

$\bar{E} - V = \frac{RP + XQ}{V}$ e la formula della caduta di tensione induttiva

Funzioni iperboliche ($x \in \mathbb{R}$)

$\cosh = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ $\sinh = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ $\tanh = \frac{\sinh}{\cosh}$

in accordo de

$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$ $\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2j}$

$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$

Se $\bar{z} \in \mathbb{C}$

$\cosh \bar{z} = \frac{e^{\bar{z}} + e^{-\bar{z}}}{2}$ $\sinh = \frac{e^{\bar{z}} - e^{-\bar{z}}}{2}$

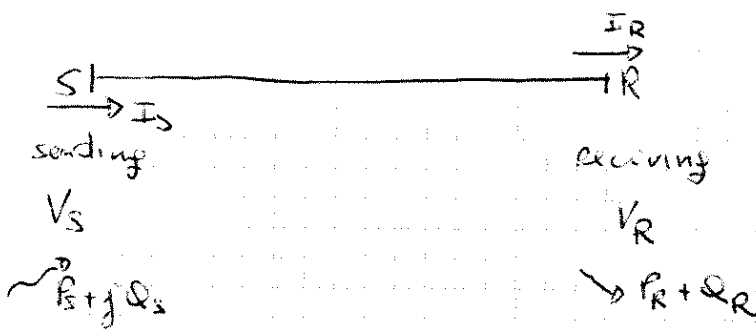
$e^{\bar{z}} = e^{x+jy} = e^x (\cos y + j \sin y)$

Ad noi interessa il caso in cui $\bar{z} = jy$

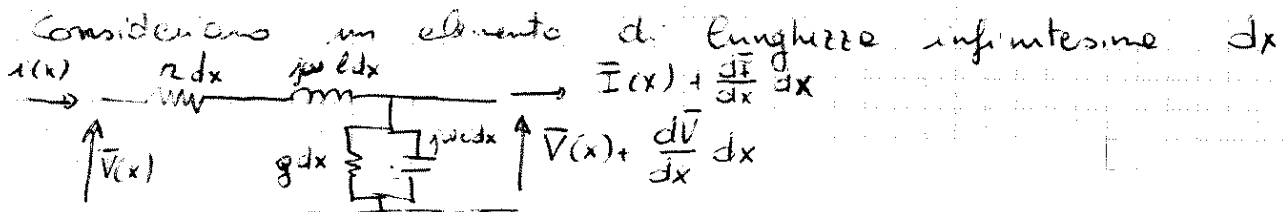
$\cosh(jy) = \frac{e^{jy} + e^{-jy}}{2} = \cos y$
 $\sinh(jy) = j \frac{e^{jy} - e^{-jy}}{2} = j \sin y$ $\left. \begin{matrix} \cosh(jy) = \cos y \\ \sinh(jy) = j \sin y \end{matrix} \right\} \tanh(jy) = j \tan(y)$

Linee elettriche

Noi consideriamo linee elettriche 3-fas. simmetriche funzionanti in regime trifase simmetrico ed equilibrato funzionanti in sequenza diretta



Definiamo a la lunghezza della linea



Sono stati introdotti z, g, l, c parametri della linea per unità di lunghezza.

z è resistenza per unità di lunghezza e rappresenta le perdite per effetto Joule nei conduttori.

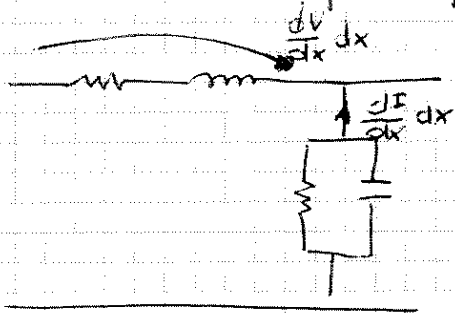
l è induttanza per unità di lunghezza e rappresenta gli effetti del campo magnetico prodotto dalle correnti di percorrenza i conduttori.

c è la capacità per u.d.l. e rappresenta gli effetti del campo elettrico.

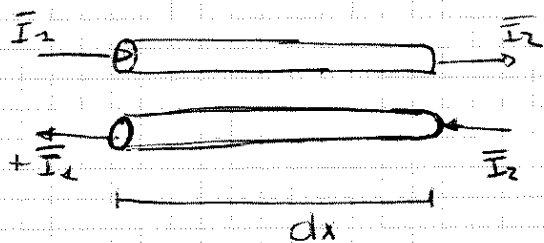
g è la conduttanza per u.d.l. ^{representa} le perdite nel materiale isolante.

La tensione che cade su $z dx + j\omega l dx$ è $\frac{dV}{dx} dx$

La corrente che esce per $g dx + j\omega c dx$ vale $\frac{dI}{dx} dx$



$$\begin{cases} \frac{dV}{dx} = - (z + j\omega l) \bar{I} \\ \frac{dI}{dx} = - (g + j\omega c) \bar{V} \end{cases}$$



$\bar{I}_1 \neq \bar{I}_2$ perché i conduttori si comportano come condensatori.

Definiamo le condizioni al contorno in $x=a$ $V(a) = V_R$ e $I(a) = I_R$

$$\frac{d^2 \bar{V}}{dx^2} = - (z + j\omega l) \frac{d\bar{I}}{dx}$$

ipotesi: z, l indipendenti da x

$$\frac{d^2 \bar{V}}{dx^2} = (z + j\omega l) (g + j\omega c) \bar{V}$$

$\gamma = \sqrt{(z + j\omega l)(g + j\omega c)}$ $[\text{m}^{-1}]$
costante di proporzionalità

$$\frac{d^2 \bar{V}}{dx^2} = \gamma^2 \bar{V}$$

$$\bar{V} = \bar{A} e^{\bar{\gamma}x} + \bar{B} e^{-\bar{\gamma}x}$$

Ritroviamo ora \bar{I}

$$\frac{d\bar{I}}{dx^2} = -(\bar{g} + j\omega c) \frac{d\bar{V}}{dx} = (\bar{g} + j\omega c)(z + j\omega l) \bar{I} = \bar{\gamma}^2 \bar{I}$$

$$\bar{I} = -\frac{1}{z + j\omega l} \frac{d\bar{V}}{dx} = \frac{\bar{\gamma}}{z + j\omega l} (\bar{B} e^{-\bar{\gamma}x} - \bar{A} e^{\bar{\gamma}x})$$

$\underbrace{\frac{\bar{\gamma}}{z + j\omega l}}_{\frac{1}{\bar{Z}_0}}$

$$\bar{Z}_0 = \sqrt{\frac{z + j\omega l}{\bar{g} + j\omega c}} \quad \text{impedenza caratteristica}$$

$$\bar{I} = \frac{1}{\bar{Z}_0} (\bar{B} e^{-\bar{\gamma}x} - \bar{A} e^{\bar{\gamma}x})$$

$$\begin{cases} \bar{V}(a) = \bar{V}_R = \bar{A} e^{\bar{\gamma}a} + \bar{B} e^{-\bar{\gamma}a} & \text{risolvendo il sistema A e B in} \\ \bar{I}(a) = \frac{1}{\bar{Z}_0} (\bar{B} e^{-\bar{\gamma}a} - \bar{A} e^{\bar{\gamma}a}) = \bar{I}_R & \text{funzioni } \bar{V}_R \text{ e } \bar{I}_R \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{V}(0) = \cosh(\bar{\gamma}a) \bar{V}_R + \bar{Z}_0 \sinh(\bar{\gamma}a) \bar{I}_R = \bar{V}_S \\ \bar{I}(0) = \frac{\sinh(\bar{\gamma}a)}{\bar{Z}_0} \bar{V}_R + \cosh(\bar{\gamma}a) \bar{I}_R = \bar{I}_S \end{cases}$$

In generale

$$\begin{cases} \bar{V}(x) = \cosh(\bar{\gamma}(a-x)) \bar{V}_R + \bar{Z}_0 \sinh(\bar{\gamma}(a-x)) \bar{I}_R \\ \bar{I}(x) = \frac{\sinh(\bar{\gamma}(a-x))}{\bar{Z}_0} \bar{V}_R + \cosh(\bar{\gamma}(a-x)) \bar{I}_R \end{cases}$$

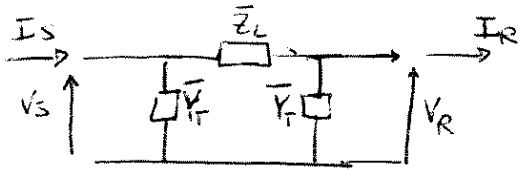


$$\begin{Bmatrix} \bar{V}_S \\ \bar{I}_S \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{V}_R \\ \bar{I}_R \end{Bmatrix} \quad \begin{matrix} A = \cosh(\bar{\gamma}a) & B = \bar{Z}_0 \sinh(\bar{\gamma}a) \\ C = \frac{\sinh(\bar{\gamma}a)}{\bar{Z}_0} & D = \cosh(\bar{\gamma}a) \end{matrix}$$

$$AD - BC = +1 \quad \text{reciprocità}$$

Perché $A = D$ allora si possono scambiare R e S.

Cerchiamo un circuito equivalente che rappresenti questi relazioni.
Scegliamo quello a Π



Troviamo \bar{Y}_T e \bar{Z}_L

La corrente che percorre Z_L è $\bar{I}_R + \bar{Y}_T \bar{V}_R$

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R + \bar{Z}_L (\bar{I}_R + \bar{Y}_T \bar{V}_R) = (1 + \bar{Y}_T \bar{Z}_L) \bar{V}_R + \bar{Z}_L \bar{I}_R$$

$$\boxed{\bar{Z}_L = \bar{Z}_0 \operatorname{csch}(\bar{\gamma} a)}$$

$$(1 + \bar{Z}_L \bar{Y}_T) = \cosh(\bar{\gamma} a) \quad \bar{Y}_T = \frac{\cosh(\bar{\gamma} a) - 1}{\bar{Z}_0 \operatorname{csch}(\bar{\gamma} a)}$$

Ricordiamo che

$$\cosh(2z) = 2 \cosh^2(z) - 1$$

$$\sinh(2z) = 2 \sinh(z) \cosh(z)$$

Poniamo $2z = \bar{\gamma} a \quad z = \frac{\bar{\gamma} a}{2}$

$$\bar{Y}_T = \frac{\cosh^2\left(\frac{\bar{\gamma} a}{2}\right) - 1}{\bar{Z}_0 \sinh\left(\frac{\bar{\gamma} a}{2}\right) \cosh\left(\frac{\bar{\gamma} a}{2}\right)} = \frac{\sinh^2\left(\frac{\bar{\gamma} a}{2}\right)}{\bar{Z}_0 \sinh\left(\frac{\bar{\gamma} a}{2}\right) \cosh\left(\frac{\bar{\gamma} a}{2}\right)} = \boxed{\frac{\tanh\left(\frac{\bar{\gamma} a}{2}\right)}{\bar{Z}_0}}$$

Linea senza perdite

Ipotesi $R=0 \quad G=0$

Per verificare se è possibile trascurare R bisogna che ecc...

$$\bar{\gamma} = \sqrt{j\omega L j\omega C} = \sqrt{-\omega^2 LC} = j\omega \sqrt{LC}$$

$$\bar{Z}_0 = \sqrt{\frac{j\omega L}{j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \text{è indipendente da } \omega!!$$

$$\bar{\gamma} a = j\omega \sqrt{LC} a = j\theta \quad \text{definiamo } \theta = \omega \sqrt{LC} a$$

$$\cosh(\bar{\gamma} a) = \cosh(j\theta) = \cos \theta$$

$$\sinh(\bar{\gamma} a) = \sinh(j\theta) = j \sin \theta$$

$$\tanh\left(\frac{\bar{\gamma} a}{2}\right) = j \tan \frac{\theta}{2}$$

Le equazioni delle linee senza perdite diventano

$$\bar{V}_S = \cos \theta \bar{V}_R + j \bar{Z}_0 \sin \theta \bar{I}_R$$

$$I_B = j \frac{\sin \theta}{z_0} V_R + \cos \theta I_R$$

Nel modello a π i parametri risultano

$$\bar{Z}_L = j z_0 \sin \theta \quad X_L = z_0 \sin \theta$$

$$\bar{Y}_T = \frac{j \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}{z_0} = j \frac{B_T}{X_T} \text{ suscettanza}$$

$\theta = \omega \sqrt{\epsilon_c} a$ interpretazione:

In una linea senza perdite $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_c}}$ è la velocità di propagazione - $\lambda = v T = \frac{\sqrt{2\pi}}{\omega}$ è la lunghezza d'onda

$$\theta = \omega \frac{a}{v} = \omega t_p \quad \text{con } t_p \text{ tempo di propagazione dell'onda}$$

θ è l'angolo di fase e pulsazioni ω nel tempo di propagazione

$$\theta = \frac{2\pi a}{\lambda}, \quad \frac{a}{\lambda} \text{ è dimensionale}$$

$$\frac{a}{\lambda} = \frac{1}{4} \longrightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$a = \frac{\lambda}{2} \longrightarrow \theta = \pi$$

$$a = \lambda \longrightarrow \theta = 2\pi$$

Nelle linee aeree v è ^{aria} la velocità della luce nel vuoto $v = 300000 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 300 \frac{\text{m}}{\text{ms}}$

La lunghezza d'onda a 50 Hz è $\lambda \approx 6000 \text{ km}$

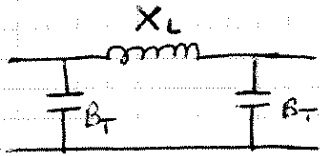
λ è grande rispetto alle scale delle singole linee. Nelle linee aeree reali $\theta \ll \frac{\pi}{2}$

Per le linee in cavo la velocità di propagazione è pari a quella della luce in mezzo isolante e vale $v \approx 100000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ ($\epsilon_r \approx 9$)

$$X_L = z_0 \sin \theta > 0 \quad \text{se } \theta < \frac{\pi}{2} \quad (a < \frac{\lambda}{4})$$

$$B_T = \frac{\tan \theta \left(\frac{\theta}{2}\right)}{z_0} > 0 \quad \text{se } \theta < \frac{\pi}{2} \quad (a < \frac{\lambda}{4})$$

questo implica che il modello π è:



Parametri della linea per unità per unità di lunghezza

r: è resistenza per u.d.l.

Dato S sezione del conduttore

$$r = \frac{\rho}{S} K \quad K > 1 \text{ coefficiente che tiene conto dell'effetto pelle}$$

resistenza per u.d.l. in DC

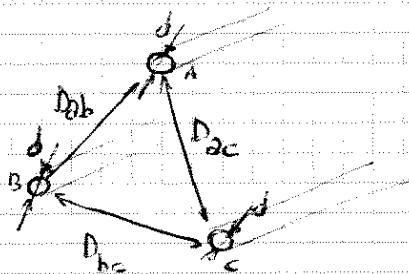
R dipende dalla Temperatura. In genere si assume valori di temperatura $55 \div 60^\circ C$.

g: conduttanza per u.d.l. $g=0$ nelle linee di trasporto

l: induttanza per u.d.l.

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2 D_m}{K_L d}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m} = 0,4 \pi \frac{mH}{km}$$



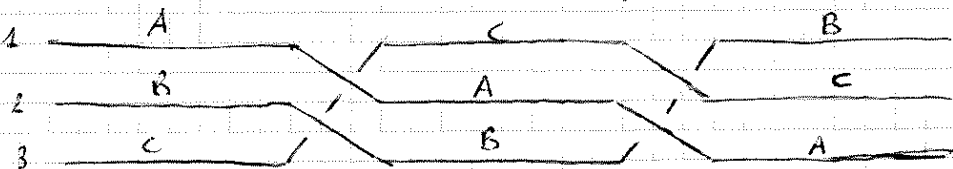
$$D_m = \sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ac}}$$

$K_L < 1$ tiene conto della presenza di campo magnetico all'interno del conduttore

$d_e = d K_L$ è il fine dell'induttanza possiamo introdurre un conduttore di diametro $d_e < d$ senza campo magnetico all'interno del conduttore.

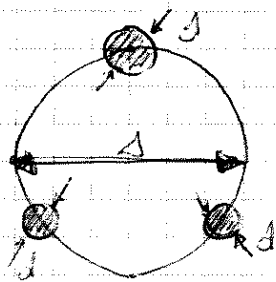
In DC $K_L = e^{-\frac{1}{4}} \approx 0,778$

Perché le linee non sono fisicamente simmetriche supponiamo che i conduttori vengano trasposti



La trasposizione introduce una distanza netta di tipo geometrico

Per le linee AT con conduttori in fascio



n conduttori
1 fase

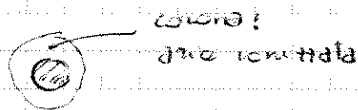
Le linee aere AT hanno conduttori b. metallici.

- nucleo in acciaio (resista e sollecitazioni meccaniche)

- mantello in alluminio (conduzione)

$$K_L \approx 0,8 - 0,95$$

Il fascio di conduttori serve per contrastare l'effetto corona



Le corone creano disturbi (acustici ed elettromagnetici) e anche perdite.

L'utilizzo di conduttori in fascio comporta una variazione di calcolo di ℓ .

$$\ell = \frac{\mu_0}{2\pi} \ell_n \frac{2D_m}{d_{eq}}$$

$$d_{eq} = \sqrt[n]{K_L d \Delta^{n-1} n}$$

Nota se $n=1$ $d_{eq} = K_L d$ e si ritorna alla formula precedente.

Tomando il caso precedente possiamo suddividere ℓ in

$$\ell = \frac{\mu_0}{2\pi} \ell_n \frac{2D_m}{K_L d} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\ell_n \frac{2D_m}{d} - \ell_n \left(\frac{1}{K_L} \right) \right) \text{ dove}$$

$$\frac{\mu_0}{2\pi} \ell_n \frac{2D_m}{d} \text{ è } \ell_{ext} \text{ e}$$

$$- \frac{\mu_0}{2\pi} \ell_n \frac{1}{K_L} \text{ è } \ell_{int} \text{ (in DC } \ell_{int} = \frac{\mu_0}{8\pi} \text{)}$$

Tomiamo ai conduttori in fascio

il diametro equivalente è una media geometrica. A

crescere del n° di conduttori d_{eq} cresce sempre.

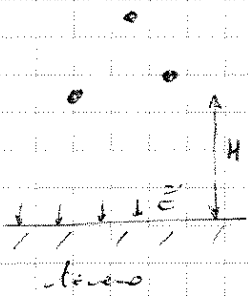
Gli approssimati introducono dei coefficienti:

GMD: geometric mean distance GMD = D_m

GMR: geometric mean radius GMR = $\frac{d_{eq}}{2}$

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{GMD}{GMR}$$

C : capacità per unità di lunghezza



Il campo elettrico prodotto da una linea è sempre ortogonale al terreno!!

Il calcolo preciso viene fatto con il metodo delle immagini.

Il valore della capacità dipende da H e dalle distanze tra i conduttori. Se, come accade spesso, $H \gg D_m$ allora

$$C = \frac{2\pi \epsilon_0}{\ln \frac{2D_m}{d_{eq}}} \quad \epsilon_r = 1 \quad \epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^9 \frac{F}{m} = 8,854 \frac{nF}{km}$$

$$D_m = \sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ca}} \quad d_{eq} = \sqrt[n]{n d \Delta^{n-1}}$$

Nota: nel calcolo di d_{eq} non si ha un elemento envelope al K_2 del calcolo dell'induttanza.

Se moltiplichiamo L e C nel caso $K_L = 1$ si ha che

$$LC = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot 2\pi \epsilon_0 = \mu_0 \epsilon_0 \Rightarrow n = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = c \text{ velocità luce nel vuoto}$$

Valori tipici dei parametri

induttanze: $x = \omega L$ a 50 Hz $x \approx 0,4 \Omega/km$ se $n=1$

$x \approx 0,3 \Omega/km$ se $n=2$

$x \approx 0,25 \Omega/km$ se $n=3$

In genere si usano 1 conduttore per fase per $V \leq 150 kV$

si usano 1-2 conduttori per tensione 110-130 kV

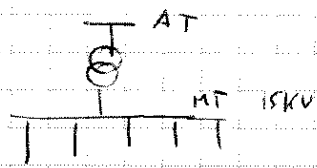
si usano 2-3 conduttori (3 Italia) per tensione 380-400 kV

come si può notare X non dipende molto dalle tensioni perché se V aumenta D_m aumenta, ma anche d_{eq} aumenta, inoltre il rapporto $\frac{D_m}{d_{eq}}$ è all'interno del logaritmo (che rende più leggera la variazione).

capacità $C \approx 8 \cdot 13 \frac{nF}{km}$. Per la capacità si ha il famoso contro rispetto all'induttanza: se n aumenta aumenta anche C .

$n=1 \quad C \approx 9 \frac{nF}{km} \quad n=3 \quad C \approx 13 \frac{nF}{km}$

Esempio



Linee aeree con estensione 100 km

$$l = \frac{0,4}{2\pi f} = 1,11 \frac{nH}{km} \quad C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{l} = 3,3 \frac{nF}{km}$$

$$f_{FT} = 3 \omega G_{tot} E = \text{stabilità}$$

G_{tot} è capacità alla seguente espressione $\epsilon_0 = 9 \cdot 10^{-12} F/m$

Linee in cavo

Le dimensioni dei conduttori sono dello stesso ordine di grandezza delle distanze tra i conduttori.

Si ha la presenza di schermi metallici (aumentano le perdite e diminuiscono i valori di C)

Gli argomenti dei logaritmi sono più piccoli, infatti l'aumentare i ~~capacità~~ conduttori fa diminuire l'induttanza

$$X = 0,1 \div 0,2 \frac{\Omega}{km} \text{ a } 50 \text{ Hz}$$

BT \nearrow \nwarrow AT

$$X_{MT} \approx 0,12 \frac{\Omega}{km}$$

capacità: la differenza delle linee aeree bisogna tenere presente

$$E_2 \approx 9. \text{ Ne segue che } v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0}} \approx 100000 \frac{km}{s}$$

Le capacità tipiche sono molto superiori e quelle delle linee aeree

$$C \approx 150-600 \frac{nF}{km}$$

L'over capacità così alte rendono impossibile avere linee AT molto lunghe in cavo.

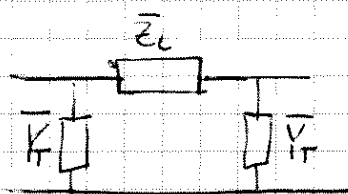
resistenza $z = k_R \frac{\rho}{s}$ ρ dipende dal materiale (in genere rame o alluminio)
 quindi $z \propto \frac{1}{s}$. Per le linee in AT $\frac{X}{z} \gg 1$ (e 220/380kV
 vol. ~ 10)

in MT $z \sim X$

in BT si può trovare di tutto (nonon elvete $z \sim X$)
 (nonon piccolo $z \gg X$)

Approssimazione per linee di lunghezza "medie"

si intende $a < 200-300$ km



$$\bar{Z}_L = \bar{Z}_0 \operatorname{sinh}(\bar{\gamma} a)$$

$$Y_T = \frac{1}{\bar{Z}_0} \operatorname{tanh}\left(\frac{\bar{\gamma} a}{2}\right)$$

$$\bar{Z}_0 = \sqrt{\frac{z + j\omega l}{g + j\omega c}}$$

$$\bar{\gamma} = \sqrt{(z + j\omega l)(g + j\omega c)}$$

ricordiamo $e^{\bar{z}} \approx 1 + \bar{z}$ $|\bar{z}| \ll 1$

$$\operatorname{sinh}(\bar{z}) = \frac{e^{\bar{z}} - e^{-\bar{z}}}{2} \approx \frac{1 + \bar{z} - (1 - \bar{z})}{2} = \bar{z}$$

$$\operatorname{cosh}(\bar{z}) = \frac{e^{\bar{z}} + e^{-\bar{z}}}{2} \approx \frac{1 + \bar{z} + (1 - \bar{z})}{2} = 1$$

$$\operatorname{tanh}(\bar{z}) \approx \bar{z}$$

Z_L può essere approssimata con

$$\bar{Z}_L = \bar{Z}_0 \operatorname{sinh}(\bar{\gamma} a) \approx \bar{Z}_0 \bar{\gamma} a \quad \text{per } |\bar{\gamma} a| \ll 1$$

$$\bar{Z}_L \approx (z + j\omega l) a$$

introduciamo $\kappa = \omega l$

$$\bar{Z}_L \approx z a + j\kappa a$$

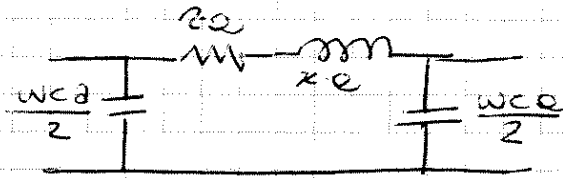
Y_T può essere approssimata $Y_T = \frac{1}{\bar{Z}_0} \operatorname{tanh}\left(\frac{\bar{\gamma} a}{2}\right) \approx \frac{\bar{\gamma} a}{2 \bar{Z}_0}$

$$Y_T \approx \frac{(g + j\omega c) a}{2}$$

in genere $g \ll \omega c$

$$Y_T \approx j\omega c \frac{a}{2}$$

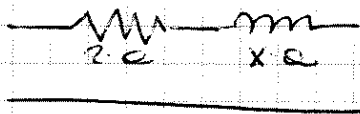
il risultato trovato può essere interpretato in questo modo:



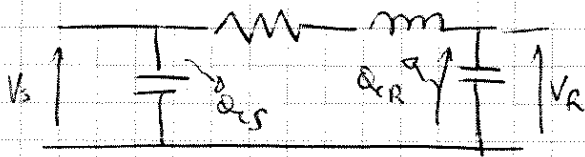
quindi dato linea con parametri r, c, l

- r_a è resistenza totale
- x_e reattanza totale
- c_a capacità totale.

Si può semplificare ulteriormente il modello eliminando gli effetti capacitivi utilizzando l'approssimazione per le "linee corte" dove non conta soltanto la lunghezza ma anche V_{nom} e il tipo di linea (aerea o in cavo).
In questo caso la linea può essere approssimata:



Questo modello dipende da V_{nom} e tipo linea perché l'approssimazione dipende dalla potenza reattiva messa in gioco. Infatti



$$Q_{CR} = \omega c \frac{a}{2} V_R^2$$

$$Q_{CS} = \omega c \frac{a}{2} V_S^2$$

$$V_R \approx V_{nom} \quad V_S \approx V_{nom}$$

$$Q_C \approx \omega c a V_{nom}^2$$

Dobbiamo confrontare la potenza reattiva con la potenza apparente legata a V_{nom} (oppure ~~ella~~ ^{con} potenza in uscita da V_R)

$$S = \sqrt{3} V_{nom} I_{max}$$

$$\frac{Q_C}{S} \propto c a V_n$$

Normalmente nelle linee AT si rappresentano gli effetti in cavo (cioè per linee aeree o per cavo).

Nelle linee MT si considera la capacità per le linee in cavo e non si considera per le linee aeree.

Nelle linee BT non si considera la capacità.

Consideriamo una linea senza perdite ($r=g=0$)

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0}}$$

Consideriamo il funzionamento a vuoto, a carico caratteristico e con tensione imposta agli estremi.

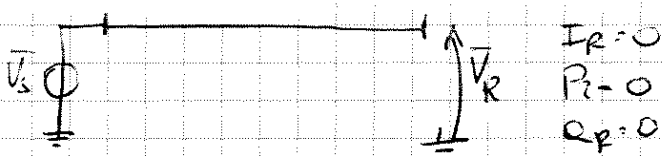
Ricordiamo che $z_L = \sqrt{\frac{l}{c}}$ $\gamma a = j\theta$ con $\theta = \omega \sqrt{lc}$ e

$$\begin{cases} \bar{V}_S = \cos \theta \bar{V}_R + j z_0 \sin \theta \bar{I}_R \\ \bar{I}_S = j \frac{\sin \theta}{z_0} \bar{V}_R + \cos \theta \bar{I}_R \end{cases}$$

Se consideriamo un generico punto a distanza x dall'inizio delle linee allora $\gamma a \rightarrow \gamma(a-x)$

$$\begin{cases} \bar{V}_S = \cos \left[\theta \left(1 - \frac{x}{a} \right) \right] \bar{V}_R + j z_0 \sin \left[\theta \left(1 - \frac{x}{a} \right) \right] \bar{I}_R \\ \bar{I}_S = \frac{j \sin \left[\theta \left(1 - \frac{x}{a} \right) \right]}{z_0} \bar{V}_R + \cos \left[\theta \left(1 - \frac{x}{a} \right) \right] \bar{I}_R \end{cases}$$

Consideriamo linee senza perdite e vuoto

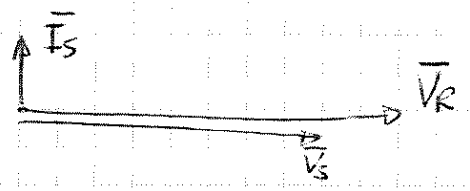


$$\begin{cases} \bar{V}_S = \cos \theta \bar{V}_R \\ \bar{I}_S = j \frac{\sin \theta}{z_0} \bar{V}_R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{V}_R = \frac{\bar{V}_S}{\cos \theta} \\ \bar{I}_S = j \frac{\tan \theta}{z_0} \bar{V}_S \end{cases}$$

$$P_s + jQ_s = \bar{V}_s \bar{I}_s^* = -j \frac{\tan \theta}{z_0} V_s^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} P_s = 0 \\ Q_s = -j \frac{\tan \theta}{z_0} V_s^2 \end{array} \right.$$

Se $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ $Q_s = -j \frac{\tan \theta}{z_0} V_s^2$ la linea fornisce potenza reattiva ed si porta comporta come condensatore.
 $\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow Q = \frac{\Delta}{\gamma} \text{ (1000 km } \omega \text{)} \text{ (50 Hz)}$

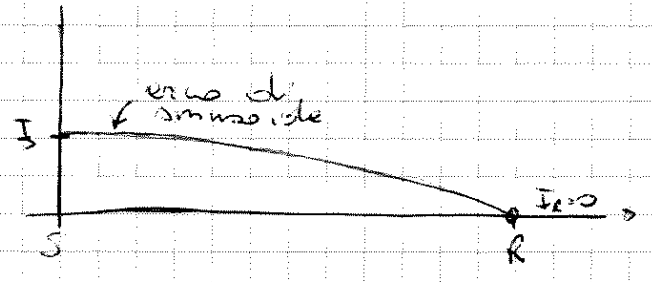
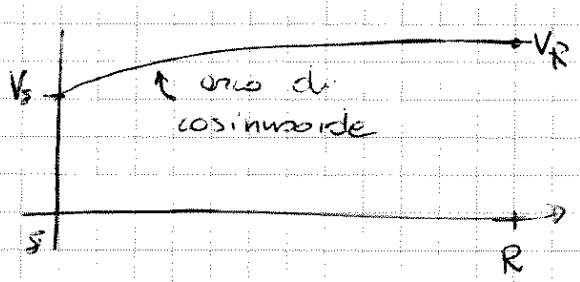
Se $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ $\cos \theta > 0$ $V_R = \frac{V_s}{\cos \theta} > V_s$



Nei punti interni della linea si ha che

$$\bar{V}_x = \cos \left[\theta \left(1 - \frac{x}{\alpha} \right) \right] \bar{V}_R \quad \bar{V}_x = \cos \left[\theta \left(1 - \frac{x}{\alpha} \right) \right] \bar{V}_e$$

$$\bar{I}_x = j \frac{\sin \left[\theta \left(1 - \frac{x}{\alpha} \right) \right]}{z_0} \bar{V}_R \quad \bar{I}_x = \frac{\sin \left[\theta \left(1 - \frac{x}{\alpha} \right) \right]}{z_0} \bar{V}_R$$



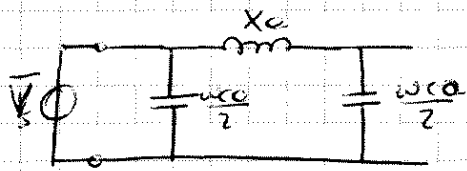
Il fatto che $V_R > V_s$ è detto: "effetto Ferranti" - Al crescere della lunghezza della linea aumenta θ , diminuisce il $\cos \theta$ e aumenta il rapporto V_R/V_s .

A parità di lunghezza l'effetto Ferranti è più significativo nei cavi: infatti $\lambda = vT$

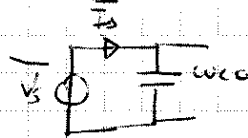
$v_{aerea} \approx 300 \text{ 000 km/s}$ $v_{cavo} \approx 100 \text{ 000 km/s}$ ne segue che $\theta_{cavo} \approx 3 \theta_{aerea}$

$$\bar{I}_s = j \frac{\tan \theta}{z_0} \bar{V}_s \Rightarrow I_s = \frac{\tan \theta}{z_0} V_s \approx \frac{\theta}{z_0} V_s = \frac{\omega \sqrt{L_0 C_0}}{\sqrt{Z_0}} V_s = 0$$

$I_s \approx \omega C_0 V_s$
 ↳ capacità totale



Se linea è corta $X_L \ll \frac{Z}{wca}$



$$Q_s = -\frac{\tan \theta}{Z_0} V_s^2 = -\frac{\theta}{Z_0} V_s^2 = -wca V_s^2$$

Linea a quarto d'onda ($\theta = \frac{\pi}{4}$)

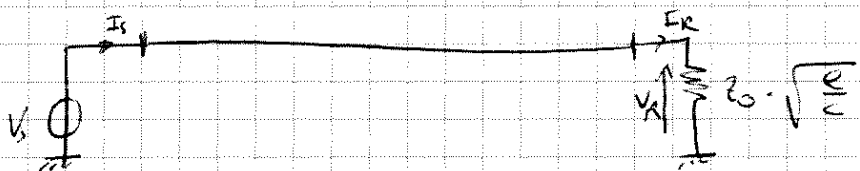
$$\theta = \frac{\pi}{4} \quad V_R \rightarrow \infty \quad \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0 \quad I_s, Q_s \rightarrow \infty$$

Siamo in condizioni di risonanza serie tra induttanza longitudinale e capacità trasversale. Queste considerazioni ci fanno notare che non esistono condizioni per la lunghezza della linea.

$$\text{Se } \theta = \frac{\pi}{8} \quad \theta = \frac{\pi}{4} \quad V_R = \sqrt{2} V_s$$

Non va bene per un sistema che deve funzionare a V costante.

Linea senza perdite e conio caratteristico



$$\bar{V}_R = Z_0 \bar{I}_R \Rightarrow \bar{I}_R = \frac{V_R}{Z_0}$$

$$R = \frac{V_R^2}{Z_0} \quad Q_R = 0$$

$$\bar{V}_s = \cos \theta \bar{V}_R + j Z_0 \tan \theta \frac{V_R}{Z_0} = \bar{V}_R (\cos \theta + j \tan \theta) = \bar{V}_R e^{j\theta}$$

$$\bar{I}_s = j \frac{\tan \theta}{Z_0} V_R + \cos \theta \frac{V_R}{Z_0} = \frac{V_R}{Z_0} (\cos \theta + j \tan \theta) = \frac{V_R}{Z_0} e^{j\theta}$$

$$\bar{V}_R = \bar{V}_s e^{-j\theta}$$

$$\bar{I}_R = \bar{I}_s e^{-j\theta} = \frac{V_s}{Z_0}$$

$$\bar{I}_R = \frac{V_R}{Z_0} = \frac{V_s}{Z_0} e^{-j\theta}$$

$$I_s = I_R e^{j\theta} \Rightarrow I_s = \frac{V_s}{Z_0}$$

Si possono ripetere gli stessi conti con V_x e I_x e si ottiene che $\bar{V}_x = \bar{I}_x Z_0$

In termini di propagazione:

$$\vec{V}_S \rightarrow \sqrt{2} V_S \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\vec{V}_R = V_S e^{-j\theta} \rightarrow \sqrt{2} V_S \cos(\omega t + \varphi - \theta)$$

$$\omega t + \varphi - \theta = \omega(t - \Delta t) + \varphi \quad \theta = \omega \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{\omega}{\theta} = \frac{\omega \sqrt{LC}}{\omega} = \frac{e}{v} = t_p$$

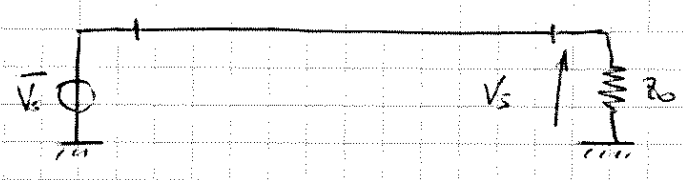
idem per la corrente

$$i_S(t) = \sqrt{2} I_S \cos(\omega t + \varphi) \quad i_S(t) = \frac{\sqrt{2} V_S(t)}{Z_0}$$

$$i_R(t) = \sqrt{2} I_S \cos(\omega t + \varphi - \theta) = \sqrt{2} I_S \cos(\omega(t - t_p) + \varphi)$$

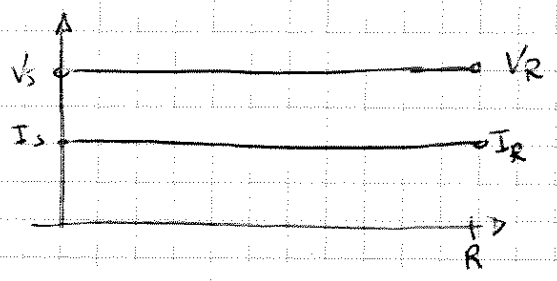
Nota: $\vec{V}_R(t) = \vec{V}_S(t - t_p)$ per qualunque tipo di segnale (anche non sinusoidale). Il segnale non viene attenuato, si ha solo il ritardo dovuto alla velocità di propagazione.

Questa tipologia va bene anche per le linee di potenza



Non si ha caduta di tensione (si ha solo sfasamento, ma non impatta ai fini del funzionamento del carico)

$$\frac{\vec{V}_x}{\vec{I}_x} = Z_0 \rightarrow \begin{cases} |V_x| = |V_S| \\ I_x = I_S \end{cases}$$



Voluntario $Q_s = 0$ $Q_R = 0$ stessa situazione si ha per un punto generico X

Consideriamo un elemento dx a distanza x da S

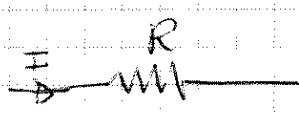
$$dQ_e = \omega \epsilon I_x^2 dx \quad dQ_c = \omega c V_x^2 dx$$

$\frac{dQ_e}{dQ_c} = \frac{l}{c} \frac{I_x^2}{V_x^2} = Z_0^2 \frac{I_x^2}{V_x^2} = 1$ si ha perfetta compensazione tra gli effetti induttivi e capacitivi in ogni punto della linea.

$$P_S - P_R = P_X = \frac{V_S^2}{Z_0}$$

e tensione nominale $P_0 = \frac{V_n^2}{Z_0}$ è detta potenza caratteristica

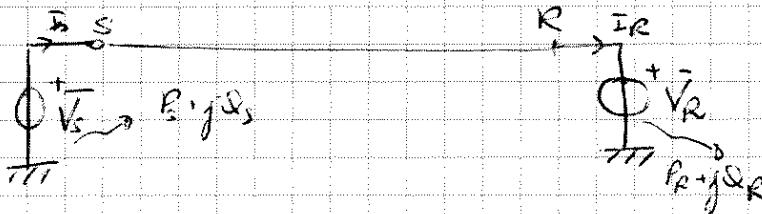
$P_V = \frac{V^2}{Z_0}$ è potenza caratteristica alle tensione V

 $\Delta P = RI^2 = R \frac{P^2 + Q^2}{V^2}$ Se $Q=0$, $I=I_N$

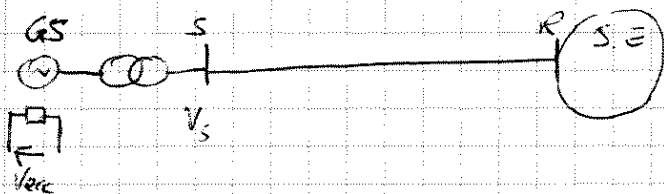
$\Delta P = \Delta P_{MIN}$
perdite

Le linee ~~devono~~ ^{elastiche} devono funzionare per diverse tipologie di carico, quindi non è praticabile questo caso.

Linea senza perdite con tensioni assegnate agli estremi



$$\begin{aligned} \bar{V}_R &= V_R \angle 0 \\ \bar{V}_S &= V_S \angle \delta \\ \delta &= \angle V_S - \angle V_R \end{aligned}$$



Attraverso l'ecutazione posso regolare la tensione V_S
idem nel sistema elettrico posso regolare la tensione V_R

Quindi i noduli V_S e V_R possono essere regolati agendo sulle ecutazioni dei generatori vicini. Dobbiamo ora volutar

P_R e Q_R note \bar{V}_S, \bar{V}_R

$$\begin{aligned} \bar{V}_S \cdot \cos \theta \bar{V}_R + j \bar{I}_R \sin \theta \bar{V}_R &= \bar{V}_S \\ \bar{I}_R &= \frac{V_S - V_R \cos \theta}{j \sin \theta Z_0} \\ P_R + j Q_R = V_R \bar{I}_R^* &= V_R \frac{V_S^* - V_R^* \cos \theta}{-j \sin \theta Z_0}, \quad \bar{V}_S = V_S \angle \delta, \quad \bar{V}_R = V_R \angle 0 \end{aligned}$$

$$P_R + jQ_R = jV_R \frac{V_S \angle -\delta - V_R \cos \theta}{Z_0 \sin \theta} \quad \left\{ \begin{array}{l} P_R = \frac{V_S V_R}{Z_0 \sin \theta} \sin \delta \\ Q_R = \frac{V_R}{Z_0 \sin \theta} (V_S \cos \delta - V_R \cos \theta) \end{array} \right. \quad (1)$$

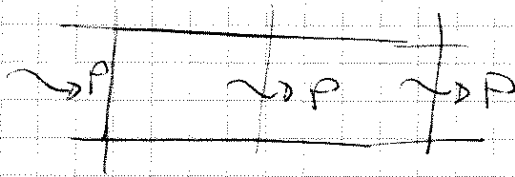
Perché la linea è fisicamente simmetrica e non deve cambiare nulla se scambiamo S con R (tenendo presenti le convenzioni di segno).

$$S \leftrightarrow R \quad V_S \leftrightarrow V_R \quad P_S \leftrightarrow -P_R \quad Q_S \leftrightarrow -Q_R \quad \delta \leftrightarrow -\delta$$

$$P_S = -\frac{V_S V_R}{Z_0 \sin \theta} \sin \delta = -P_R$$

$$Q_S = \frac{V_R}{-Z_0 \sin \theta} (V_R \cos \delta - V_S \cos \theta)$$

Valutiamo $P = P_S = P_R$

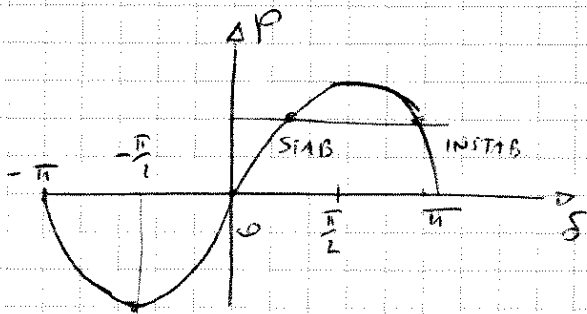


La potenza ~~potiva~~ ^{attiva} pone di S e R senza cambiare valore

$$P = \frac{V_S V_R}{Z_0 \sin \theta} \sin \delta$$

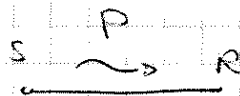
manteniamo V_S e V_R costanti, ne segue che $P = P_{MAX} \sin \delta$ con

$$P_{MAX} = \frac{V_S V_R}{Z_0 \sin \theta}$$

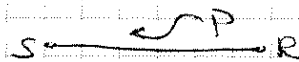


Se δ cambia segno, cambia segno anche P

$$0 < \delta < \pi \quad P > 0$$

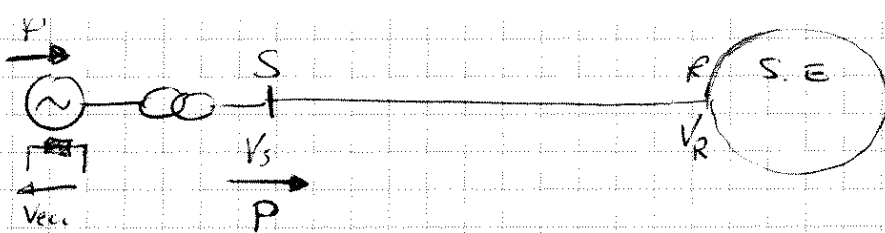


$$-\pi < \delta < 0 \quad P < 0$$



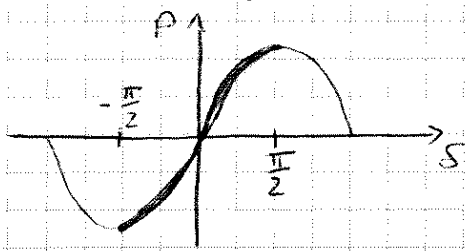
molto la linea è limitata ($|P| \leq P_{MAX}$) - le limite nasce dal fatto dell'operare a tensione costante.

Si nota anche che fissato $P < P_{MAX}$ si hanno 2 sfasamenti che realizzano quel valore di potenza



Fissato β la linea si porta a lavorare nel punto più prossimo a $S=0$ perché è un punto stabile dato dalle stabilità del moto dei generatori.

Se consideriamo l'inversione di segno di P la zona di cui si ha funzionamento stabile si ha per $-\frac{\pi}{2} \leq S \leq \frac{\pi}{2}$



Nota: nelle realtà

$$|S| < S_{LIM} < \frac{\pi}{2}$$

STAB

I parametri che caratterizzano il valore massimo teorico di potenza sono V_s, V_R, Z_0, θ .

$$P_{MAX} = \frac{V_s V_R}{Z_0 \sin \theta}$$

$$V_s \approx V_{nom}$$

$$V_R \approx V_{nom}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\theta = \omega \beta l$$

$$P_{MAX} \approx \frac{V_{nom}^2}{Z_0 \sin \theta}$$

$$P_{MAX} = f(l, c, \omega)$$

Se diminuisce f la Potenza massima corrente (lim $f \rightarrow 0, P_{MAX} \rightarrow \infty$)

Se θ aumenta \rightarrow aumenta $\sin \theta \rightarrow$ si riduce P_{MAX}

Se la linea non è molto lunga $\sin \theta \approx \theta$

$$Z_0 \sin \theta \approx Z_0 \theta = \omega L_0 = X_0$$

$$P_{max} = \frac{V_{nom}^2}{X_0}$$

1) Limitazione dovuta al campo magnetico

2) $P_{MAX} \propto \frac{1}{l}$

3) Il n° di conduttori per fase si raddoppia \rightarrow in particolare se si aumenta aumenta anche P_{MAX}

La $P_{MAX} \propto V_N^2$. Anche il no di conduttori per fase varia in base alle V_N . Questo è un motivo per cui è usata la tensione nominale.

Quando V_N è portata da 220 KV $\xrightarrow{(\sqrt{3})}$ 380 KV la potenza massima è aumentata di un fattore 3

Ora occupiamoci di Q

$$Q_R = \frac{V_R}{Z_0 \sin \theta} (V_S \cos \delta - V_R \cos \theta)$$

Se vogliamo avere $Q_R > 0$ all'esterno R o interno che

$$V_S \cos \delta > V_R \cos \theta$$

per sfasamenti "piccoli" $\cos \delta \approx 1$

se linea non "molto lunga" $\cos \theta = 1$

$$\Rightarrow Q_R \propto V_S - V_R$$

In un sistema a V costante questa è una situazione sgradevole. Questo effetto è tanto più rilevante tanto più la linea è lunga, infatti:

$$Q_R \propto \frac{1}{Z_0 \sin \theta} \approx \frac{1}{Z_0 \theta}$$

Ne segue che a pari

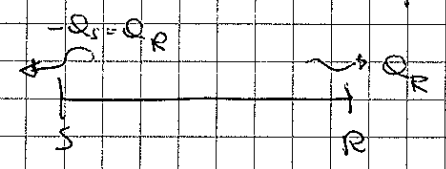
V_R, V_S Q_R è tanto minore tanto è più lunga la linea

Caso particolare $V_S = V_R = V$

$$Q_R = \frac{V^2}{Z_0 \sin \theta} (\cos \delta - \cos \theta) = P_{MAX} (\cos \delta - \cos \theta)$$

$$Q_S = \frac{V_S}{Z_0 \sin \theta} (V_S \cos \theta - V_R \cos \delta) = \frac{V^2}{Z_0 \sin \theta} (\cos \theta - \cos \delta) = -Q_R$$

$Q_S + Q_R = 0$ implica che $|Q_S| = |Q_R|$ la linea



produce una potenza reattiva pari a $2Q_R$ e la vede in parti uguali ai due estremi

Se $Q_R < 0$ la linea emette una $|Q| = 2|Q_R|$ in parti



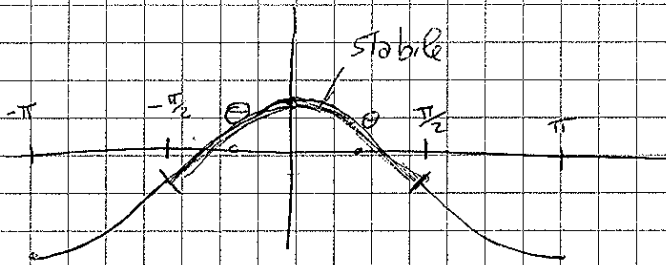
uguali agli estremi

Nel 1° caso gli effetti capacitivi prevalgono sugli effetti induttivi, nel secondo caso prevalgono gli effetti induttivi.

Nota: ne segue che se $V_R = V_S$ non si ha trasferimento di potenza reattiva

$$-Q_S = Q_R = P_{MAX} (\cos \delta - \cos \theta)$$

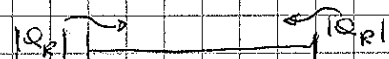
$$Q_R = 0 \text{ se } \delta = \theta$$



Se $|\delta| < \theta$ $Q_R > 0$

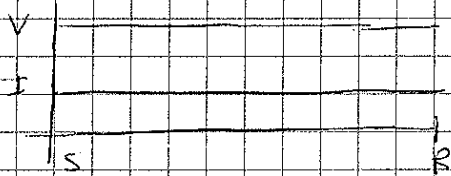


Se $\theta < |\delta| < \frac{\pi}{2}$

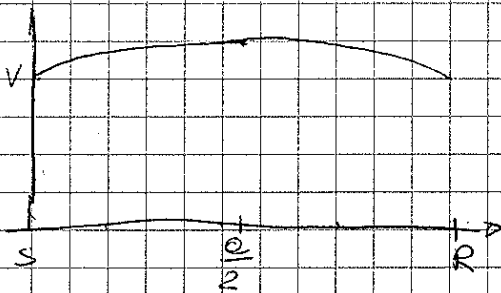


Se $|\delta| = \theta$ $Q_R = 0$ condizioni di carico caratteristiche,

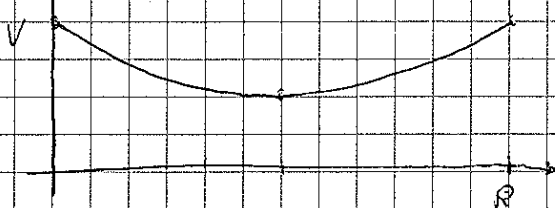
$$P = P_{MAX} \sin \delta = \frac{V^2}{Z_0 \sin \theta} \quad \sin \theta = \frac{V^2}{Z_0 P_0} = P_0$$

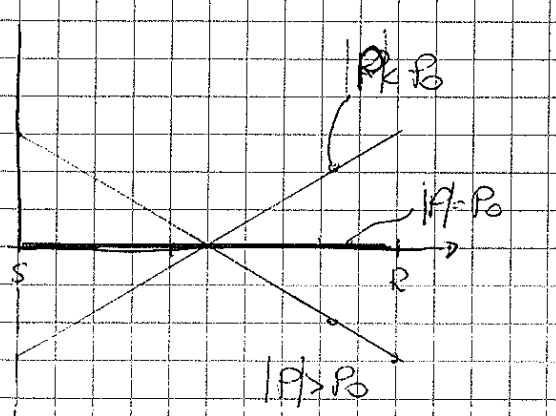


Se $P < P_0$ allora $|\delta| < \theta \Rightarrow Q_R > 0$



Se $P > P_0$ $\frac{I^2}{2} > |\delta| > \theta \Rightarrow Q_R < 0$





Q_x

$Q(a) = Q_R$

$Q(0) = Q_S = -Q_R$

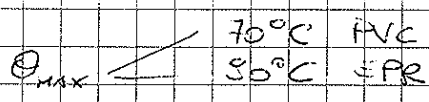
A basso carico $|P| < P_0$ le linee cedono Q e le tensioni tendono ad abbassarsi (condizioni notturne)

Ad alto carico $|P| > P_0$ le linee esaltano Q e le tensioni tendono ad alzarsi (condiz. diurne)

Limite termico delle linee

In ogni punto delle linee $I_x \leq I_{max}$ I_{max} è la corrente per cui il conduttore raggiunge la θ_{max} (temperatura massima)

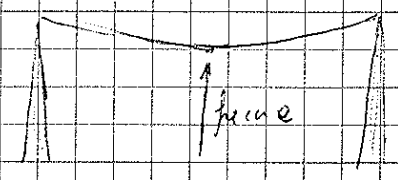
Per le linee in cavo θ_{max} è la temperatura che garantisce la durata di vita del materiale isolante



Per le linee aeree (cavi nudi) θ_{max} è limitata da:

- garantire proprietà meccaniche dei conduttori
- evitare allungamento eccessivo dei conduttori

Per tanto anche in questo caso $\theta_{MAX} \approx 80-90^\circ C$



Se θ aumenta il conduttore si allunga e diminuisce la flesca.

Il limite termico è indipendente della lunghezza della linea

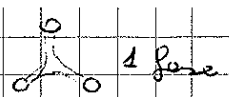
In general si si ammette e verifica che $I_x \leq I_{max}$ & $I_s \leq I_{max}$

Linea aerea:

$$V_{nom} = 380 \text{ kV}$$

$$f_N = 50 \text{ Hz}$$

$$n = 3$$



$$l = 0,863 \frac{\text{mH}}{\text{km}} \rightarrow x = 0,271 \Omega/\text{km}$$

$$I_{max} = 2460 \text{ A}$$

$$c = 13,1 \text{ nF/km}$$

$$S_{max} = \sqrt{3} V_N I_{max} = 1620 \text{ MVA}$$

$$\text{Linea senza perdite} \quad v = \frac{1}{\sqrt{Lc}} = 287,6 \frac{\text{km}}{\text{ms}}$$

$$\lambda = v \cdot T = 5948 \text{ km}$$

$$P_0 = \frac{V_N^2}{Z_0} = 562,6 \text{ MW}$$

$$I_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3} V_N} = \frac{V_N}{\sqrt{3} Z_0} = 855 \text{ A} \approx 35\% I_{max}$$

Vogliamo usare la linea con ^{potenza} senza ^{rispetto a} P_0

Consideriamo $a = 200 \text{ km}$ (per sistema elettrico europeo e densamente lunga).
 $\theta = \omega \sqrt{Lc} a = 0,2113 \text{ rad} (12,1^\circ)$

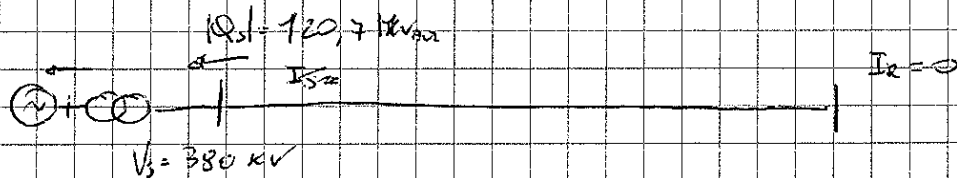
Funzionamento a vuoto

$$V_S = V_N$$

$$I_R = 0$$

$$I_S = \frac{\tan \theta}{Z_0} \frac{V_N}{\sqrt{3}} = 183 \text{ A}$$

$$Q_S = \frac{\tan \theta}{Z_0} V_N^2 = \sqrt{3} V_N I_S = 120,7 \text{ Mvar}$$



La potenza reattiva deve essere assorbita dal generatore di Q_S e in sotto eccitazione.

$$V_R = \frac{V_S}{\cos \theta} = 388,6 \text{ kV} \quad \text{“effetto Ferranti”} \quad \frac{V_R}{V_N} \approx 1,022$$

$$V_R = V_N + 2,2\% V_N$$

Tensione massima agli estremi ($V_S = V_R = V_N$)

$$P_{max} = \frac{V_N^2}{Z_{sm}} = 2683 \text{ MW} \quad (\text{massima del limite termico})$$

Perché se limite termico come condizione.

Considerano $P = P_p = P_r = 400 \text{ MW} < P_0$ (basso carico) (15)

$$\delta = \arcsin \left(\frac{P}{P_{\text{MAX}}} \right) = 0,1436 \text{ rad} \quad (8,17^\circ)$$

$$Q_R = -Q_S = P_{\text{MAX}} (\cos \delta - \cos \theta) = 29,7 \text{ Mvar}$$

$Q = 59,4 \text{ Mvar}$ è la potenza prodotta dalla linea

$$I_S = I_R = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{\sqrt{3} V_N} = 609 \text{ A}$$

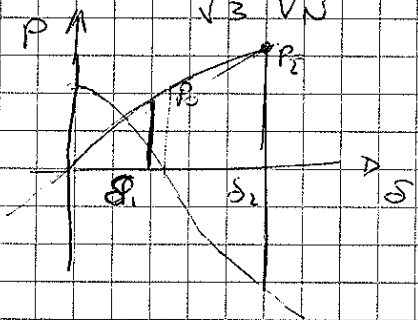
Considerano $P = 1200 \text{ MW} (> P_0)$ (alto carico)

$$\delta = \arcsin \frac{P}{P_{\text{MAX}}} = 0,4637 (> \theta) \quad (\sim 27,6^\circ)$$

$$Q_R = -Q_S = P_{\text{MAX}} (\cos \theta - \cos \delta) = -233,7 \text{ Mvar}$$

$Q = -2Q_R = 467,4 \text{ Mvar}$ è potenza creata dalla linea

$$I_R = I_S = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{\sqrt{3} V_N} = 1855 \text{ A}$$



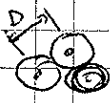
Linee in cavo

$V_N = 220 \text{ kV}$

cavo Cu

$S = 350 \text{ mm}^2$

$I_{\text{max}} = 600 \text{ A}$



disposizione a
triangolo

conduttori disposti a
triangolo

$$P_0 = \frac{V_0^2}{Z_0} = 3281 \text{ MW} \gg 385 \text{ MVA}$$

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{3} Z_0} = 5000 \text{ A}$$

Le linee in cavo producono sempre potenza reattiva, nota per cui non vengono usate per lunghe lunghezze.

Supponiamo $l = 100 \text{ km}$ (irrealistici)

linea a vuoto: $V_s = V_0$ $I_R = 0$ $\theta = \omega \sqrt{LC} l = 0,311 \text{ rad}$

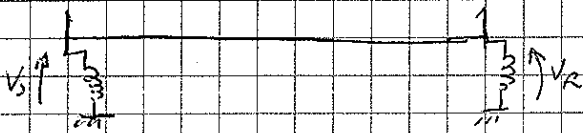
$$\frac{V_R}{V_0} = \frac{V_s}{\cos \theta} = 389,3 \text{ kV} \quad \frac{V_R}{V_0} = 1,051$$

$$I_s = \frac{\tan \theta}{Z_0} \frac{V_0}{\sqrt{3}} = 1612 \text{ A} \text{ inammissibile } I_{\max} = 600 \text{ A!!!}$$

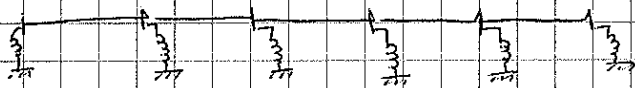
$$|Q_R| = \sqrt{3} V_R I_R = 1061 \text{ MVar}$$

per risolvere il problema si limita la lunghezza dei cavi:

- aree urbane
- interni delle stazioni
- attraversamenti minori di lunghezza modesta



Se si dovessero realizzare linee a cavo bisipriche



IMPENSABILE!!

l'unica alternativa valida è usare la corrente continua.

La capacità del cavo \gg capacità delle linee aerea perché:

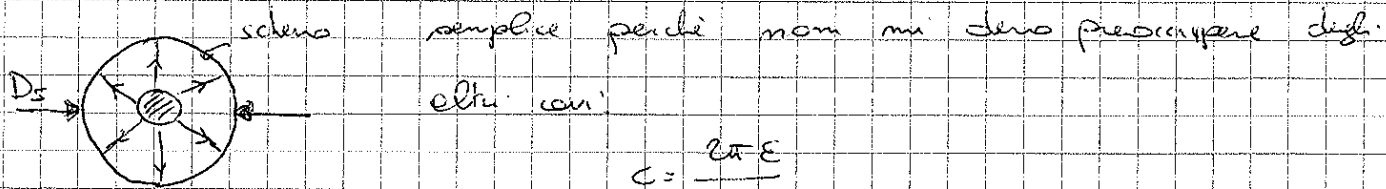
- cavi più vicini
- $E_2 \sim \frac{1}{r}$

Dei due motivi E_2 è decisamente quello più importante

infetti $C_{cavo} = 13,4 \text{ nF/km}$ $C_{cavo} = 276 \text{ nF/km}$

$$\frac{C_{cavo}}{\epsilon_2} = 25,4 \text{ nF/km} \sim 2 C_{cavo}$$

Nel caso calcolare il campo elettrico e la capacità è



$$C = \frac{Q \cdot \epsilon \cdot E}{\ln \frac{2D_s}{d}}$$

L'unico modo per diminuire ϵ è aumentare D_s , ma D_s è dentro il logaritmo.

Riepilogo sui limiti di trasmissione

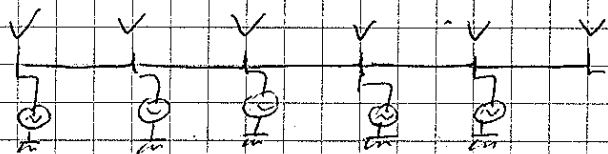
1) Limite sulla potenza attiva. $P_{max} = \frac{V_s V_R}{20 \ln 10}$

2) Problemi a trasmettere Q. Nel caso ideale $V_s - V_R$ si ha $Q_s + Q_R = 0$

3) Limite termico

La distanza è fondamentale per i primi due limiti.

Nelle volte usiamo e trasmetto potenza per migliaia di km perché si ha una successione di linee

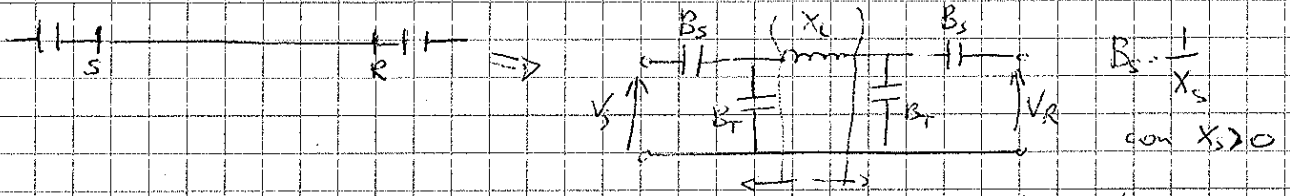


Compensazione passiva delle linee (lunghe)

Problema delle linee lunghe

$$① \quad P_{MAX} = \frac{V_s V_R}{Z_0 \sin \theta} \approx \frac{V_s V_R}{Z_0 \theta} \approx \frac{V^2}{Z_0 \theta} = \frac{V^2}{x \cdot a} \quad \begin{matrix} V_s \approx V_R = V \\ \sin \theta \approx \theta \end{matrix}$$

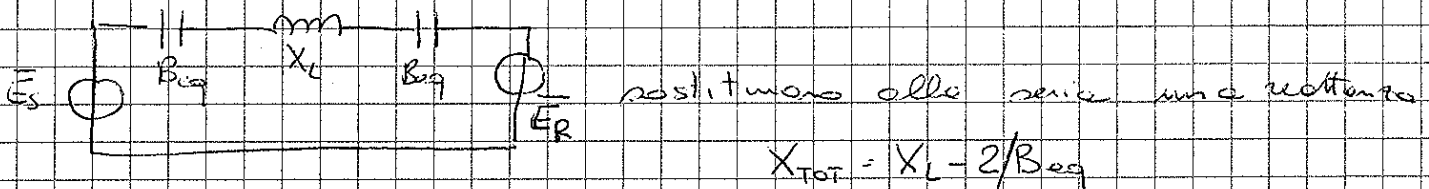
Al crescere di x diminuisce P_{MAX} . Possiamo pensare di ridurre x installando in serie alla linea dei condensatori.



Valutiamo se i circuiti equivalenti di Thevenin nelle due sezioni:

$$\bar{E}_s = \frac{\frac{1}{B_T}}{\frac{1}{B_T} + \frac{1}{B_s}} \bar{V}_s = \frac{B_s}{B_T + B_s} \bar{V}_s \quad \bar{E}_R = \frac{B_s}{B_T + B_s} \bar{V}_R$$

$$\bar{E}_s = \frac{B_s}{B_{eq}} \bar{V}_s \quad \bar{E}_R = \frac{B_s}{B_{eq}} \bar{V}_R$$



$$X_{TOT} = X_L - 2/B_{eq}$$

$$\bar{E}_R = E_R \angle 0 \quad \bar{E}_s = E_s \angle \delta \quad \angle \bar{E}_R = \angle V_R = \angle E_s = \angle V_s \Rightarrow P = \frac{E_s \cdot E_R}{X_{TOT} \sin \delta} \quad \sin \delta \approx \delta$$

$$P = \left(\frac{B_s}{B_s + B_T} \right)^2 \frac{V_s V_R}{X_L - \frac{2}{B_s + B_T}} \sin \delta$$

$$P_{MAX} = \left(\frac{B_s}{B_s + B_T} \right)^2 \frac{V_s V_R}{X_L - \frac{2}{B_s + B_T}}$$

assumiamo che $B_s \gg B_T$
(quali sia la compensazione passiva)
e linee

$$e \quad X_L \approx x \cdot a$$

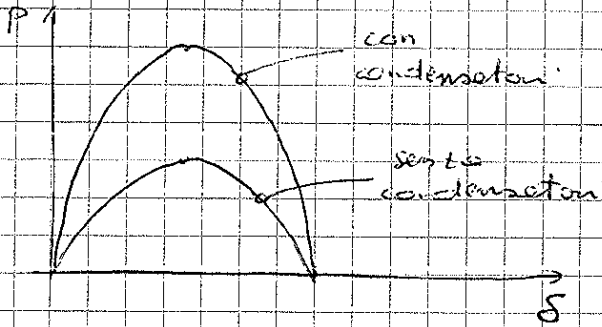
$$P_{MAX} \approx \frac{V_s V_R}{X_L - 2 X_s} \approx \frac{V_s V_R}{x \cdot a}$$

Q_c è la lunghezza equivalente della linea compensata

$$Q_c = \alpha - 2 \frac{X_s}{\alpha}$$

$20 \times 10^7 \text{ m}$

Questo provvedimento viene attuato su linee molto lunghe.

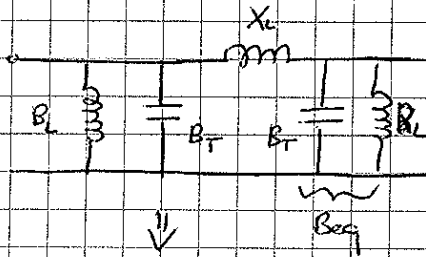


A parità di P l'utilizzo dei condensatori fa diminuire lo sfasamento δ e migliora i margini di stabilità.

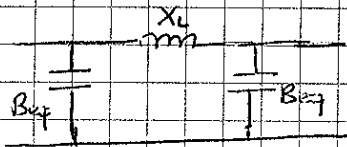
2) Compensazione con reattanze in parallelo

$$Q_c = \omega C V^2$$

↑
potenze reattive
capacità



$$B_{eq} = B_R - B_L \quad (\text{di tipo capacitivo})$$



La linea si comporta come una linea con B_R più grande.

Questo tipo di compensazione viene usato in:

- linee AT in cavo
- linee cee in AT lunghe non sono sempre usate, ma vengono usate se hanno carico

