2}{t^*} = \frac{\bar{I}_2}{t} e^{j\alpha}$$



$$\bar{S}_2' = \bar{V}_2' \bar{I}_2' = \bar{E} \bar{V}_2 \cdot \left(\frac{\bar{I}_2}{t^*}\right)^* = \bar{V}_2 \bar{I}_2^* = \bar{S}_2$$

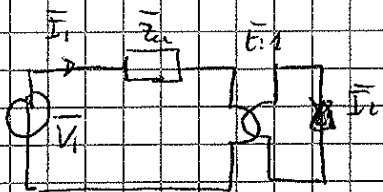
\bar{E} con $\alpha \neq 0$ non soddisfa il principio di reciprocità:
 ne segue che non esiste il circuito equivalente a π



matrice delle ammettenze

$$\begin{cases} \bar{I}_1 = \bar{Y}_{11} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{12} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 = \bar{Y}_{21} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{22} \bar{V}_2 \end{cases}$$

Calcoleremo l'atto 2 e elimineremo l'atto 1

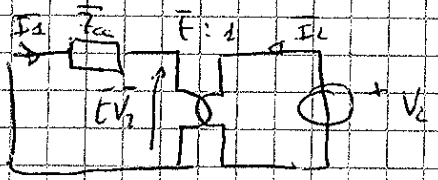


$$Y_{11} = \left. \left(\frac{\bar{I}_1}{\bar{V}_1} \right) \right|_{\bar{V}_2=0} = \frac{1}{Z_{cc}}$$

$$Y_{12} = \left. \left(\frac{\bar{I}_2}{\bar{V}_2} \right) \right|_{\bar{V}_1=0} = -\frac{t^*}{Z_{cc}}$$

$$\bar{I}_2 = -t^* \bar{I}_1 \quad (\text{a } \pi \text{ gradi cioè} \\ \text{combinate di segno di } \bar{I}_1)$$

Contourizzazioni Stato 1 e elemento Stato 2



$$\bar{I}_1 = -\frac{\bar{I}_2}{E^*}$$

$$Y_{22} = \left(\frac{\bar{I}_2}{V_2} \right)_{V_1=0} = \frac{|E|^2}{Z_{cc}}$$

$$\frac{\bar{I}_1}{E V_2} = -\frac{1}{Z_{cc}} \Rightarrow \frac{\bar{I}_1}{V_2} = -\frac{E}{Z_{cc}}$$

$$\Rightarrow \frac{\bar{I}_2}{V_2} = +\frac{E E^*}{Z_{cc}} = \frac{|E|^2}{Z_{cc}}$$

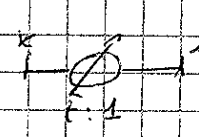
$$\bar{Y}_{21} = \left(\frac{\bar{I}_1}{V_2} \right)_{V_1=0} = -\frac{E}{Z_{cc}}$$

$\bar{Y}_{12} = -\frac{E^*}{Z_{cc}} \neq \bar{Y}_{21}$ perché in un caso compare E e nell'altro E^*

I due valori sono diversi se $\alpha \neq 0$

Ne segue che $[Y]$ non è simmetrica.

Se al posto di considerare $[Y]$ consideriamo $[Y_B]$ (matrice della ammettenze del sistema) otteniamo il medesimo risultato. Infatti:



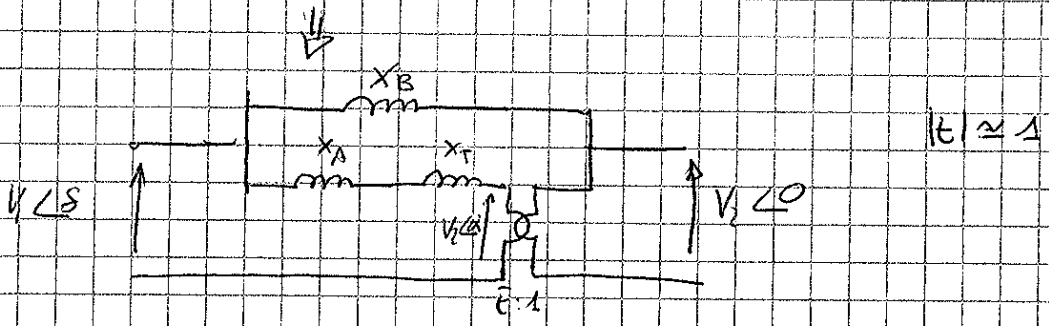
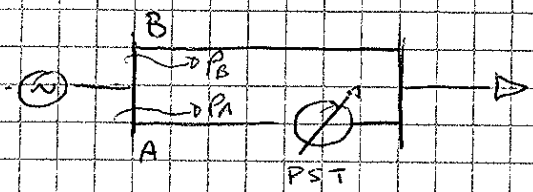
$$Y_{kk} = \frac{1}{Z_{cc}}$$

$$Y_{ii} = Y_{22} = \frac{|E|^2}{Z_{cc}}$$

$$\bar{Y}_{ki} = -\frac{E^*}{Z_{cc}}$$

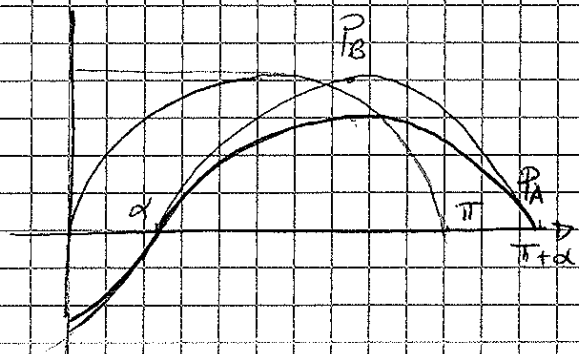
$$\bar{Y}_{ik} = -\frac{E}{Z_{cc}}$$

Consideriamo:

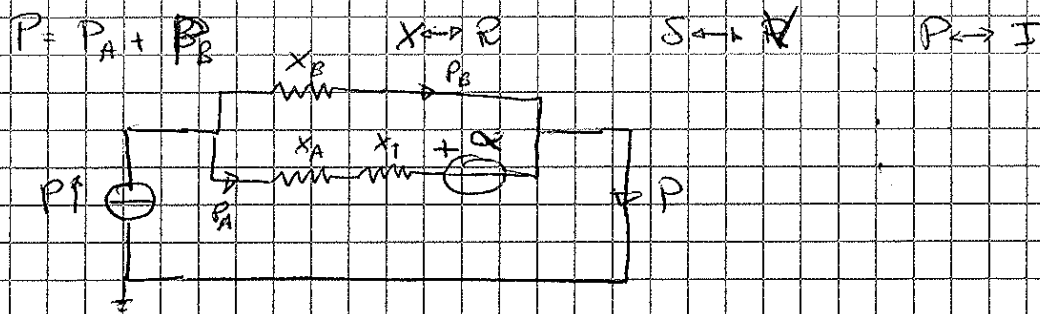


$$P_A = \frac{V_1 V_2}{X_A + X_F} \sin(\delta + \alpha)$$

$$P_B = \frac{V_1 V_2}{X_B} \sin(\delta)$$



Se la potenza da trasferire è negativa P , per capire come si suddivide la potenza trasferita tra le due linee è bene usare il metodo DCLF



1) Valutiamo la ripartizione in assenza di trasformatore ideale ($\alpha=0$ e $X_T=0$)

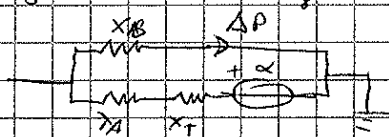
$$P_{A0} = \frac{X_B}{X_A + X_B} P \quad P_{B0} = \frac{X_A}{X_A + X_B} P$$

2) Con il PST possiamo usare la sovrapposizione degli effetti:

Pongo $\alpha=0$

$$P_{A\alpha=0} = \frac{X_B}{X_A + X_B + X_T} P \quad P_{B\alpha=0} = \frac{X_A + X_T}{X_A + X_B + X_T} P$$

Pongo Escluso il generatore P



$$\Delta P = \frac{\alpha}{X_A + X_B + X_T}$$

$$P_A = \frac{X_B P}{X_A + X_B + X_T} - \frac{\alpha}{X_A + X_B + X_T} = \frac{P X_B - \alpha}{X_A + X_B + X_T}$$

$$P_B = \frac{P(X_A + X_T)}{X_A + X_B + X_T} + \frac{\alpha}{X_A + X_B + X_T} = \frac{P(X_A + X_T) + \alpha}{X_A + X_B + X_T}$$

In genere la regolazione di α è $-\alpha_{MAX} < \alpha < \alpha_{MAX}$

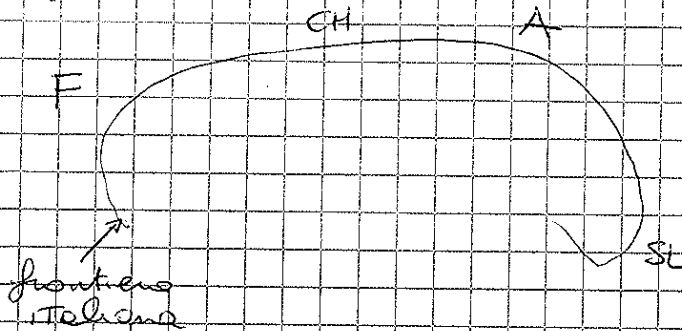
Se $\alpha = 0$ $P_A \neq P_{A0}$ e $P_B \neq P_{B0}$ per effetto della presenza del trasformatore sferatore.

(48)

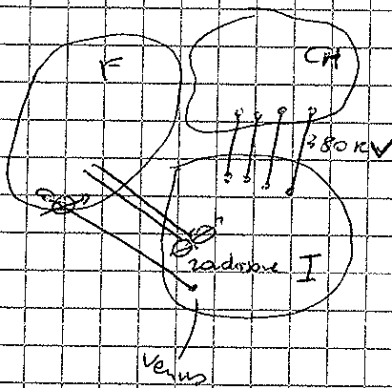
Per ottenere $P_A = P_{A0}$ e $P_B = P_{B0}$ è necessario che

$$\frac{X_T}{\omega L} + \alpha = 0 \quad \text{cioè} \quad \alpha = -X_T P_{A0}$$

PST nel sistema elettrico italiano

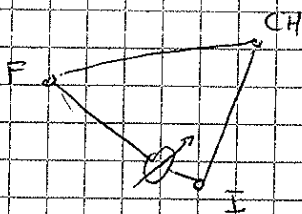


Le frontiere più importanti dal punto di vista energetico sono la F e CH.



Lo scopo del PST è controllare il transito di potenza attiva.

Le potenze importanti di potenza attiva dell'ordine di 6-7 mila MW.



Lavorando sui PST possiamo trovare una rioriezione di potenza attiva in transito attraverso le linee.

È installato un PST anche verso l'Austria.

Si stanno installando dei PST anche in centro Italia per migliorare i transiti di potenza attiva verso il SUD.

ANALISI di SENSITIVITA delle EQUAZIONI DI LOAD FLOW

$$\begin{cases} f(x, u, p) = 0 \\ y = g(x, u, p) \end{cases}$$

p disturbi P_{ik}, Q_{ik} potenza dei carichi

u variabili di controllo:

P_{ek} (slack escluso)

Q_{ek} ^{max} ~~min~~ nodi PQ

V_k ^{max} ~~min~~ nodi PV

t_{ki} trasformatori regolazione

α_{ki} trasformatori regolazione V/Q V/P (PST)

x variabili di stato:

S_k slack escluso

V_k nodi PQ

θ angoli

t_{ki} costanti

Q_{ek} nodi PV

P_{ek}, Q_{ek} nodi slack

Def. $p, u \rightarrow x$

Le variabili di controllo si possono dividere in

-attive (u_p) P_{ek}, α_{ki}

-reattive (u_q) V_k (nodi PV), Q_{ek} (nodi PQ), t_{ki}

consideriamo un generico punto di funzionamento del sistema caratterizzato da p_0, u_0, x_0, y_0 . Si ha che:

$$\begin{cases} f(p_0, u_0, x_0) = 0 \\ y_0 = g(x_0, u_0, p_0) \end{cases}$$

con $\begin{cases} \Delta x = x - x_0 \\ \Delta p = p - p_0 \\ \Delta u = u - u_0 \\ \Delta y = y - y_0 \end{cases}$

linearizziamo le funzioni f :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_0 \Delta x + \left(\frac{\partial f}{\partial u} \right)_0 \Delta u + \left(\frac{\partial f}{\partial p} \right)_0 \Delta p = 0$$

$\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_0$ è matrice quadrata che corrisponde allo Jacobiano dell'equazione di Load Flow (J_{LF})

$$\Delta x = - \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_0^{-1} \left(\frac{\partial f}{\partial u} \right)_0 \Delta u - \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_0^{-1} \left(\frac{\partial f}{\partial p} \right)_0 \Delta p$$

$$- \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_0^{-1} \left(\frac{\partial f}{\partial u} \right)_0 = S_{xu}$$

è la sensitività delle variabili di stato x rispetto alla variabile di controllo u

$$S_{xp} = - \left(\frac{\partial \underline{x}}{\partial \underline{x}} \right)^{-1} \left(\frac{\partial \underline{g}}{\partial \underline{p}} \right) \text{ sensitività di } \underline{x} \text{ rispetto ai disturbi } \underline{p}$$

(49)

$$\Delta \underline{x} = S_{xu} \Delta \underline{u} + S_{xp} \Delta \underline{p}$$

$$(S_{xu})_{ij} = \left(\frac{\Delta x_i}{\Delta u_j} \right)_{\substack{\Delta u_k = 0, k \neq j \\ \Delta p = 0}}$$

Da qui possiamo con la linearizzazione di \underline{g}

$$\Delta \underline{y} = \left(\frac{\partial \underline{y}}{\partial \underline{x}} \right)_0 \Delta \underline{x} + \left(\frac{\partial \underline{y}}{\partial \underline{u}} \right)_0 \Delta \underline{u} + \left(\frac{\partial \underline{y}}{\partial \underline{p}} \right)_0 \Delta \underline{p}$$

da $\Delta \underline{x}$ possiamo sostituire $\Delta \underline{x} = S_{xu} \Delta \underline{u} + S_{xp} \Delta \underline{p}$

$$\Delta \underline{y} = \left(\frac{\partial \underline{y}}{\partial \underline{x}} \right)_0 \left[S_{xu} \Delta \underline{u} + S_{xp} \Delta \underline{p} \right] + \left(\frac{\partial \underline{y}}{\partial \underline{u}} \right)_0 \Delta \underline{u} + \left(\frac{\partial \underline{y}}{\partial \underline{p}} \right)_0 \Delta \underline{p} \rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta \underline{y} = \underbrace{\left[\left(\frac{\partial \underline{y}}{\partial \underline{x}} \right)_0 S_{xu} + \left(\frac{\partial \underline{y}}{\partial \underline{u}} \right)_0 \right]}_{S_{yu}} \Delta \underline{u} + \underbrace{\left[\left(\frac{\partial \underline{y}}{\partial \underline{x}} \right)_0 S_{xp} + \left(\frac{\partial \underline{y}}{\partial \underline{p}} \right)_0 \right]}_{S_{yp}} \Delta \underline{p}$$

$S_{yu} = \left(\frac{\partial \underline{y}}{\partial \underline{x}} \right)_0 S_{xu} + \left(\frac{\partial \underline{y}}{\partial \underline{u}} \right)_0$ è la sensitività di \underline{y} rispetto alle variazioni di controllo \underline{u}

$S_{yp} = \left(\frac{\partial \underline{y}}{\partial \underline{x}} \right)_0 S_{xp} + \left(\frac{\partial \underline{y}}{\partial \underline{p}} \right)_0$ è la sensitività di \underline{y} rispetto ai disturbi \underline{p} .

$S_{xp}, S_{xu}, S_{yp}, S_{yu}$ sono matrici piene perché nel loro calcolo interviene $J_{\underline{x}}^{-1}$ che è matrice piena.

Delle matrici di sensitività vengono calcolate parti di colonne.

Per calcolare R_{ij} abbiamo relazione a Δu_j imponendo

$\Delta u_k = 0 \quad \forall k \neq j$ e $\Delta p = 0$ ci calcolano \underline{x}' e \underline{y}'

$$(S_{xu})_{col j} = \frac{x' - x_0}{\Delta u_j}$$

$$(S_{yu})_{col j} = \frac{y' - y_0}{\Delta u_j}$$

In nodo analogo si calcolano le matrici di sensitività rispetto ai disturbi.

Se sono valide le condizioni di disaccoppiamento (cioè

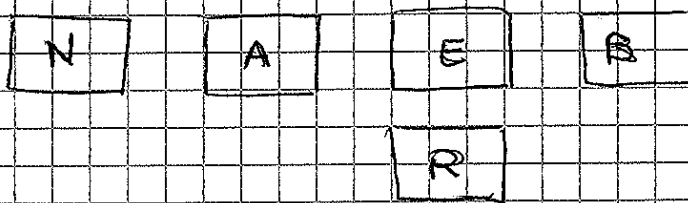
$R \ll X$, $\forall_k \approx 1$ e $|S_k - S_i| \ll 1$) allora anche le matrici di sensitività risultano disaccoppiate

Se Δu_j è di tipo reattivo e non in condizioni di disaccoppiamento allora anche le sensitività sono di tipo reattivo.

Disaccoppiamento spaziale: riguarda le estensioni spaziali delle variazioni che osserviamo. Le variazioni di tipo reattivo di Δu e Δp hanno effetto tipicamente locale.

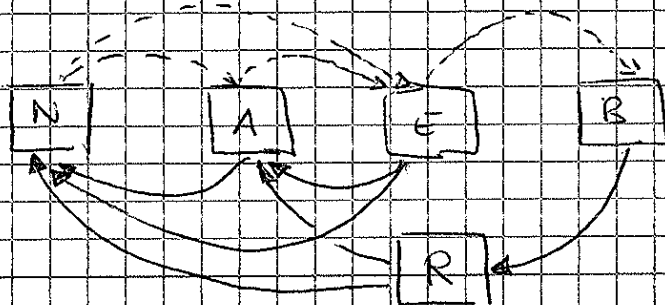
Le variazioni di tipo attivo di Δu e Δp dipendono dal bilanciamento complessivo della potenza attiva.

Stati del sistema elettrico



- N: normale
- A: allerta
- E: emergenza
- B: black-out
- R: ripristino (o ricomposizione)

- - - transizioni dovute a eventi accidentali che determinano la perdita di elementi del sistema (linee, trafe, generatori).
- transizioni dovute ad azioni di controllo automatiche o manuali.



Limiti di funzionamento del sistema elettrico:

- $I \leq I_{MAX}$ limiti termici
 - $V_{MIN} \leq V \leq V_{MAX} \rightarrow$ selezione materiali isolanti e corretta impiego delle macchine elettriche che fanno uso di materiali ferromagnetici (saturazione)
- ↓
- qualità della fornitura