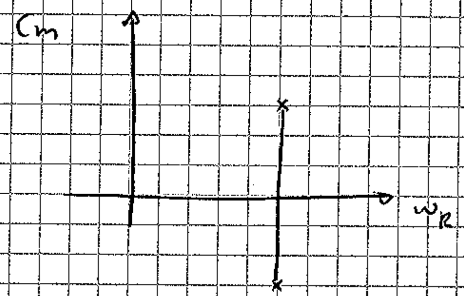
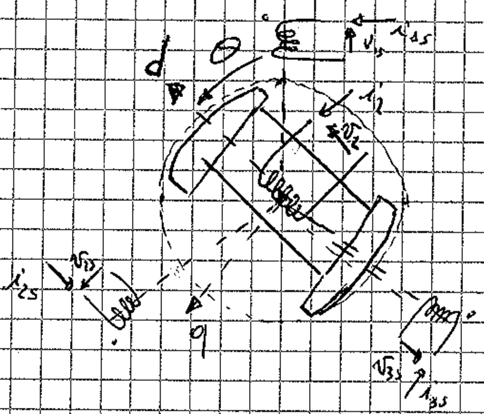
MACCHINA SINCRONA



$$\frac{C_m}{S} \propto \frac{\ell^4}{\ell^5}$$

Consideriamo una macchina con statore isotropo e rotore a 2 poli anisotropo.



L'asse d è un'asse di simmetria e direzione del flusso

L'asse q è un'asse puramente di ~~geometria~~ simmetria geometrica

A regime I_2 è continua

Ipotesi:

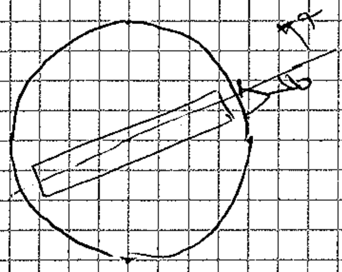
1) Consideriamo una macchina con pp = 1
2) Avvolgimenti di statore 3∅ identici, sfasati di 120° e distribuzione sinusoidale a N_s spire
3) Avvolgimento unico di rotore a distribuzione sinusoidale
4) Ferro ideale ($\mu_{Fe} \to \infty$ e $\rho_{Fe} \to \infty$)
5) Trascuro apertura cave

$$\begin{cases} V_{123}^S = R_S I_{123}^S + p \Lambda_{123}^S \\ v_R = R_R i_2 + p \lambda_2 \\ \Lambda_{123}^S = L_{\sigma s} I_{123}^S + M_{123}^{SS} I_{123}^S + M_{123}^{SR} i_R \\ \lambda_2 = L_{\sigma 2} i_2 + M_{123}^{RS} I_{123}^S + M_{123}^{RR} i_R \end{cases}$$

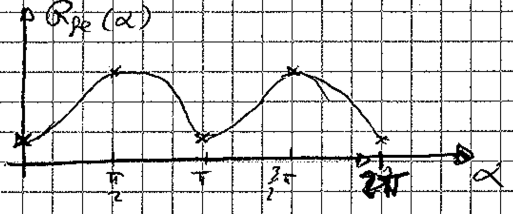
Ricordiamo che M_{123}^{SS} del motore asincrono era:

$$\frac{N_s^2}{Req_{tc}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

Ma la macchina sincrona considerata ha il rotore anisotropo e ~~non~~ la matrice non va bene.



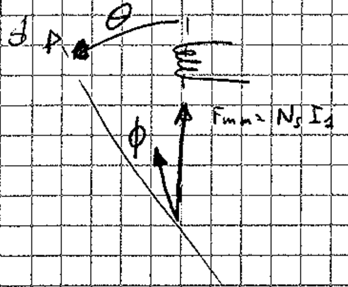
L'onda di riluttanza è agganciata al rotore

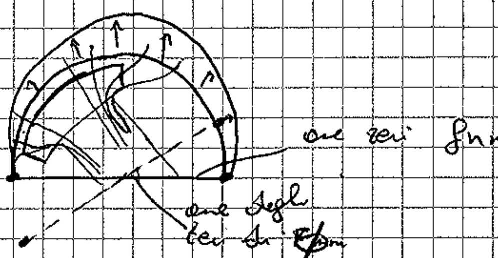


L'onda di riluttanza dipende da 2Θ.

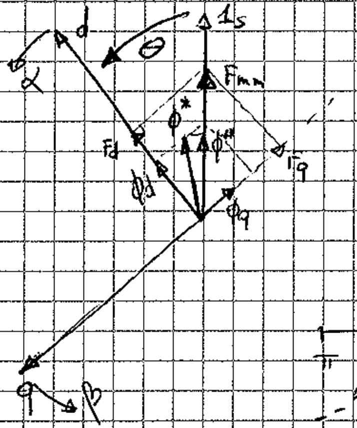
Ricaviamo i valori di M^{ss}_{123}

$$M^{ss}_{123} = \begin{vmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{vmatrix}$$



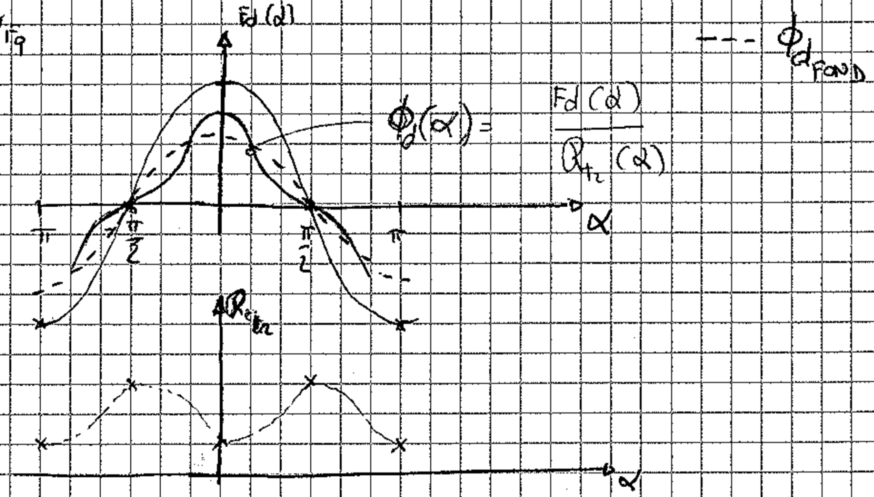


Gli assi di flusso e quelli di fmm coincidono se ~~sono~~ asse d è in quadratura o se è parallelo all'asse 1_s ~~se sono sullo stesso asse.~~



$F_d = N_s i_s \cos\Theta$

$F_q = -N_s i_s \sin\Theta$



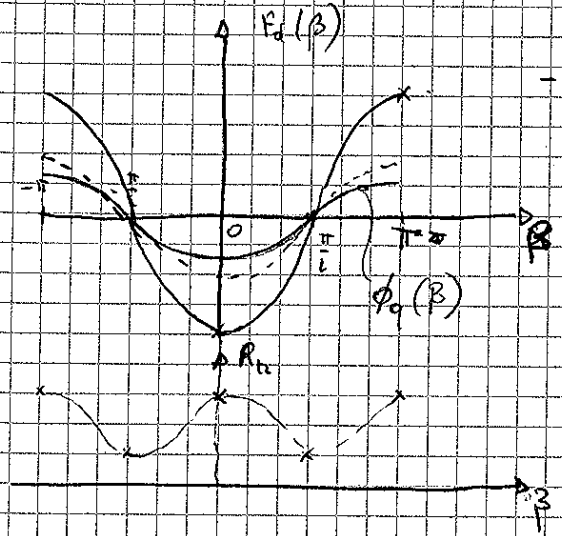
$F_d(\alpha) = R_{tr}(\alpha) \cdot \phi(\alpha)$

A noi di $\phi_d(\alpha)$ interessa la fondamentale (le armoniche non vengono concatenate da avvolgimenti a distribuzione sinusoidale

Possiamo quindi dire $\phi_{d_{FOND}} = \frac{F_d}{R_{tr}}$ ai fini della fondam.

Passiamo da un concetto puntuale alla fondamentale.

Ora facciamo lo stesso ragionamento per l'asse q.



$- - - \phi_q(\beta)_{fond} = \dfrac{F_{mm\,q}}{R_{t1\,q}}$ AI FINI della FOND

$R_{eq_Q} > R_{eq_D}$ ai fini della fondam.

A causa dell'anisotropia un avvolgimento concatena meno flusso di fondam di quello che produce

$$\lambda_{11} = M_{11} \cdot i_1$$

$$\phi_{11\,asse\,1} = \phi_d \cos\theta + \phi_q \sin\theta = \frac{N_s i_s}{R_d}\cos^2\theta + \frac{N_s i_s}{R_q}\sin^2\theta$$

$$\lambda_{11} = N_s \phi_{11\,asse\,1} = \frac{N_s^2 i_1}{R_d}\cos^2\theta + \frac{N_s^2 i_1}{R_q}\sin^2\theta$$

Se macchina isotropa $R_d = R_q \Rightarrow \lambda_{11} = \dfrac{N_s^2 i_s}{R_d}$

Dalla formula non si nota la dipendenza da 2θ. Mettiamola in mostra

$$\cos^2\theta = \frac{1+\cos 2\theta}{2}, \quad \sin^2\theta = \frac{1-\cos(2\theta)}{2}$$

$$M_{11} = \frac{N_s^2}{R_d}\left(\frac{1+\cos 2\theta}{2}\right) + \frac{N_s^2}{R_q}\left(\frac{1-\cos(2\theta)}{2}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{N_s^2}{R_d} + \frac{N_s^2}{R_q}\right) + \frac{\cos(2\theta)}{2}\left(\frac{N_s^2}{R_d} - \frac{N_s^2}{R_q}\right)$$

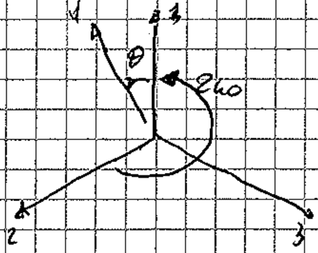
Definiamo $M_d = \dfrac{N_s^2}{R_d}$, $M_q = \dfrac{N_s^2}{R_q}$ rispettivamente l'autoinduttanza dell'avv. 1 quando $\theta = 0$ (asse d allineato all'asse 1) e l'autoinduttanza dell'avvolgimento di statore è in quadratura con il rotore.

Definiamo $M_I = \dfrac{M_d + M_q}{2}$ e $M_A = \dfrac{M_d - M_q}{2}$

$\downarrow$ coeff. di isotropia $\quad\quad \downarrow$ coeff. di anisotropia

da cui si ottiene $\boxed{M_{11} = \cancel{M_d}\; M_i + M_a \cos(2\theta)}$

Da M_{11} possiamo ricavare facilmente M_{22} e M_{33}.

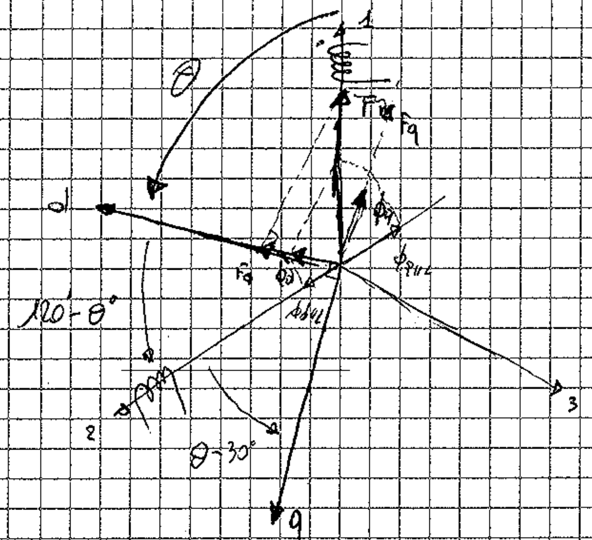


$$M_{22} = M_I + M_A \cos\left[2(\theta+240°)\right] =$$
$$= M_I + M_A\cos(2\theta+480°) = M_I + M_A \cos(2\theta+120°) =$$
$$= M_I + M_A \cos(2\theta - 240°)$$

$$M_{33} = M_I + M_A \cos\left[2(\theta+120°)\right] = M_I + M_A\cos(2\theta - 120°)$$

Sappiamo che M_{123}^{SS} è simmetrica, ci mancano solo più 3 termini.

Troviamo M_{21} (do corrente nell'avvolgimento 1 e osservo il flusso concatenato in 2) $\quad M_{21} = \dfrac{\lambda_{21}}{i_1}$



$$\lambda_{21} = N_S\left[\phi_d \cos(120°-\theta) + \phi_q \cos(\theta-30°)\right] =$$

$$= N_S\left[\frac{N_S i_1}{\mathcal{R}_d}\cos(\theta)\cos(120-\theta) - \frac{N_S i_1}{\mathcal{R}_q}\sin\theta \underbrace{\cos(\theta-30)}_{\sin(120-\theta)}\right] =$$

$$= \frac{N_S^2 i_1}{\mathcal{R}_d}\cos\theta\cos(120-\theta) - \frac{N_S^2 i_1}{\mathcal{R}_q}\sin(\theta)\sin(120-\theta) =$$

$$M_{21} = \frac{\lambda_{21}}{i_1} = \frac{N_S^2}{\mathcal{R}_d}\,\frac{\cos(120)+\cos(2\theta-120)}{2} + \frac{N_S^2}{\mathcal{R}_q}\,\frac{\cos(120°)-\cos(2\theta-120)}{2} =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{N_S^2}{\mathcal{R}_d}+\frac{N_S^2}{\mathcal{R}_q}\right)\cos(120°) + \frac{1}{2}\left(\frac{N_S^2}{\mathcal{R}_d}-\frac{N_S^2}{\mathcal{R}_q}\right)\cos(2\theta-120°)$$

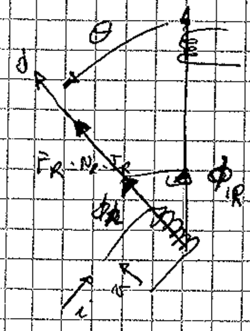
$$= -\frac{M_I}{2} + M_A\cos(2\theta-120°)$$

Scriviamo la matrice finale:

$$M_{123}^{SS} = \underbrace{M_I\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1\end{bmatrix}}_{M_{123\,I}^{SS}} + \underbrace{M_A\begin{bmatrix}\cos 2\theta & \cos(2\theta-120) & \cos(2\theta-240°) \\ \cos(2\theta+120) & \cos(2\theta-240°) & \cos(2\theta) \\ \cos(2\theta-240°) & \cos(2\theta) & \cos(2\theta-120°)\end{bmatrix}}_{M_{123\,A}^{SS}}$$

$$M_{123}^{SS} = M_{123\,I}^{SS} + M_{123\,A}^{SS}$$

La matrice $M_{123}^{SR} = \left(M_{123}^{RS}\right)^T = \begin{bmatrix} M_{1R}^{SR} \\ M_{2R}^{SR} \\ M_{3R}^{SR}\end{bmatrix}$



$$\phi_R = \frac{F_R}{R_d} = \frac{N_R i_2}{R_d}$$

$$\phi_{1R} = \phi_R \cos\theta = \frac{N_R i_2}{R_d}\cos\theta$$

$$M_{1R} = \frac{N_S\, \phi_{1R}}{i_2} = \frac{N_S N_R}{R_d}\cos(\theta)$$

$$M_{2R} = \frac{N_S N_R}{R_d}\cos(\theta + 240°) = \frac{N_S N_R}{R_d}\cos(\theta - 120°)$$

$$M_{3R} = \frac{N_S N_R}{R_d}\cos(\theta + 120°) = \frac{N_S N_R}{R_d}\cos(\theta - 240°)$$

$$M_{123}^{RR} = \frac{N_R N_R}{R_d} = \frac{N_R^2}{R_d}$$

R_d: è quella ai fini della fondamentale

Da ora in poi pensiamo $N_S = N_R = N$ da cui risulta

$$M_d = \frac{N^2}{R_d} \qquad M_q = \frac{N^2}{R_q}$$

$$\begin{cases} V_{123}^S = R_S I_{123}^S + p\Lambda_{123}^S \\ V_R = R_R i_{123}^R + p\lambda_R \\ \Lambda_{123}^S = \begin{bmatrix} L_{\sigma s} & 0 & 0 \\ 0 & L_{\sigma s} & 0 \\ 0 & 0 & L_{\sigma s} \end{bmatrix} I_{123}^S + M_I \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} I_{123}^S + \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(2\theta-120°) & \cos(2\theta-240) \\ \cos(2\theta-120) & \cos(2\theta-240°) & \cos\theta \\ \cos(2\theta-240) & \cos\theta & \cos(2\theta-120°) \end{bmatrix} I_{123}^S + \\ \quad + M_d \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \cos(\theta-120) \\ \cos(\theta-240) \end{bmatrix} i_R \\ \lambda_R = L_{\sigma R}\, i_R + \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta-120°) & \cos(\theta-240°) \end{bmatrix} I_{123}^S + M_d\, i_R \end{cases}$$

Passiamo dal sistema (1,2,3) di statore al sistema (a,b) di statore

$$\begin{cases} V_{ab0}^S = R_s I_{ab0} + p\Lambda_{ab0}^S \\ V_R = R_R i_R + p\lambda_R \\ \Lambda_{ab0}^S = L_{\sigma s} I_{ab0} + \frac{3}{2} M_I \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} I_{ab0}^S + \frac{3}{2} M_A \begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} I_{ab0}^S + \sqrt{\frac{3}{2}} M_d \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \\ 0 \end{bmatrix} i_R \\ \lambda_R = L_{\sigma R}\, i_R + \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \end{bmatrix} I_{ab0} + M_d\, i_R \end{cases}$$

buttiamo via l'asse omopolare di statore

$$\begin{cases} V_{ab}^S = R_s I_{ab}^S + p\Lambda_{ab}^S \\ V_R = R_R i_R + p\lambda_R \\ \Lambda_{ab}^S = L_{\sigma s} I_{ab}^S + \frac{3}{2} M_I \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} I_{ab}^S + \frac{3}{2} M_A \begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix} I_{ab}^S + \sqrt{\frac{3}{2}} M_d \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix} i_R \\ \lambda_R = L_{\sigma R}\, i_R + \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix} I_{ab} + M_d\, i_R \end{cases}$$

Proviamo a calcolare l_a per $\theta = 0$ $i_a \neq 0$ e $i_b = 0$

$$l_a = \frac{\lambda_a}{i_a} = \frac{\left(l_\sigma \cancel{i_a} + \frac{3}{2} M_I + \frac{3}{2} M_A\right)\cancel{i_a}}{\cancel{i_a}}$$

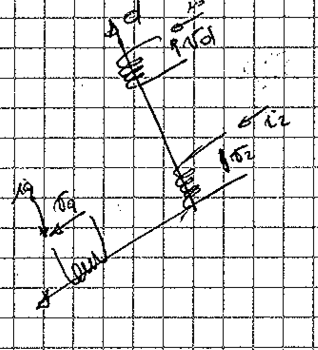
Proviamo per $\theta = \frac{\pi}{2}$ $i_a \neq 0$ $i_b = 0$

$$l_a = \frac{\left(l_\sigma + \frac{3}{2} M_I - \frac{3}{2} M_a\right)\cancel{i_a}}{\cancel{i_a}}$$

Come si può notare non è possibile pensare ad l_a come un termine costante.

Dobbiamo togliere i legami da θ. Non è conveniente scrivere istante per istante gli assi d e q su quelli a e b. Effettuiamo quindi una rotazione antioraria di un angolo θ

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$



Applichiamo la trasformazione $R(\theta)$

$$v_{dq} = R_s I_{dq} + R(\theta) \cdot p\left[R^{-1}(\theta)\Lambda_{dq}\right] = R_s I_{dq} + \overbrace{R(\theta) R^{-1}(\theta)}^{\mathrm{Id}} p \Lambda_{dq} +$$

$$R(\theta)\, p\left(R^{-1}(\theta)\right) \Lambda_{dq} =$$

$$R(\theta) \cdot p\left(R^{-1}(\theta)\right) = \begin{vmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} -\sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & -\sin\theta \end{vmatrix} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \omega_R \quad \Omega_R^*$$

$$\begin{cases} v_{dq} = R_s I_{dq} + p \Lambda_{dq} + \Omega_R^* \Lambda_{dq} \\ v_R = R_R i_r + p \lambda_r \end{cases}$$

$$\lambda_{dq} = l_{\sigma s} I_{dq} + \frac{3}{2} M_I \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} I_{dq} + \frac{3}{2} M_A \underbrace{R(\theta) \begin{vmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{vmatrix} R^{-1}(\theta)}_{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}} I_{dq} + \sqrt{\frac{3}{2}} M_b \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} i_r$$

$$= l_{\sigma s} I_{dq} + \frac{3}{2} M_I \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} I_{dq} + \frac{3}{2} M_a \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} I_{dq} + \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} i_r$$

$$\lambda_2 = L_{\sigma 2} i_2 + \sqrt{\frac{3}{2}} M_d \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} I_{dq} + M_d \, i_2$$

Calcolo le componenti istantanee di λ lungo l'asse d e q.

$$\begin{cases} \lambda_d = \left(L_{\sigma s} + \frac{3}{2} M_I + \frac{3}{2} M_A\right) i_d + \underbrace{\frac{3}{2} M_d}_{M} \, i_2 \\ \lambda_q = \left(L_{\sigma s} + \frac{3}{2} M_I - \frac{3}{2} M_A\right) i_q \\ \lambda_2 = \underbrace{\left(L_{\sigma 2} + M_d\right)}_{L_2} i_2 + \underbrace{\sqrt{\frac{3}{2}} M_d}_{M} \, i_d \end{cases}$$

$$L_{\sigma s} + \frac{3}{2}(M_I + M_A) = L_{\sigma s} + \frac{3}{2}\left(\frac{M_d + M_q}{2} + \frac{M_d - M_q}{2}\right) = L_{\sigma s} + \frac{3}{2} M_d = L_d$$

$$L_{\sigma s} + \frac{3}{2}(M_I - M_A) = L_{\sigma s} + \frac{3}{2} M_q = L_q$$

L_d: induttanza sincrona in asse d

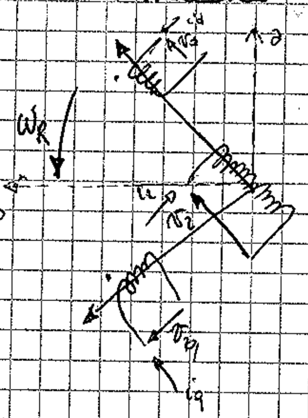
L_q: induttanza sincrona in asse q

Se macchina isotropa $L_q = L_d = L_s$ induttanza sincrona

L_2: induttanza totale di rotore

equazioni del modello lineare della macchina sincrona

$$\begin{cases} v_d = R_s i_d + p \lambda_d - \omega_R \lambda_q \\ v_q = R_s i_q + p \lambda_q + \omega_R \lambda_d \\ v_2 = R_R i_2 + p \lambda_2 \\ \lambda_d = L_d i_d + M i_2 \\ \lambda_q = L_q i_q \\ \lambda_2 = L_2 i_2 + M i_d \end{cases}$$

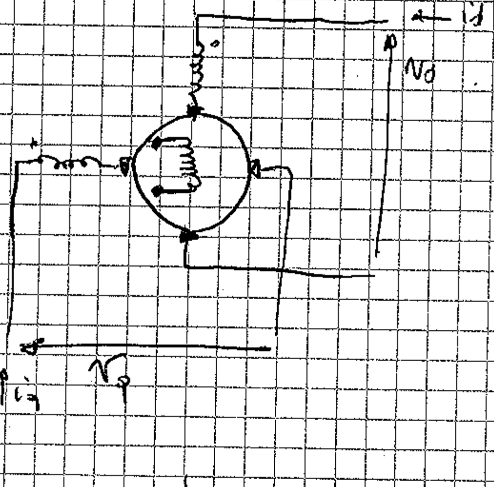


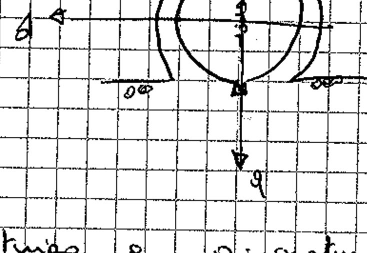
Invariante per velocità

A regime le grandezze sono continue.

Bisogna comunque conoscere θ per arrivare a questo modello

La macchina del modello potrebbe essere costruibile





$$\begin{cases} v_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + K \phi \omega_2 \\ v_{ecc} = R_{ea} i_{ea} + L_{ea} \frac{di_{ea}}{dt} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_q = R_q i_q + p \lambda_q + \omega_2 \lambda_d \\ v_2 = R_2 i_2 + p \lambda_2 \end{cases} =$$

sostituendo a q: armatura, d: eccitazione e d: flusso utile. Ne segue che la macchina continua è un sottocaso della macchina sincrona.

Ora scrivo le equazioni per macchine con $pp > 1$

$$\begin{cases} v_d = R_s i_d + p\lambda_d - pp\,\omega_R \lambda_q \\ v_q = R_s i_q + p\lambda_q + pp\,\omega_R \lambda_d \\ v_r = R_R i_r + p\lambda_r \\ \lambda_d = L_d i_d + M i_r \\ \lambda_q = L_q i_q \\ \lambda_r = L_r i_r + M i_r \end{cases}$$

La generalizzazione a macchina isotropa consiste nel sostituire L_d, L_q con L_s.

Dobbiamo ancora trovare l'equazione di coppia.

$$P_{\substack{\text{elettrica}\\ \text{entrante}}} = v_d i_d + v_q i_q + v_r i_r = \underbrace{R_s i_d^2 + R_s i_q^2}_{P_{js}} + \overbrace{p\lambda_d i_d + p\lambda_q i_q + p\lambda_r i_r}^{P_{magnet.}} \underbrace{- pp\,\omega_R \lambda_q i_d + pp\,\omega_R \lambda_d i_q}_{\text{potenza all'asse } \omega_R \cdot C_m} + \underbrace{R_R i_r^2}_{P_{jR}} =$$

$$= P_{js} + P_{jR} + P_{magn} + P_{mecc}$$

$P_{magn.} = \dfrac{d\, W_{magn.\,tot}}{dt}$ potenza magnetizzante

$$\boxed{C_m = pp\left(\lambda_d i_q - \lambda_q i_d\right)}$$

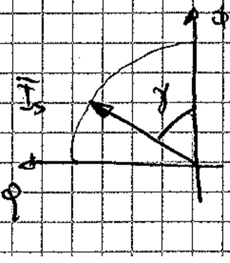
$$C_m = pp\left[(L_d i_d + M i_r) i_q - L_q i_q i_d\right] = pp\Big[\underbrace{M i_r i_q}_{C_{isot}} + \underbrace{(L_d - L_q) i_d i_q}_{C_{ANISOT}}\Big]$$

- Se la macchina è isotropa: $C_m = pp\, M i_r i_q$ conviene avere una corrente $\bar{I}_s = 0 + j|\bar{I}_s|$. Per poter fornire questa corrente è necessario conoscere θ.

- Se la macchina è puramente anisotropa ($i_r = 0$): in questo caso

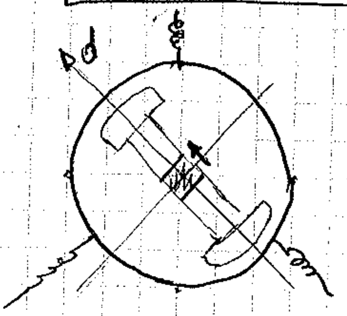
$$C_m = pp\left[(L_d - L_q) i_d i_q\right].$$ In questo caso si massimizza la coppia quando $i_d = i_q$ cioè $\bar{I}_s = |I_s| e^{j\frac{\pi}{4}}$ cioè $\bar{I}_d = \bar{I}_q = \frac{|I_s|}{\sqrt{2}}$. Anche in questo caso è necessario conoscere θ.

- Se la macchina è mista $C_m = pp\left[M i_r i_q + [L_d - L_q] i_d i_q\right]$



$45° < \gamma < 90°$

Macchina sincrona a magneti permanenti (Brushless)

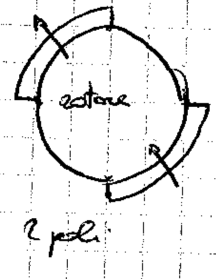


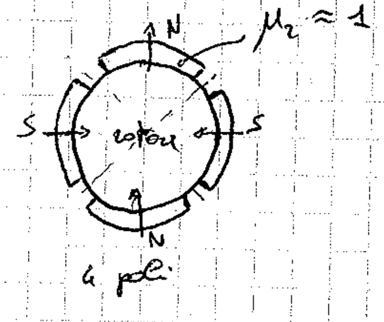
Il magnete non crea problemi perché posso sostituirlo con un avvolgimento percorso da corrente continua.

$$
\begin{cases}
v_d = R_s i_d + p\lambda_d - pp\,\omega_R \lambda_q \\
v_q = R_s i_q + p\lambda_q + pp\,\omega_R \lambda_d \\
\lambda_q = L_q i_q \\
\lambda_d = L_d i_d + M I_{MP} \\
\lambda_{MP} = L_R I_{MP} + M i_d \\
C_m = pp\left[M I_{MP} i_q + (L_d - L_q) i_d i_q \right]
\end{cases}
$$

utile per valutare come si comporta il magnete quando soggetto a reazione d'indotto

Il valore M dipende dalla corrente in asse d perché il ferro può saturare.

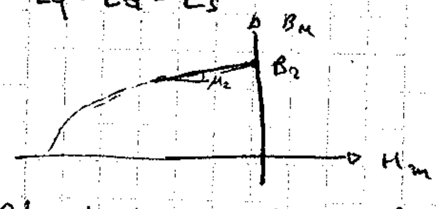




Di solito i motori brush-less sono a 6-8 poli. I magneti sono alle terre rare (Neodimio-Ferro-Boro, Samario-Cobalto)

Caratteristiche dei motori brush-less:

1) Struttura isotropa $\Rightarrow L_q = L_d = L_s$
2) Magneti molto forti



3) Reazione d'indotto molto bassa perché traferro elevato ($M \approx$ costante)

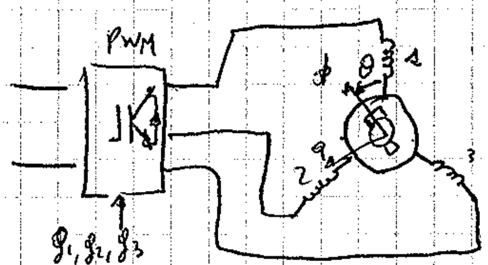
Di conseguenza il modello dinamico del motore brushless diventa:

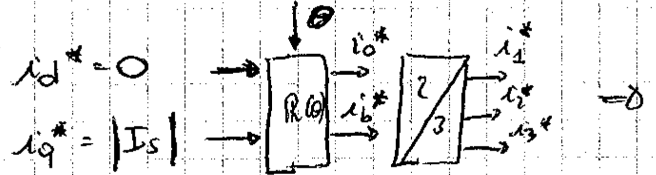
$$\begin{cases} v_d = R_s i_d + p\lambda_d - pp\,\omega_R \lambda_q \\ v_q = R_s i_q + p\lambda_q + pp\,\omega_R \lambda_d \\ \lambda_d = L_s i_d + \Lambda_{MP} \\ \lambda_q = L_s i_q \\ C_m = pp\left(\Lambda_{MP}\, i_q\right) \end{cases}$$

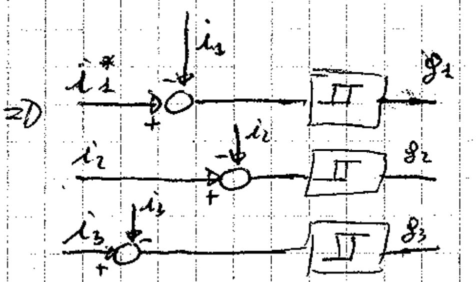
Λ_{MP} — flusso concatenato di statore dovuto ai magneti permanenti $(M I_R) \neq \lambda_{MP}$

Il motore brushless è retroazionato in posizione !!!

Alimentazione non può essere presa da rete.

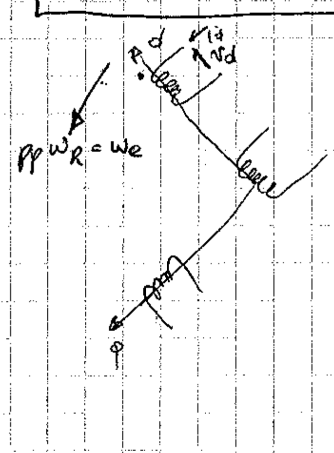






Quello appena descritto è un regolatore di corrente. È necessario avere un anello di velocità che comanda l'anello di coppia.

FUNZIONAMENTO a REGIME della macchina SINCRONA



$pp\,\omega_R = \omega_e$ perché macchina sincrona

$p = \dfrac{d}{dt} = 0$ perché λ ruota in sincronismo con ω_e, ma anche gli assi ruotano in sincronismo e allora λ è visto come una costante.

$$\begin{cases} V_d = R_s I_d - \omega_e \Lambda_q = R_s I_d - \omega_e L_q I_q \\ V_q = R_s I_q + \omega_e \Lambda_d = R_s I_q + \omega_e L_d I_d + \underbrace{\omega_e M I_R} \\ \Lambda_q = L_q I_q \\ \Lambda_d = L_d I_d + M I_R \\ I_R = \dfrac{V_R}{R_R} \end{cases}$$

tensione a statore se correnti sono nulle. Cioè fem a vuoto (E_0)

$$\begin{cases} V_d = R_s I_d - \omega_e L_q I_q \\ V_q = R_s I_q + \omega_e L_d I_d + \omega_e M I_R \end{cases}$$

Passiamo a notazione complessa (moltiplico 2ª equaz. per j)

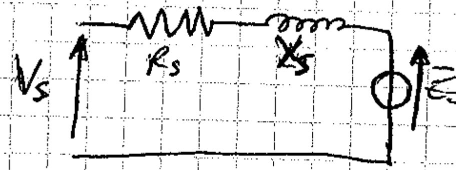
$$\bar{V}_s = R_s\,(\bar{I}_s) + (-\omega_e L_q I_q + j\,\omega_e L_d I_d) + j\,\omega_e M \bar{I}_R$$

$$\bar{I}_s \rightarrow I_d + j\,I_q \qquad \bar{I}_R \rightarrow I_R + j\,0$$

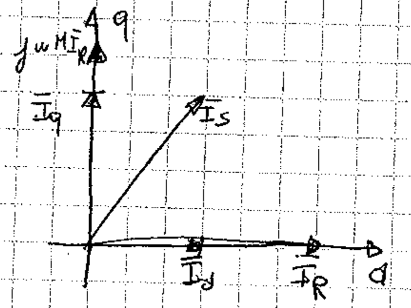
Se la macchina è isotropa ($L_d = L_q = L_s$)

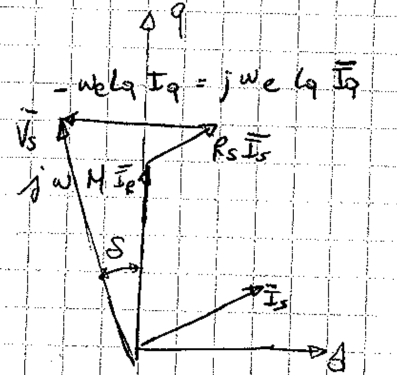
$$\bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + j\omega_e L_s \underbrace{(I_d + j\,I_q)}_{\bar{I}_s} + \underbrace{j\,\omega_e M \bar{I}_R}_{\bar{E}_0}$$

$$\bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + j\omega_e L_s \bar{I}_s + \bar{E}_0$$



modello dinamico a Regime implica che potenze si calcolano senza il 3!!





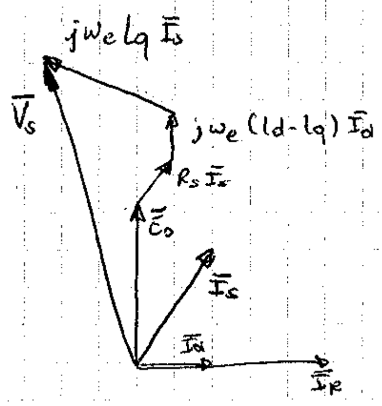
Come trovare i_{ecc} in modo da poter gestire la situazione di carico voluta ~~dat.~~ fissata $\bar{V}_s$:

$$\bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + j\omega_e\,(L_d \bar{I}_d + j\,L_q \bar{I}_q \pm L_q \bar{I}_d) + j\,\omega_e M \bar{I}_R$$

$$\bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + j\omega_e \left[(L_d - L_q)\bar{I}_d + L_q \underbrace{(\bar{I}_d + j\,\bar{I}_q)}_{\bar{I}_s}\right] + j\,\omega_e M \bar{I}_R$$

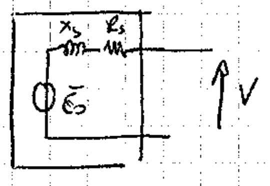
$$\bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + \underbrace{j\omega_e\,(L_d - L_q)\,\bar{I}_d}_{\text{vettore sempre in asse q}} + j\omega_e L_q \bar{I}_s + \bar{E}_0 \qquad , \quad \bar{I}_d = I_d + j\,0$$

$j\omega_e\,(L_d - L_q)\,\bar{I}_d + \bar{E}_0$ è sempre sull'asse q.



Problema: trovare $I_{ecc} = I_R$ per gestire una certa situazione di carico con $\bar V_s$ imposta

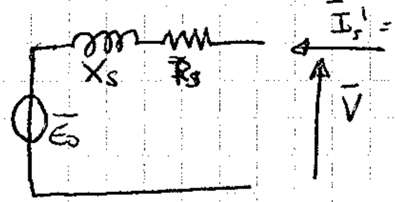
Ⓖ



$$\bar E_0 = \bar V + R_s \bar I_s + j X_s \bar I_s$$

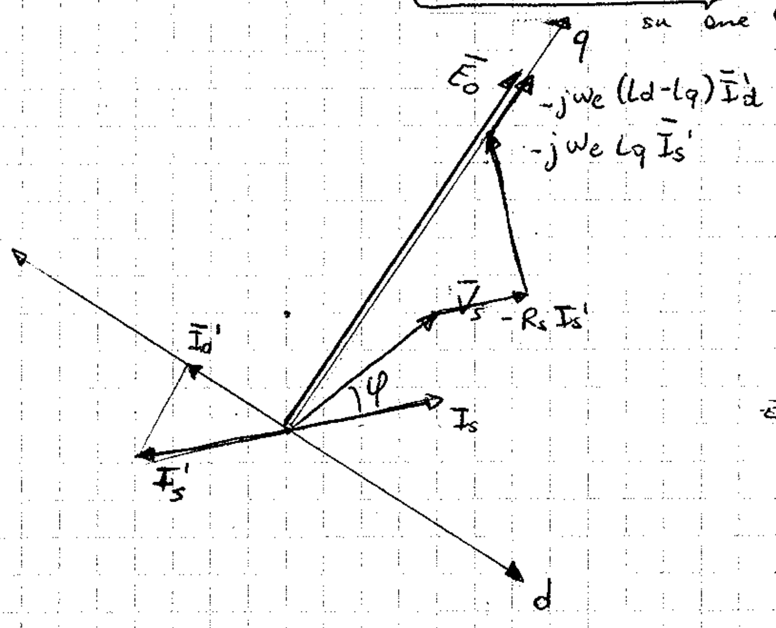
Noi abbiamo studiato la macchina sincrona come motore!

Possiamo dire che un ~~motore~~ generatore è un motore che assorbe corrente negativa.

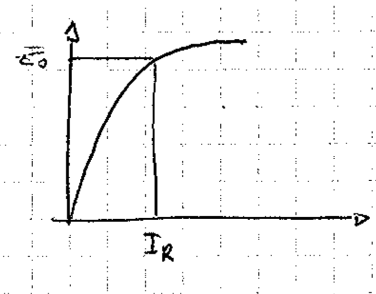


$$\bar V = \bar E_0 + R_s \bar I_s' + j X_s \bar I_s' =$$

$$\bar V_s = R_s \bar I_s' + j\omega_e L_q \bar I_s' + \underbrace{j\omega_e (L_d - L_q)\bar I_d' + j\omega_e M \bar I_R}_{\text{su asse Q}}$$



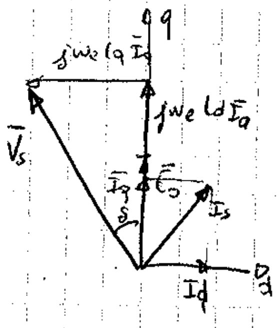
$$I_R = \frac{E_0}{\omega_e M}$$



$$C_m = pp\,(\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \Rightarrow C_m = pp\,(\Lambda_d \bar{I}_q - \Lambda_q \bar{I}_d)$$

dinamica regime

Supponiamo che R_s sia trascurabile (ipotesi valida per grossi alternatori o macchine piccole ma veloci)



$$|\bar{V}_s| \sin\delta = \omega_e L_q |\bar{I}_q|$$

$$|\bar{V}_s| \cos\delta = |E_0| + j\omega_e L_d |\bar{I}_d|$$

$$I_q = \frac{V_s \sin\delta}{\omega_e L_q} \qquad I_d = \frac{V_s \cos\delta}{\omega_e L_d} - \frac{E_0}{\omega_e L_d}$$

$$C_m = pp\,(L_d I_d I_q + M I_R I_q - L_q I_d I_q) = (M I_R I_q + (L_d - L_q) I_d I_q)\, pp =$$

$$= \left\{ \frac{\omega_e}{\omega_e} M I_R \frac{V_s \sin\delta}{\omega_e L_q} + (L_q - L_q)\left[\frac{V_s^2 \sin\delta\cos\delta}{\omega_e^2 L_d L_q} - \frac{V_s E_0 \sin\delta}{\omega_e^2 L_d L_q}\right]\right\} pp$$

$$C_m = pp \left\{ \frac{V_s E_0 \sin\delta}{\omega_e^2}\left[\frac{1}{L_q} - \frac{L_d - L_q}{L_d L_q}\right] + \frac{1}{2}\,\frac{L_d - L_q}{L_d L_q \omega_e^2} V_s^2 \sin 2\delta \right\} =$$

$$= pp \left\{ \frac{V_s E_0 \sin\delta}{\omega_e^2}\left[\frac{\cancel{L_d} - \cancel{L_d} + \cancel{L_q}}{\cancel{L_q} L_d}\right] + \frac{1}{2}\frac{\omega_e}{\omega_e}\frac{L_d - L_q}{L_d L_q \omega_e^2} V_s^2 \sin 2\delta \right\} =$$

$$= \cancel{pp}\,\frac{pp}{\omega_e}\left[\frac{V_s E_0}{X_d}\sin\delta + \frac{1}{2}\,\frac{X_d - X_q}{X_d X_q} V_s^2 \sin(2\delta)\right] =$$

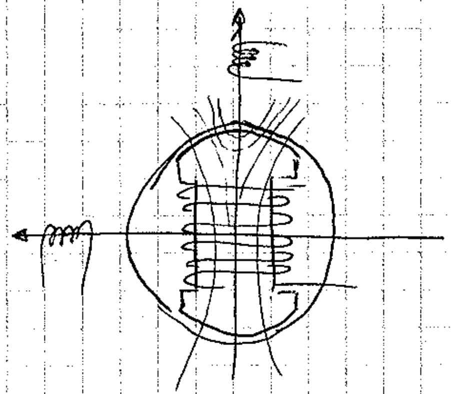
$$= \frac{1}{\omega_s}\left[\frac{V_s E_0}{X_d}\sin\delta + \frac{1}{2}\,\frac{X_d - X_q}{X_d X_q} V_s^2 \sin(2\delta)\right]$$

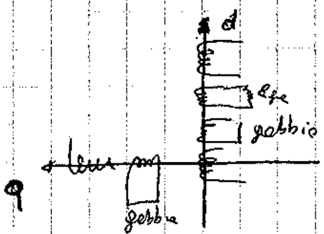
Questo è un modello dinamico mandato a regime (manca un 3/2 rispetto al modello di Macchine elettriche).

Corto circuito ai morsetti di un alternatore

modello dinamico dell'alternatore (motore con i_s cambiato di segno)

$$
\begin{cases}
v_d = -R_s i_d + p\lambda_d - pp\,\omega_R \lambda_q \\
v_q = -R_s i_q + p\lambda_q + pp\,\omega_R \lambda_d \\
v_R = R_R i_R + p\lambda_R \\
\lambda_d = -L_d i_d + M i_R \\
\lambda_q = -L_q i_q \\
\lambda_R = L_R i_R - M i_d \\
C_m = pp\left[-M i_R i_d + (L_d - L_q) i_d i_q\right]
\end{cases}
$$



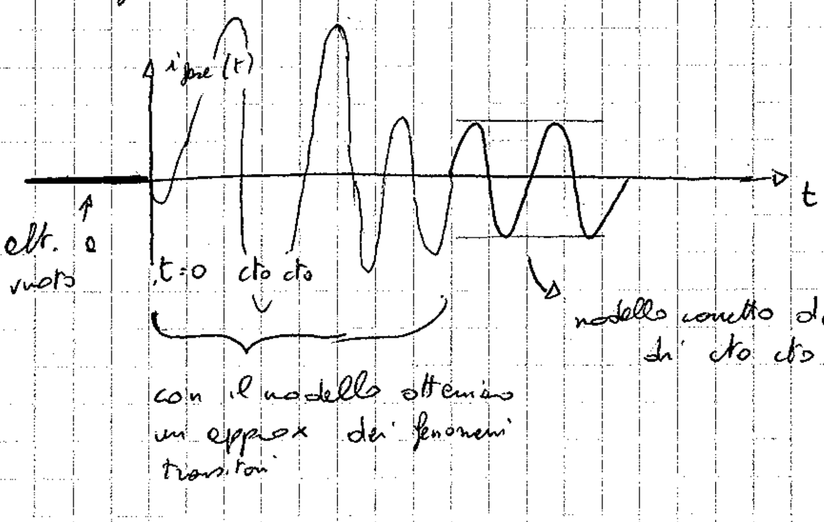


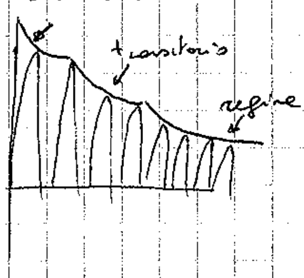
Primissimi istanti di corto circuito (o fenomeni subtransitori) in cui giocano il ferro di rotore e parzialmente la gabbia

Primi istanti di corto circuito (fenomeni transitori) in cui giocano la gabbia e l'avvolgimento di rotore

Regime di corto circuito: gioca solo l'avvolgimento di rotore

Con il modello appena scritto ottengo una rappresentazione parziale dei fenomeni transitori.





Analizziamo cosa accade:

<u>funzionamento a vuoto</u>: $p = 0$, $pp\,\omega_R = \omega_e$ $\quad I_d = I_q = 0$

$$V_d = -\omega_e \Lambda_q \qquad V_q = \omega_e \Lambda_d \qquad V_R = R_R I_{R0}$$

$\Lambda_d = M I_{R0} \qquad \Lambda_q = 0 \qquad \Lambda_R = L_R I_{R0} \qquad C_m = 0$

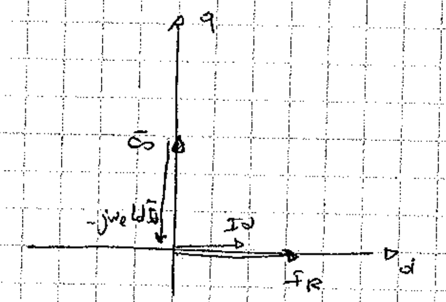
$\Downarrow$

$V_d = 0 \qquad V_q = \omega_e M I_{R0} = E_0 = V_s$

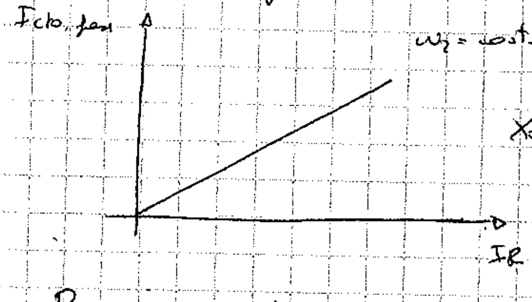
Funzionamento a regime di corto circuito $(p=0 \quad pp\ \omega_R = \omega_e \quad V_d = V_q = 0)$

$$\begin{cases} 0 = -R_s I_d - \omega_e \Lambda_q & \text{Se } R_s \simeq 0 \quad \Rightarrow \Lambda_q \simeq 0 \\ 0 = -R_s I_q - \omega_e \Lambda_d & \Rightarrow \Lambda_d \simeq 0 \\ V_R = R_R I_{R0} \\ \Lambda_d = -L_d I_d + M I_{R0} & \Rightarrow I_d = M \frac{I_{R0}}{L_d} \cdot \frac{\omega_e}{\omega_e} = \frac{E_0}{X_d} \\ \Lambda_q = -L_q I_q & \Rightarrow I_q = 0 \\ \Lambda_R = L_R I_{R0} + M I_d \end{cases}$$

La macchina si smagnetizza in corto circuito. I_d non è pericolosa perché è dell'ordine della corrente nominale della macchina.



Per misurare X_d si prende la macchina, non si mette corrente a rotore. La si fa trascinare a ω_R = costante. Si inizia a dare corrente al rotore e si è praticamente subito a regime.

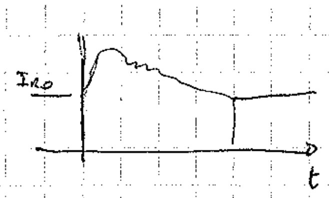


X_d è la pendenza della retta.

Primi istanti di corto circuito: non si considerano gli avvolgimenti smorzatori e il ferro. Suppongo ω_R costante. Il corto circuito avviene con funzionamento a vuoto. Queste sono le ipotesi generali. Inoltre suppongo che λ_R = costante, $R_s \simeq 0$

Scriviamo il modello dinamico per i primi istanti

$$\begin{cases} V_d = 0 = -\overset{\simeq 0}{\cancel{R_s}}\, i_d + p\lambda_d - \omega_e \lambda_q \\ V_q = 0 = -\overset{\simeq 0}{\cancel{R_s}}\, i_q + p\lambda_q + \omega_e \lambda_d \\ \lambda_d = -L_d i_d + M i_r \\ \lambda_q = -L_q i_q \\ \lambda_r = L_r i_r - M i_d = \Lambda_{R0} = L_R I_{R0} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = p\lambda_d - \omega_e \lambda_q \\ 0 = p\lambda_q - \omega_e \lambda_d \\ \lambda_d = -L_d i_d + M\left(I_{R0} + \frac{M}{L_R} i_d\right) \\ \lambda_q = -L_q i_q \\ i_r = I_{R0} + \frac{M}{L_R} i_d \end{cases}$$



$$\lambda_d = -i_d \underbrace{\left(L_d - \frac{M^2}{L_R}\right)}_{L'_d} + M I_{R0}$$

L'_d induttanza transitoria in asse d è circa $\frac{1}{10}$ di L_d

$$\begin{cases} L_d = L_{\sigma s} + \frac{3}{2} M_d \\ L_R = L_{\sigma R} + M_d \end{cases} \qquad M = \sqrt{\tfrac{3}{2}}\, M_d$$

$$L'_d = \left(L_{\sigma s} + \frac{3}{2} M_d\right) - \frac{\frac{3}{2} M_d^2}{L_{\sigma R} + M_d} = \frac{\overset{\text{pesa poco}}{\cancel{L_{\sigma s} L_{\sigma R}}} + L_{\sigma s} M_d + \frac{3}{2} M_d L_{\sigma R} + \cancel{\frac{3}{2} M_d^2} - \cancel{\frac{3}{2} M_d^2}}{\underset{\text{pesa poco}}{\cancel{L_{\sigma R}}} + M_d} \simeq$$

$$\simeq \frac{L_{\sigma s} \cancel{M_d} + \frac{3}{2} \cancel{M_d} L_{\sigma R}}{\cancel{M_d}} = L_{\sigma s} + \frac{3}{2} L_{\sigma R}$$

Nei primi istanti la macchina non si smagnetizza ma spara corrente per magnetizzare le induttanze L'_d e L_q.

$$\begin{cases} 0 = p\lambda_d - \omega_e \lambda_q \\ p^2 \lambda_d = \omega_e p \lambda_q \end{cases} \Rightarrow \quad p^2 \lambda_d + \omega_e^2 \lambda_d = 0 \quad \text{moto armonico}$$

$$\lambda_d = \Lambda_{d0} \cos(\omega_e t + \varphi_0)$$

cond. m.z.el. ~~al contorno~~
$$\begin{cases} \lambda_d(0^-) = M I_{R0} \\ p\lambda_d\big|_{t=0^-} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda_d = M I_{R0} \cos(\omega_e t) \\ \lambda_q = \dfrac{-\omega_e M I_{R0} \sin(\omega_e t)}{\omega_e} = -M I_{R0} \sin(\omega_e t) \end{cases}$$

$\lambda_s = \lambda_d + \lambda_q$ ruota in senso orario rispetto agli d e q, ma i due assi ruotano in senso antiorario con $\omega = \omega_e$. Quindi il flusso rimane agganciato allo statore.

$$\begin{cases} i'_d = \dfrac{M I_{Ro} - \lambda_d}{l'_d} = \dfrac{M I_{Ro} - M I_{Ro} \cos \omega_e t}{l'_d} = M_{I_{Ro}} \dfrac{1 - \cos(\omega_e t)}{l'_d} \cdot \dfrac{\omega_e}{\omega_e} \\ i_q = \dfrac{M I_{Ro} \sin(\omega_e t)}{l_q} \cdot \dfrac{\omega_e}{\omega_e} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i'_d = \dfrac{E_o}{X'_d} \left[1 - \cos(\omega_e t)\right] \\ i'_q = \dfrac{E_o}{X_q} \sin(\omega_e t) \end{cases}$$

Pensiamo ad i_a e i_b

$$R^T = \begin{bmatrix} \cos(\omega_e t) & -\sin(\omega_e t) \\ \sin(\omega_e t) & \cos \omega_e t \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} i_a = i'_d \cos(\omega_e t) - i_q \sin(\omega_e t) \\ i_b = i'_d \sin(\omega_e t) + i_q \cos(\omega_e t) \end{cases}$$

Pensiamo al mondo 1-2-3

$$T_o^T = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} i_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot i_a + 0 \cdot i_b + \frac{1}{\sqrt{3}} i_o \\ i_2 = -\frac{1}{\sqrt{6}} i_a + \frac{1}{\sqrt{2}} i_b + \frac{1}{\sqrt{3}} i_o \\ i_3 = -\frac{1}{\sqrt{6}} i_a - \frac{1}{\sqrt{2}} i_b + \frac{1}{\sqrt{3}} i_o \end{cases} \Rightarrow$$

$$i_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\cos \omega_e t \, \frac{E_o}{X'_d} (1 - \cos \omega_e t) - \frac{E_o}{X'_q} \sin^2(\omega_e t)\right]$$

$$E_o = \sqrt{3}\, \tilde{E}_o$$ efficace

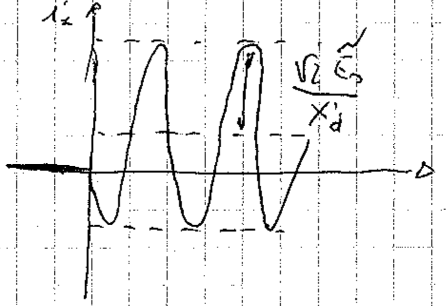
$$i_1 = \sqrt{2} \left[\frac{\tilde{E}_o}{X'_d} \cos \omega_e t - \frac{\tilde{E}_o}{X'_d} \cos^2(\omega_e t) - \frac{\tilde{E}_o}{X'_q} \sin^2(\omega_e t)\right] =$$

$$= \sqrt{2} \left\{ \frac{\tilde{E}_o}{X'_d} \cos(\omega_e t) + \left[-\frac{\tilde{E}_o}{2} \underbrace{\left(\frac{1}{X'_d} + \frac{1}{X_q}\right)}_{\frac{X'_d + X_q}{X'_d X_q}} - \frac{\tilde{E}_o}{2} \cos(2\omega_e t) \underbrace{\left(\frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_q}\right)}_{\frac{X_q - X'_d}{X'_d X_q}} \right] \right\}$$

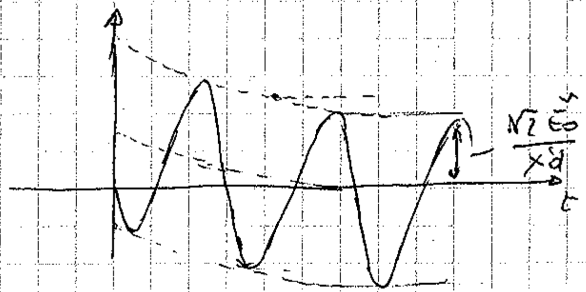
$$i_1 = \sqrt{2}\left\{\frac{E_0}{X_d'}\cos(\omega_e t) + \left[-\frac{1}{2}\,\frac{X'_d+X_q}{X'_d X_q}\,\tilde{E}_0 - \frac{1}{2}\,\frac{X_q - X'_d}{X'_d X_q}\,\tilde{E}_0 \cos(2\omega_e t)\right]\right\}$$

Sono fenomeni smorzati!! $i_s \cdot e^{-\frac{t}{\tau'_{cc}}}$.

Con τ'_{cc} costante di tempo del primo cortocircuito che ~~la~~ dipende da L_d' e R_s.



primi istanti di corto circuito senza considerare R_s



Noi studiamo un regime sbagliato perché la corrente di cortocircuito deve diventare $\frac{\sqrt{2}\,\tilde{E}_0}{X_d}$. Nel regime dinamico dobbiamo arrivare a $\frac{\sqrt{3}\,\tilde{E}_0}{\cancel{X}_d}$.

<u>Fase 2</u> del modello si deve partire dalla fase 1 alla corrente di regime di cto cto.

ipotesi: - $R_s \simeq 0$

- $p\lambda_d = p\lambda_q = 0$ sono arrivati a regime i flussi di statore, ma non quelli di rotore.

$$\begin{cases} v_d = 0 = -\overset{\simeq 0}{\cancel{R_s}}\, i_d + \cancel{p\lambda_d} - \omega_e \lambda_q \\ v_q = 0 = -\overset{\simeq 0}{\cancel{R_s}}\, i_q + \cancel{p\lambda_q} + \omega_e \lambda_d \\ V_R = R_R i_R + p\lambda_R \\ \lambda_d = -L_d i_d + M i_R \\ \lambda_q = -L_q i_q \\ \lambda_R = L_R i_R - M i_d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_q = 0 \\ \lambda_d = 0 \\ V_R = R_R \frac{L_d}{M} i_d + \left(\frac{L_R L_d}{M} - M\right) p\, i_d \\ i_R = \frac{L_d}{I_R}\cdot i_d \\ i_q = 0 \\ \lambda_R = L_R \frac{L_q}{M} i_d - M i_d \end{cases}$$

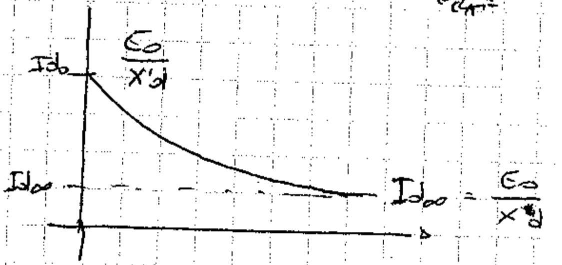
equazione da risolvere

$$V_R = R_R \frac{L_d}{M} i_d + \left(\frac{L_R L_d}{M} - M \right) p\, i_d \qquad \tau_{CA} = \frac{L_R L_d - M^2}{R_R L_d} = \frac{L_R - \frac{M^2}{L_d}}{R_R}$$

$$i_d = I_{d\infty} + \left(I_{d0} - I_{\infty} \right) e^{-\frac{t}{\tau_{CA}}}$$

τ_{CA} : costante di tempo delle componenti alternative

$\tau_{CA} =$



$$I_{d0}\Big|_{fase\,2} = I_{d\infty}\Big|_{fase\,1} = \frac{E_0}{X'_d}$$

$$I_{d\infty}\Big|_{fase\,2} = \frac{V_R\, M}{R_R\, L_d} = \frac{M I_{R0}}{L_d} \cdot \frac{\omega_e}{\omega_e} = \frac{E_0}{X_d}$$

$\frac{V_R}{R_R} \rightarrow I_{R0}$

Viene considerata solo la fase transitoria, non sono considerati i fenomeni subtransitori!!!