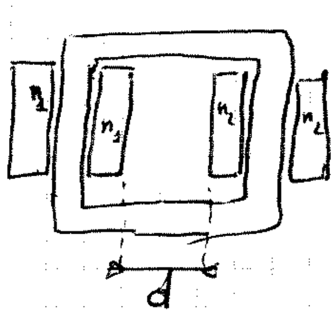
percorso se uso i conci tilt o le stesse Rockel il percorso è più lungo inoltre aumenterà la reattanza.

Equazioni di dimensionamento dei trasformatori



Nei trafo d è la distanza minima compatibile con le esigenze di raffreddamento e isolamento

Nucleo magnetico è caratterizzato da 2 grandezze: sezione della colonna (S_{Fe}) e sezione della finestra (S_F)

$$K_{cu} \cdot S_f = N_1 \cdot S_{cu1} + N_2 S_{cu2}$$

$$K_{cu} = \frac{N_1 S_{cu1} + N_2 S_{cu2}}{S_f} = \frac{\text{area netta Cu}}{\text{area finestra}} \leq 1$$ K_u: fattore di utilizzo finestra.

In ogni trafo $N_1 I_1 = N_2 I_2$

$$\delta_1 = \frac{I_1}{S_{cu1}} \Rightarrow N_1 S_{cu1} \delta_1 = N_2 S_{cu2} \delta_2$$

Se $\delta_1 = \delta_2 = \delta$ $\quad N_1 S_{cu1} = N_2 S_{cu2}$ si ha che gli avvolgimenti occupano lo stesso volume. Hanno inoltre la stessa superficie laterale (superficie di scambio termico con l'ambiente).

$$P_j = \rho \frac{\ell}{s} \delta^2 s^2 = \rho \delta^2 \ell s$$

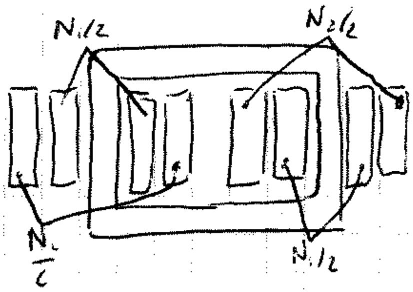
Se $\delta_1 = \delta_2$ allora ho le stesse perdite Joule e quindi ho le stesse sovratemperature tra gli avvolgimenti 1 e 2

Se $\delta_1 > \delta_2$ $\quad N_1 I_1 = N_2 I_2$

$$N_1 S_{cu1} \delta_1 = N_2 S_{cu2} \delta_2 \qquad \frac{N_1 S_{cu1}}{N_2 S_{cu2}} = \frac{\delta_2}{\delta_1} < 1$$

Ne segue che volume primario < volume secondario ne segue che la superficie di scambio termico del primario < sup. scambio termico del secondario. Ne segue che $\Delta\Theta_1 > \Delta\Theta_2$

Ne segue che è meglio se $\delta_1 = \delta_2$. Ma in generale questo tipo di trafo non viene fatto, ma si fa in questo modo:



Ragionevole configurazione per un trafo monofase.
Le spire 1 sono sempre interne alle spire 2.
In questo caso ha senso avere $\delta_1 < \delta_2$ con
$\delta_1 \simeq 0,85 \div 0,9\ \delta_2$

Approssimativamente le densità sono sempre vicine tra loro.
Se $\delta_1 \approx \delta_2$ si possono calcolare le equazioni di dimensionamento

$$V_1 = \omega \lambda_1 = \omega N_1 \phi = \omega N_1 \frac{B\, S_{Fe}}{}$$

su V interessano i valori efficaci, mentre per B si usano i valori max.

$$V_1 = \omega N_1 \hat{B} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} S_{Fe} K_{Fe}$$

, $K_{Fe} < 1$ tiene conto dell'area netta in Fe adibita al passaggio di flusso diviso la S_{Fe}

S_{Fe} è ottenuta dalle dimensioni esterne misurate con calibro.
K_{Fe} dipende dal fattore di stipamento dei lamierini.

$$N_1 S_{cu1} + N_2 S_{cu2} = K_{cu} S_F \Rightarrow N_1 \frac{I_1}{\delta_1} + N_2 \frac{I_2}{\delta_2} = K_{cu} S_F$$

Se $\delta_1 = \delta_2$

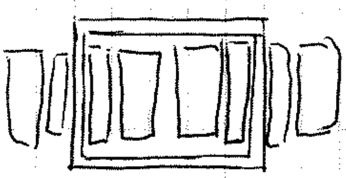
$$2 N_1 I_1 = \delta K_{cu} S_F \Rightarrow I_1 = \frac{\delta K_{cu} S_F}{2 N_1}$$

$$S_n = V_1 I_1 = \frac{\omega}{2\sqrt{2}} \underbrace{\delta \hat{B}}\ \underbrace{S_{Fe} S_F}\ \underbrace{K_{cu} K_{Fe}}$$

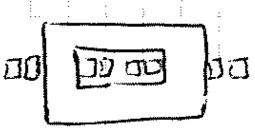
fattore di utilizzazione del trafo — fattore di utilizzazione del materiale — dimensioni — fattori di utilizzazione dello spazio della macchina

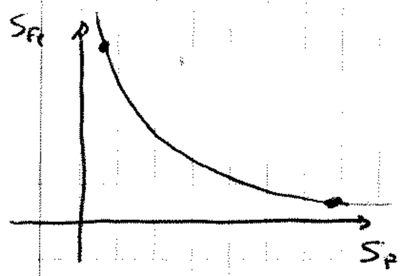
Le dimensioni principali della macchina sono S_{Fe} e S_F

Se S_{Fe} diminuisce e S_F aumenta. Devo avere tante spire perché se no il ferro satura. Quindi il volume di rame sarà maggiore del volume di ferro.



Posso anche avere S_{Fe} grande e S_F piccola. In questo caso ho poche spire e $Volume_{Fe} > Volume_{Cu}$.





Per $\omega, S_n, \hat{B}, \delta, K_{cu}, K_{Fe}$ costanti ho infinite coppie di S_{Fe}, S_F che soddisfano l'espressione.

Dobbiamo capire le diverse caratteristiche dei trasformatori al variare di S_{Fe} e S_F.

volume $\to V_{Fe} \propto S_{Fe}\sqrt{S_F}$

$V_{Cu} \propto S_F \sqrt{S_{Fe}}$

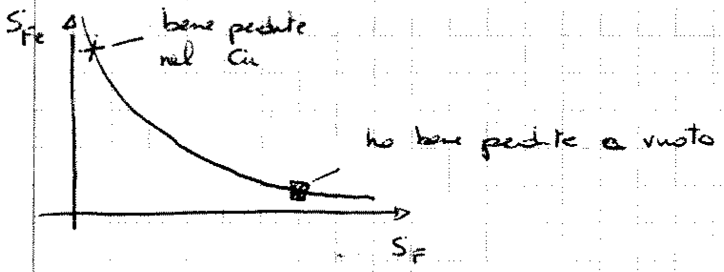
Valutiamo le perdite a vuoto della macchina. (A noi interessa perdite a vuoto / $S_n \simeq P_{Fe}/S_n$)

$$\frac{P_{Fe}}{S_n} = \frac{P_{Fe(spec)}(\hat{B}, f)\, V_{Fe}}{\frac{\omega}{2\sqrt{2}}\delta \hat{B} S_{Fe} S_F K_{Fe} K_{cu}} = \frac{K \hat{B}^2 f^{\alpha} \cdot S_{Fe}\sqrt{S_F}}{\frac{2\pi f}{2\sqrt{2}}\delta \hat{B} S_{Fe} S_F K_{Fe} K_{cu}} =$$

$1 \le \alpha \le ?$

K tiene conto di tutti i fattori di prop

$$\propto \frac{\hat{B} f^{\alpha-1}}{\delta K_{cu} K_{Fe} \sqrt{S_F}}$$



Se si vuole avere basse perdite a vuoto è necessario avere poco ferro e tanto rame.

Ora valutiamo P_{cu}/S_n

$$\frac{P_{cu}}{S_n} = \frac{2\rho\delta^2 \frac{1}{2} S_F K_{cu} \cdot K \cdot \sqrt{S_{Fe}}}{\frac{\omega}{2\sqrt{2}}\delta \hat{B} S_{Fe} S_F K_{cu} K_{Fe}} \propto \frac{\rho\delta}{\omega \hat{B} K_{Fe}\sqrt{S_{Fe}}}$$

$K \cdot S_{Fe}$ è lunghezza media della spira

Per avere basse perdite nel Cu bisogna avere tanto Fe e poco rame.

Nei trasformatori $\frac{P_{cu}}{P_{Fe}}$ è legato al punto di carico con η_{max}.

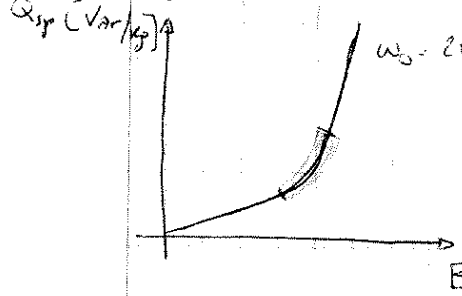
Le relazioni parlano di S_{Fe} e S_F e non tengono conto della forma.

Cerchiamo di legare le dimensioni alla corrente a vuoto. Approx la corrente a vuoto con quella magnetizzante.

Definiamo I_μ come la corrente di magnetizzazione a vuoto.

$$\frac{I_\mu}{I_n} = \frac{V_{nom} \cdot I_\mu}{V_{nom}\, I_n} = \frac{Q_\mu}{S_{nom}} =$$

Q_μ si trova grazie alle prove con il giogo di Epstein. Di solito quando la macchina è costruita si lavora vicino alla saturazione.



$$Q_{sp} = B^n \quad , \quad n = 3 \div 11$$

Nota: la curva è riferita alla freq. di 50 Hz

$$\frac{I_\mu}{I_n} = \frac{K B^{n-1} \cdot \cancel{S_{Fe}}\, l_{Fe}\, \cancel{K_{Fe}}\; \omega/\omega_0}{\frac{\omega}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2}\, \cancel{B}\, \delta\, \cancel{S_{Fe}}\, S_F\, \cancel{K_{Fe}}\, K_{cu}}$$

Se il trafo ~~non~~ lavora a 50 Hz ~~devo moltiplicare~~ il termine a numeratore ~~per~~ ω/ω_0 vale 1.

$$\frac{I_\mu}{I_n} \propto \frac{B^{n-1}\, l_{Fe}}{\delta\, S_F\, K_{cu}} \propto \frac{B^{n-1}}{\delta \sqrt{S_F}\, K_{cu}}$$

Per avere I_μ piccola rispetto a I_n devo avere una grande area della finestra e grande densità di corrente

Ora vogliamo valutare la caduta di tensione al passaggio vuoto-carico. Usiamo la ~~formula~~ delle cadute di tensione industriale.

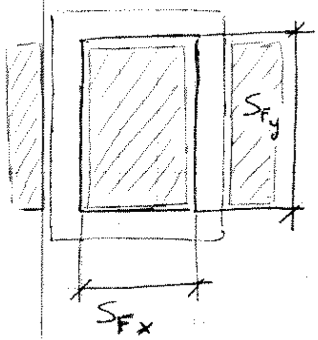
$$\Delta V = R I \cos\varphi + X I \sin\varphi \simeq X_d I \sin\varphi$$

$$X_d = \omega \mu_0 N^2 \pi \frac{D_m}{h} \left(\frac{b_1 + b_2}{3} + d \right)$$

$$\frac{\Delta V}{V_{nom}} = \frac{\cancel{\omega} \mu_0 N^2 \pi \frac{D_m}{h} \left(\frac{b_1 + b_2}{3} + d \right)}{\frac{\cancel{\omega}}{\sqrt{2}} B\, S_{Fe}\, \cancel{N}\, K_{Fe}} I \sin\varphi = \sqrt{2} \mu_0 \pi \frac{\frac{D_m}{h} \left(\frac{b_1 + b_2}{3} + d \right) (NI)}{B\, S_{Fe}\, K_{Fe}} \sin\varphi =$$

$$NI = \frac{1}{2} S_{Fe}\, K_{cu}\, \delta$$

Inoltre possiamo semplificare $\frac{\cancel{D_m}\,1}{h}\left(\frac{b_1+b_2}{3}+d\right)$ trascurando d ne segue che $\frac{1}{h}\left(\frac{b_1+b_2}{3}\right) \propto \frac{S_{fx}}{S_{fy}}$



Inoltre $D_m \propto \sqrt{S_{Fe}}$

Ne segue che

$$\frac{\Delta V}{V_{nom}} \propto \frac{\sqrt{S_{Fe}}\ \frac{s_{fx}}{s_{fy}}}{B\, S_{Fe}\, k_{Fe}} \sin\varphi\ \cancel{\sum}\ S_F\, K_{cu} = \frac{\delta}{B}\left(\frac{s_{fx}}{s_{fy}}\right)\frac{K_{cu}\, S_F}{K_{fe}\sqrt{S_{fe}}} \sin\varphi$$

Se si vuole un trafo con bassa caduta di tensione nel passaggio da vuoto a carico bisogna fare colonna grande, finestra piccola e cercare di ottenere il giusto rapporto tra le dimensioni della finestra e tenere la densità bassa.

Dimensionamento del trasformatore in base al minimo costo

Il costruttore conosce i costi di Cu e Fe in base al peso (o al volume). Definiamo C_{cu} e C_{Fe} il costo del rame e del ferro per unità di volume su macchina finita.

C_{cu} e C_{fe} si ottengono dai costi di macchine già realizzate. Dipendono dal materiale e dalle lavorazioni.

Il costo complessivo della macchina è ~~il~~ dovuto a $C_{cu} \cdot Vol_{cu} \cong C_{cu} \cdot S_f \sqrt{S_{fe}}$ e a $C_{Fe} \cdot Vol_{Fe} \cong C_{Fe} \cdot \sqrt{S_F}\, S_{Fe}$.

Quindi $\quad C = K_1\, C_{cu} \cdot S_f \sqrt{S_{fe}} + K_2\, C_{fe} \cdot S_{fe} \sqrt{S_f}$

La potenza nominale vale $\quad S_{nom} = \frac{\omega}{2\sqrt{2}} B \delta S_{Fe} S_f k_{fe} k_{cu} = K_3 S_{Fe} S_f$

Possiamo ricavare $\quad S_f = \frac{S_{nom}}{K_3 S_{fe}} = \frac{K_4}{S_{fe}}$

Ne segue che $\quad C = C_{cu} K_1 \frac{K_4}{\sqrt{S_{fe}}} + C_{fe} K_2 \sqrt{K_4}\sqrt{S_{fe}}$

Per trovare il minimo costo devo derivare C rispetto a S_{Fe} e imporre la derivata uguale a zero

$$\frac{\partial C}{\partial S_{Fe}} = C_{cu} K_1 \left(-\frac{1}{2}\right) S_{Fe}^{-\frac{3}{2}} K_4 + C_{Fe} K_2 \sqrt{K_4}\, \frac{1}{2}\, S_{Fe}^{-\frac{1}{2}} =$$

$$= S_{Fe}^{-\frac{1}{2}} \left[-\frac{C_{cu} K_1 K_4}{2} S_{Fe}^{-1} + \frac{C_{Fe} K_2 \sqrt{K_4}}{2} \right] = 0$$

$$\frac{c_{Cu} K_1 K_4}{\tau S_{Fe}} = \frac{c_{Fe} K_2\sqrt{K_4}}{\cancel{\tau}} \Rightarrow S_{Fe} = \frac{c_{Cu} K_1\sqrt{K_4}}{c_{Fe} K_2 \sqrt{K_4}} = \frac{c_{Cu}}{c_{Fe}}\cdot\frac{K_1}{K_2}\sqrt{K_4}$$

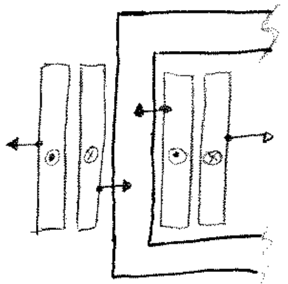
Inoltre
$$S_{Cu} = \frac{K_4}{S_{Fe}} = \frac{c_{Fe} K_2\sqrt{K_4}}{c_{Cu} K_1}$$

Ne segue che
$$\frac{S_{Fe}}{S_{Cu}} = \frac{c_{Cu} K_1 \cancel{\sqrt{K_4}}}{c_{Fe} K_2}\cdot\frac{c_{Cu} K_1}{c_{Fe} K_2 \cancel{\sqrt{K_4}}} = \frac{c_{Cu}^2 K_1^2}{c_{Fe}^2 K_2^2}$$

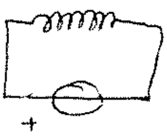
K_1 e K_2 sono le proporzioni tra le dimensioni del trasformatore. Ne segue che per fare il costo minimo deve scegliere il trafo che ha rapporto S_{Fe}/S_{Cu} proporzionale al quadrato dei **costi**.

Forze meccaniche tra avvolgimenti di un trasformatore

Le forze meccaniche sono un effetto dell'induttanza di dispersione del trasformatore. La forza magnetomotrice sul nucleo di Fe è circa zero. Ne segue che la corrente che ~~attra~~ percorre un avvolgimento è di segno opposto rispetto all'altro. Due conduttori percorsi da correnti non equiverse tendono a respingersi.



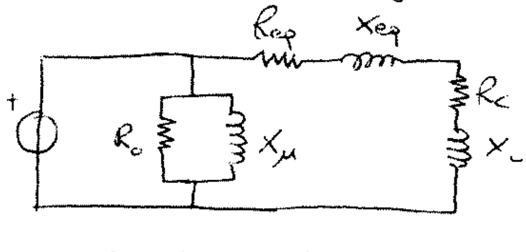
L'energia in ingresso ad un induttanza è $e\,i\,dt$.
L'energia deve diventare lavoro meccanico più energia immagazzinata nel campo magnetico.



$W_{magn} = \frac{1}{2} L I^2$ (I funzione del tempo) quindi
W_{magn} è funzione di i e L.

$$\frac{dW_{magn}}{dt} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial L}{\partial x}dx\right)i^2 + \frac{1}{2} L \cdot 2i\frac{di}{dt}$$

per far variare L è necessario che varino le dimensioni del solenoide.
Nel caso del trasformatore i parametri del ferro possono anche trascurati. Parte dell'energia che viene fornita al trafo va al carico. A noi interessa l'energia che viene ~~assorb~~ persa dal trasformatore.



L'unico parametro che è connesso da forze meccaniche