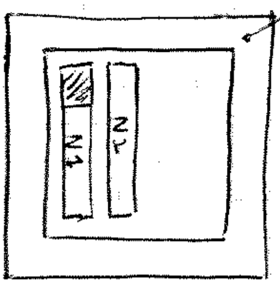
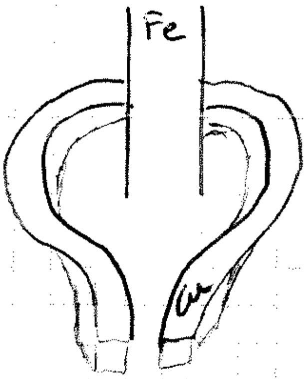
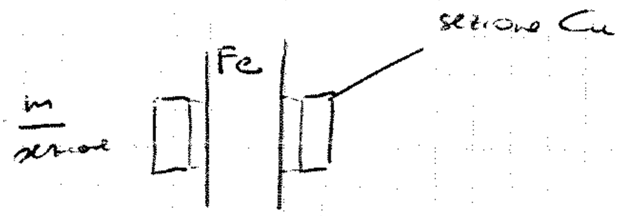


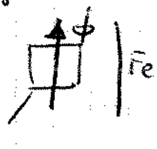
La presenza di un regolatore nel trafo produce delle dissimmetrie che influiscono sulle induttanze di dispersione.

Dobbiamo analizzare la resistenza equivalente del trafo. Il $\phi_{dispersione}$ è di tipo sinusoidale e $f = 50\,Hz$. Il flusso di dispersione attraversa i conduttori. (con la nascita di correnti parassite). Le correnti parassite si devono chiudere nel rame.

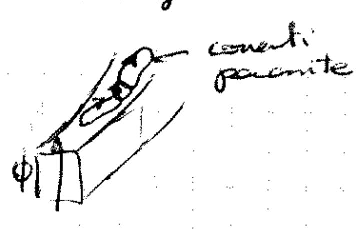




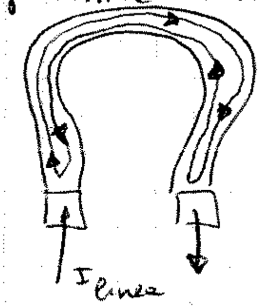
Dobbiamo capire l'andamento del flusso disperso se consideriamo avvolgimenti concentrici il flusso sarà così



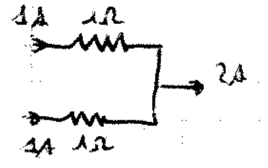
Di conseguenza le correnti parassite vanno opposte a ϕ.



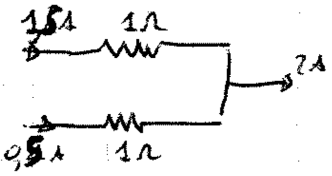
=D



Le correnti parassite si sommano alla corrente di linea. Quindi è effetto delle correnti parassite nel rame dovute ai flussi dispersi è la non uniforme distribuzione di I_{linea}.



$P_d = 2\,W$



$P_d = 1{,}5^2 + 0{,}5^2 = 2{,}5\,W$

=D 0,5 W sono dovuti a perdite conseguenti alla distribuzione non uniforme delle correnti

Cioè 0,5 W sono dovuti alle perdite addizionali. Quindi la resistenza equivalente è $R_{eq} = \frac{2,5}{4} = 0,625\,\Omega > 0,5\,\Omega$

Ho una sezione di materiale conduttore. In ogni istante entra/esce

la corrente (di linea) i. La densità di corrente (δ) non è costante nei diversi punti della sezione.

$\delta_m = \frac{i}{A}$ densità di corrente medio

$A \to$ Area.

In un qualsiasi punto della sezione avrò una $\delta(s) = \delta_m + \delta_p(s)$

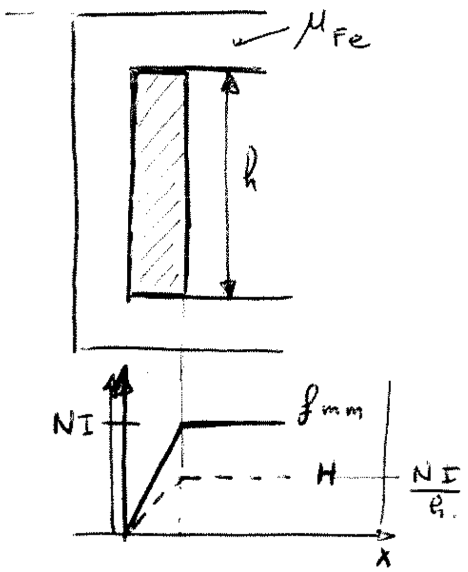
$$i = \int_A \delta(s)\,ds = \int_A \delta_m + \delta_p(s)\,ds = \delta_m A \quad \text{perchè} \int_A \delta_p(s)\,ds = 0$$

Le perdite per unità di volume è legata a $\delta^2 s$.

Cerchiamo di calcolare il fattore di aumento delle perdite dovuto alla disuniforme distribuzione della corrente

$$K_a = \frac{\rho \int_A \delta^2(s)\,ds}{\rho \int_A \delta_m^2\,ds} = \frac{\int_A [\delta_m + \delta_p(s)]^2\,ds}{\int_A \delta_m^2\,ds} = \frac{\int_A \delta_m^2 + 2\delta_m\delta_p(s) + \delta_p(s)^2\,ds}{\int_A \delta_m^2\,ds}$$

$$= 1 + 0 + \frac{\int_A \delta_p^2(s)\,ds}{\int_A \delta_m^2\,ds} = 1 + \frac{\int_A \delta_p^2(s)\,ds}{\delta_m^2 A}$$



Consideriamo un trasformatore senza spazi tra avvolgimento e colonna e avvolgimento e gioghi. Consideriamo ~~con~~ 1 come numero di spire.

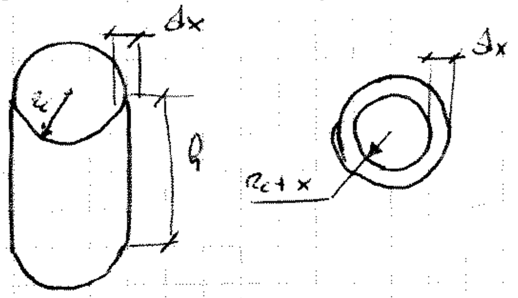
Tra 0 e b_1 si ha che

$$H(x) = \frac{I}{h\,b_1}\,x \qquad (N = 1)$$

$$\delta_m = \frac{I}{b_1 h} \Rightarrow H(x) = \delta_m\,x$$

$B(x) = \mu_0 H(x) = \mu_0 \delta_m x$

Il conduttore è massiccio e ha dimensioni <u>non</u> infinitesime. Consideriamo delle spire che hanno spessore dx. Consideriamo quindi tanti cilindri di spessore dx, altezza h e raggio $r_c + x$ con r_c = raggio della colonna di Ferro. Il cilindro



sarà percorso da un flusso magnetico $d\phi$.

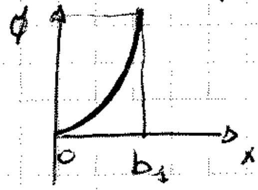
$$d\phi = B(x)\, 2\pi (r_c + x)\, dx$$

il flusso magnetico concatenato dalle spire aventi raggio generico $r_c + x$ vale:

$$\phi = \int_0^x B(x)\, 2\pi (r_c + x)\, dx = \int_0^x B(x)\, \ell\, dx = \int_0^x \mu_0 \delta_m \ell\, x\, dx$$

$2\pi (r_c + x)$ è la lunghezza delle spire. Lo sostituiamo con la lunghezza della spira media (ℓ) per $0 < x < b_1$

$$\phi = \frac{1}{2} \mu_0 \delta_m \ell x^2$$



il flusso varierà nel tempo in modo sinusoidale.

$$V(x) = \frac{1}{2} \mu_0 \delta_m \ell \omega x^2$$, ω è la pulsazione della tensione a cui sta lavorando il trasformatore.

V è una tensione indotta e produrrà delle correnti. Noi vogliamo trovare le correnti parassite quindi vogliamo che $V(x)$ abbia valor medio nullo.

$$V_m = \frac{1}{b_1} \int_0^{b_1} V(x)\, dx = \frac{1}{b_1} \frac{1}{2} \mu_0 \delta_m \ell \omega \int_0^{b_1} x^2 dx = \frac{1}{6} \mu_0 \delta_m \ell \omega b_1^2$$

Per la legge di ohm

$$V = \rho \frac{\ell}{S} I = \rho \ell \delta$$

Definiamo δ_p la densità di corrente dovuta a correnti parassite.

$$\delta_p = \frac{V(x) - V_m}{\rho \, \ell} = \frac{\pi f \mu_0 \delta_m}{\rho} \left[x^2 - \frac{1}{3} b_1^2 \right]$$

$$k_d = 1 + \frac{\int_A \delta_p^2(s)\, ds}{\int_A \delta_m^2\, ds} = 1 + \frac{\left(\frac{\pi f \mu_0 \delta_m}{\rho}\right)^2 \int_0^{b_1} \left(x^2 - \frac{1}{3} b_1^2\right)^2 h\, dx}{\delta_m^2\, h\, b_1}$$

$$ds = h\, dx$$

$$k_d = \frac{\frac{(\pi f \mu_0 \delta_m)^2}{\rho^2} \frac{4}{45} h\, b_1^{\cancel{5}\,4}}{\delta_m^2\, \cancel{h}\, \cancel{b_1}} + 1 = 1 + \frac{4}{45} \frac{b_1^4}{\frac{\rho^2}{\pi^2 f^2 \mu_0^2}} =$$

$$= 1 + \frac{4}{45} \left(\frac{b_1}{s_p}\right)^4 \quad \text{con} \quad s_p = \sqrt{\frac{\rho}{\pi f \mu_0}}$$ ~~altezza ridotta~~ spessore di penetrazione.

Se il materiale è Cu ($\rho = 0{,}0178 \frac{\Omega\, mm^2}{m}$ per $\theta = 20°C$), la frequenza è 50 Hz e $\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-6}\ \frac{H}{m}$ allora

$$s_p = \sqrt{\frac{0{,}0178 \cdot 10^{-6}}{\pi \cdot 50 \cdot 1{,}256 \cdot 10^{-6}}} = 9{,}49 \cdot 10^{-3}\, m \cong 1\, cm$$

Se voglio avere basse perdite è necessario che lo spessore del conduttore sia basso (per il rame deve essere minore di 1 cm).

Se voglio applicare il metodo semplificato alla seconda spira ho il fatto che x non parte più da 0, ma da un valore più alto. Abbiamo commesso un errore: abbiamo detto che il campo cresce linearmente (implica che densità di corrente sia uniforme), ma non è così perchè abbiamo delle correnti parassite.

Altro errore è aver usato la come lunghezza media della spira.

Ora cerchiamo di capire gli effetti delle correnti parassite sul trasformatore.

EFFETTI delle CORRENTI PARASSITE SUL TRAFO

Dobbiamo definire due funzioni ϕ_1 e ϕ_2. ~~ϕ_1 e ϕ_2~~

$$\phi_1 = \xi \, \frac{\sinh(2\xi) + \sin(2\xi)}{\cosh(2\xi) - \cos(2\xi)}$$

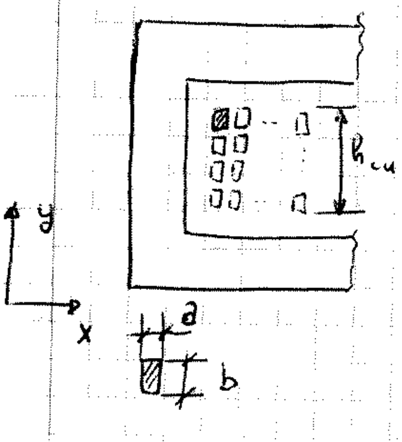
$$\phi_2 = 2\xi \, \frac{\sinh(\xi) - \sin(\xi)}{\cosh(\xi) + \cos(\xi)} \simeq 1 + \frac{4}{45}\xi^4$$

ϕ_1 e ϕ_2 mi servono per il calcolo della resistenza equivalente in alternata del trasformatore.

La resistenza in continua può essere facilmente calcolata dal disegno

$$R_{DC} = \rho \frac{\ell}{S}$$

La resistenza in alternata (R_{AC}) tiene conto anche delle perdite addizionali per correnti parassite $(R_{AC} \geq R_{DC})$



▨ sezione in rame dei conduttori

Tra un conduttore e l'altro ci sono parti che non sono di rame e hanno permeabilità μ_0.

Definiamo b l'altezza del singolo conduttore, definiamo a la base. La sezione del rame sarà $S_{cu} = a \cdot b$

Definiamo il numero degli strati in orizzontale n_x, mentre n_y il numero degli strati in verticale. Il numero di spire sarà $n_x \cdot n_y$.

La direzione y è la direzione del flusso disperso, la direzione x è $\perp$ alla y.

Nota: $n_y \cdot b \leq h_{cu}$

Noi conosciamo i dati di progetto del trasformatore (materiali e Θ), quindi è noto lo spessore di penetrazione $S_p = \sqrt{\frac{\rho}{\pi \mu_0 f}}$.

Definiamo altezza ridotta $\xi = \frac{a}{S_p}$

Talvolta l'altezza ridotta viene corretta in questo modo:

$$\xi = \frac{a}{S_p}\sqrt{\frac{n_y b}{h_{cu}}}$$

In pratica questa correzione non viene mai fatta perché è più cautelativa un'altezza ridotta più alta.

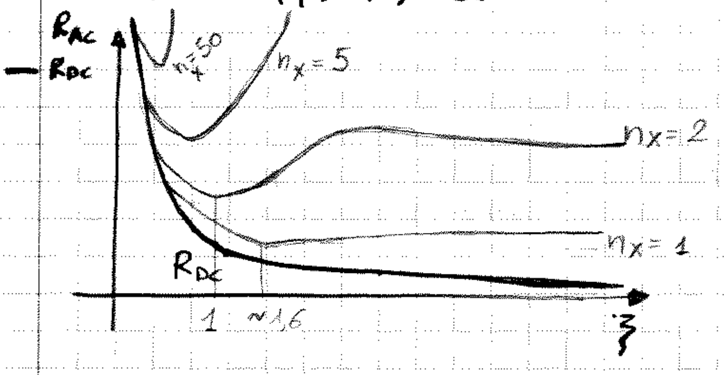
$$R_{dc} = \rho\frac{\ell}{a b} = \rho\frac{\ell}{\xi S_p b}$$

$$\frac{R_{ac}}{R_{dc}} = \phi_1(\xi) + \frac{n_x^2 - 1}{3}\phi_2(\xi) = F(\xi, n_x)$$

$\phi_1(\xi)$ e $\phi_2(\xi)$ sono crescenti al crescere di ξ (cioè aumenta R_{ac}/R_{dc}). Se $\xi < 1$ $R_{ac}/R_{dc} \simeq 1$

In pratica mi interessa il valore di R_{ac}.

$$R_{AC} = F(\xi, n_x) R_{dc}$$



R_{DC} è solo funzione di ξ

R_{AC} è funzione di ξ e n_x

$n_x = 1$ ha minimo in circa 1,6

$n_x = 2$ ha minimo in circa 1

$n_x = 5$. Supponiamo di partire da un conduttore con sezione molto piccola. R_{AC} e R_{DC} sono molto grandi. Quindi aumento la sezione del conduttore (la dimensione a). ξ aumenta e R_{DC} diminuisce. Inizialmente diminuisce anche R_{AC}, dopo ricomincia ad aumentare. Se sono con $n_x = 5$ è inutile pensare di avere $\xi > 0,6$ (col rame circa 6 mm).

Più aumenta n più devo lavorare con ξ bassi. Il valore di ξ per cui la funzione ~~ha~~ R_{AC} ha il minimo si chiama "altezza ridotta critica".

$$\xi = \xi_{crit} \Leftrightarrow \left.\frac{\partial F(\xi, n_x)}{\partial \xi}\right|_{\xi=\xi_{crit}} = 0$$

Devo per scontato che si lavora con $\xi \leq \xi_{crit}$. Altrimenti si sbaglia.

Per n_x che aumenta si nota che quando $n_x > 10$ il rapporto R_{AC}/R_{DC} è 1,33. Cioè le perdite addizionali non possono superare il 33%. -

$$\frac{R_{ac}}{R_{dc}} = \phi_1(\xi) + \frac{n_x^2-1}{3}\phi_2(\xi) \simeq 1 + \frac{5n_x^2-1}{45}\xi^4 \qquad (R_{AC} > R_{DC})$$

diciamo che $R_{ac} = R_{DC} + R_{add}$.

$$R_{add} = R_{DC}\cdot\frac{5n_x^2-1}{45}\xi^4 = \frac{5n_x^2-1}{45}\frac{a^3}{\rho}\left(\frac{n_y}{h_m}\mu_0\pi f\right)^2 l\, b$$

l'unico termine che cambia con θ è ρ. Se θ aumenta le resistenze addizionali diminuiscono (ρ è a denominatore).

Le norme dicono che quando si riportano le resistenze alla temperatura di 75° bisogna applicare queste formule:

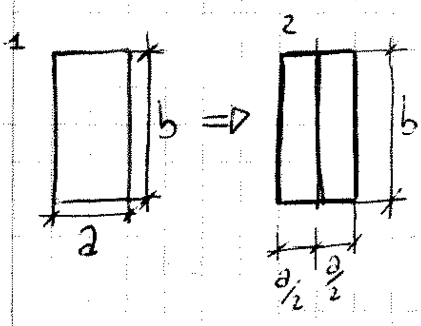
$$R_{DC\,75} = R_{DC\,25}\frac{235+75}{235+25} \qquad R_{ADD\,25} = R_{AC\,25} - R_{DC\,25}$$

$$R_{add\,75} = R_{ADD\,25}\frac{235+25}{235+75}$$

<u>Problema</u>: più le correnti sono elevate più i conduttori devono avere sezione elevata. Devo avere sezione elevata senza superare lo $\xi_{critico}$.

Posso fare a = costante ed incrementare b. Un altro metodo è utilizzare più conduttori in parallelo.

Prendiamo un conduttore di sezione $a \times b$.

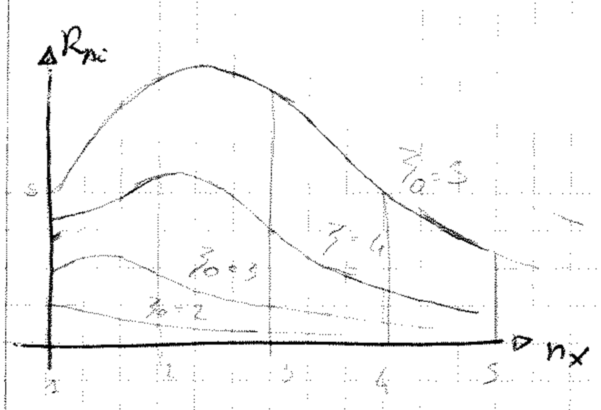


$a = \xi_0 \cdot s_p$

$R_{dc_1} = R_{DC_2} = \rho\frac{l}{A} = \rho\frac{l}{\xi_0 s_p b}$

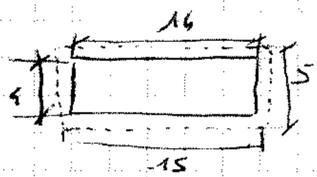
$\xi_0 = \frac{a}{s_p}$ $\qquad \xi = \frac{a}{2s_p} = \frac{\xi_0}{2}$ ← ci guadagno

$n_x = n_{x0}$ $\qquad n_x = 2n_{x0}$ ← ci perdo



Esercizio su slide:

ipotesi: - avvolgimento per trafo
- piattina di Cu 4x14mm Area Cu: 54,38 mm²



ricoperto da isolante di spessore 0,5 mm

Si vuole fare avvolgimento da 90 spire e deve essere avvolto su colonna di Fe con dimensioni adeguate. $\varnothing_{int} = 150$ mm diam.

Si ~~vuole~~ può fare l'avvolgimento in due modi:

1) 3 strati lungo x (e 30 lungo y). Le dimensioni saranno
$\varnothing_{int}$: 150 mm $\quad \varnothing_{ext} = 180$ mm $\quad$ altezza: 450 mm

2) Si fanno 90 spire da uno strato. Con stesso diametro int, ext e altezza dell'avvolgimento precedente.

$f = 50$ Hz $\quad \Theta = 75°C \quad$ lo spessore di penetrazione $S_p = 10,47$ mm

$R_{DC} = 0,01833\ \Omega$

Bisogna trovare R_{AC} per i due avvolgimenti.

1) $n_x = 3 \quad \xi = \frac{4}{10,47} = 0,3819 \quad \xi = \frac{a}{S_p}\sqrt{\frac{n_y b}{h_{Cu}}} = \frac{4}{10,47}\sqrt{\frac{30 \cdot 14}{449}} = 0,369$

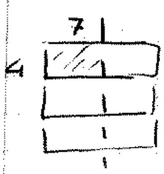
$R_{AC} = 0,01878\ \Omega \quad R_{AC} = 0,01873\ \Omega$

2) $n_x = 1 \quad \xi = \frac{a}{S_p} = \frac{14}{10,47} = 1,337 \quad \xi = \frac{a}{S_p}\sqrt{\frac{n_y b}{h_{Cu}}} = 1,197$

$R_{AC} = 0,02305\ \Omega \quad R_{AC} = 0,02151\ \Omega$

incremento di resistenza del 15% circa dovuto solamente alla disposizione dei conduttori.

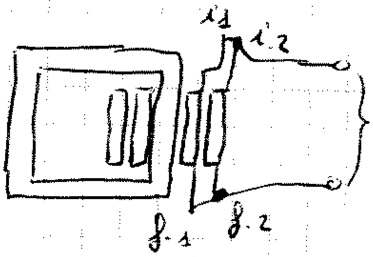
Per ridurre R_{AC}/R_{DC} devo far diminuire ξ e fare aumentare n_x.



Divido il conduttore in 2 conduttori in parallelo

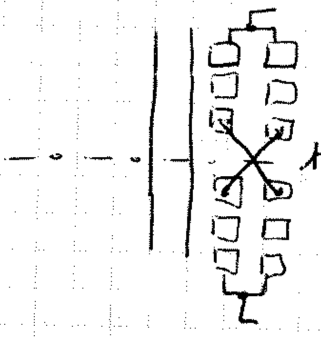
Diventano 2 ~~strati~~ avvolg. da 80 spire di rame di dimensioni 4×7 mm

I due avvolgimenti sono fatti in modo indipendente.

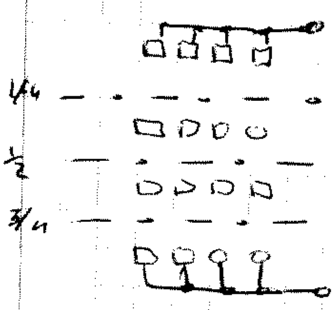


l'avvolgimento esterno concatena anche il flusso disperso dell'avv. interno. Quando collego i due avvolgimenti in // si ha che nascono e creano correnti di circolazione tra i due avvolgimenti.

Soluzione che viene applicata è la trasposizione. In questo modo i due avvolgimenti mediamente concatenano lo stesso flusso.

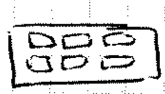


Se ho 4 conduttori in parallelo devo fare 3 incroci.



Per le macchine rotanti o i trafo in alta frequenza si usa questa soluzione: ho un conduttore con altri conduttori all'interno isolati tra loro.

Se conduttore è sbarra viene chiamato Sbarra Roebel



Se i conduttori sono circolari: filo Litz