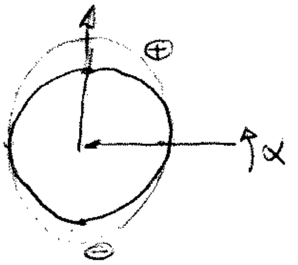
AVVOLGIMENTI per macchine elettriche

Distribuzione sinusoidale dei conduttori.



α: coordinate angolare sullo statore

I conduttori positivi è uguale al numero di conduttori negativi

Densità di distribuzione dei conduttori: $N(\alpha)$ = n° dei conduttori compresi tra $\alpha = 0$ e α

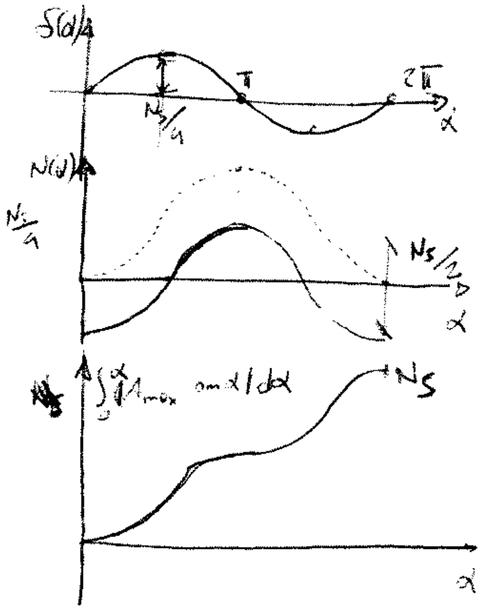
$$\delta(\alpha) = \lim_{\Delta\alpha \to 0} \frac{N(\alpha + \Delta\alpha) - N(\alpha)}{\Delta\alpha} = \frac{d N(\alpha)}{d\alpha}$$

$N(\alpha)$: funzione di distribuzione dei conduttori

A noi interessa le $N(\alpha)$ con valore medio nullo perchè ha forma uguale alla fmm al traferro quando la corrente nell'avvolgimento è 1 A.

Definiamo N_s il n° di conduttori in serie per fase

$$N_s = \int_0^{2\pi} |\delta(\alpha)| d\alpha$$



$\delta(\alpha)$ è sinusoidale (distribuzione teorica) vogliamo sapere quanto è ampia!

Disegno l'integrale di $\delta(\alpha)$ e faccio in modo che abbia valor medio nullo

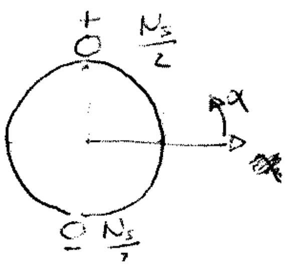
$$\delta(\alpha) = A_{max} \cdot \sin\alpha$$

$$N(\alpha) = -A_{max} \cos\alpha \quad \text{con } A_{max} = f(N_s)$$

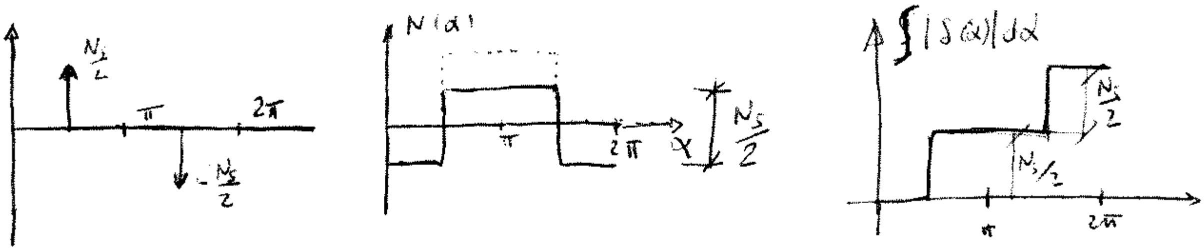
$$N_s = \int_0^{2\pi} |\hat{A} \sin\alpha| d\alpha = 4 A_{max}$$

$$A_{max} = \frac{N_s}{4}$$

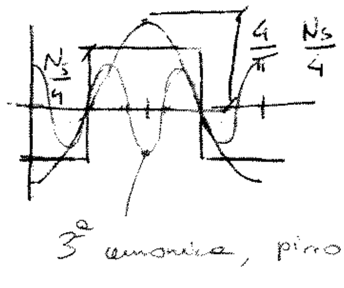
Avvolgimento concentrato:



δ



Nel caso di conduttori concentrati posso studiare $N(\alpha)$ e quindi anche $F_{mm}(\alpha)$ con gli sviluppi in serie di Fourier



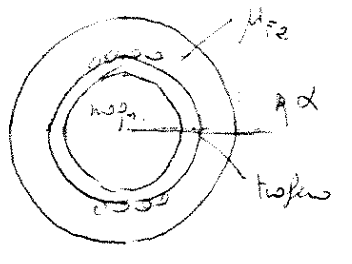
Per questioni di simmetria ho solo armoniche dispari

Differenze tra avvolgimenti concentrati e sinusoidali (a parità di N_s)

1 concentrato = 1 distribuzione sin di ampiezza $\frac{4}{\pi}\frac{N_s}{4}$ + armoniche

Ottengo qualcosa in più rispetto ad un sinusoidale, ma mi trascino dietro delle armoniche spaziali (dipendono dallo spazio dei conduttori).

Supponiamo di avere nello statore un magnete (immobile) che produce una distribuzione di B al traferro.



Conosciamo $B(\alpha)$ e $N(\alpha)$, vogliamo trovare λ (flusso concatenato con l'avvolg.)

$$\lambda = r\ell \int_0^{2\pi} B(\alpha) N(\alpha)\, d\alpha$$

r è raggio al traferro (raggio interno dello statore)

l è la lunghezza

$N(\alpha)$ è il numero di spire concatenate.

$B(\alpha)$ è una funzione periodica

$$B(\alpha) = B_0 + B_1 \sin(\alpha + \varphi_1) + \underbrace{B_2}_{\text{armonica spaziale di ordine } 2} \sin[2(\alpha + \varphi_1)] + \dots + \underbrace{B_n}_{\text{armonica spaziale ordine } n} \sin[n(\alpha + \varphi_n)]$$

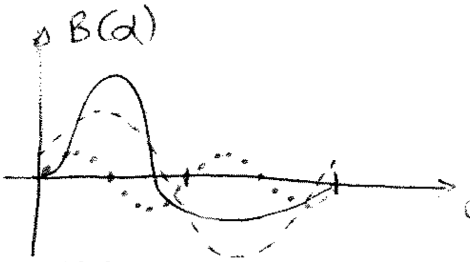
L'unica cosa di cui sono sicuro: $B_0 = 0$ perché il flusso è solenoidale.

$N(\alpha)$ è anche lei periodica.

$$N(\alpha) = N_0 + N_{max1} \sin(\alpha + \gamma_1) + N_{maxn} \sin[2(\alpha + \gamma_2)] + \dots + N_{maxn} \sin[n(\alpha + \gamma_n)]$$

Ogni termine di $B(\alpha)$ va moltiplicato per i termini di $N(\alpha)$ e poi va fatto l'integrale. Quando si fanno gli integrali quasi tutti i termini si annullano, infatti

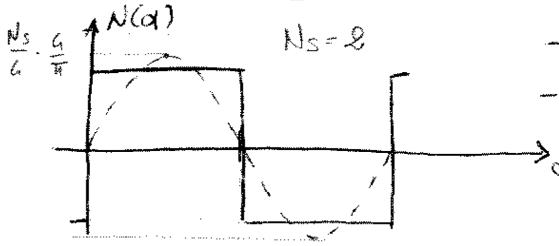
$\int_0^{2\pi} \sin(a\alpha)\sin(b\alpha)$ è uguale a zero se $a \neq b$, mentre se $a = b$ può essere diverso da zero. Quindi $\lambda \neq 0$ se esiste lo stesso ordine armonico spaziale nella distribuzione di $B(\alpha)$ ~~e in quella~~ e in quella $N(\alpha)$



— ~~flusso~~ induzione

--- 1ª armonica spaziale

··· 2ª armonica → $\lambda = 0$ perché N ha solo armoniche dispari

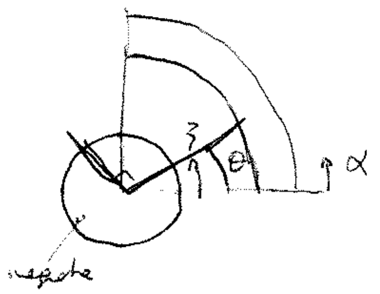


— distribuzione dei conduttori

-- fondamentale di distribuzione.

avvolgimento: $\left.\begin{array}{l} \text{conduttore} + \text{ in } \alpha = 0 \\ \text{conduttore} - \text{ in } \alpha = \pi \end{array}\right\} N_s = 2$

Se ho magneti che producono distribuzione di induzione molto simile alla sinusoidale non mi devo preoccupare molto di come sono distribuiti gli avvolgimenti.



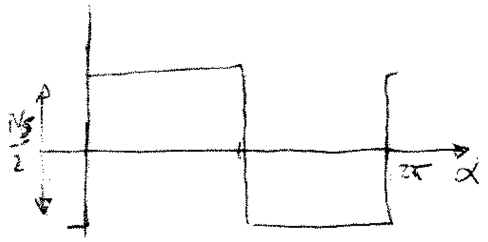
Sul rotore ho distribuzione di induzione $B(\xi)$

Introduciamo l'angolo θ che fornisce la posizione del rotore rispetto allo statore.

Se il magnete si trova in posizione θ

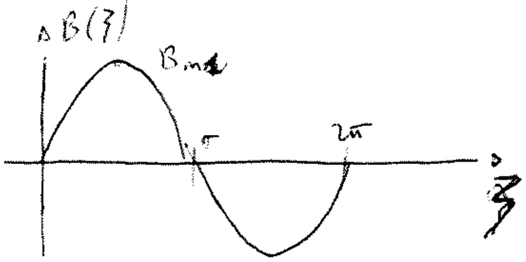
$B(\xi) = B(\alpha - \theta)$ su riferimento magnete

Avvolgimento 2 poli passo diametrale N_s conduttori serie per fase.



Abbiamo $\frac{N_s}{2p}$ conduttori positivi concentrati in un punto dello statore e $\frac{N_s}{2p}$ negativi a distanza $\frac{\pi}{p}$.

p = n° di paia poli = $\frac{\text{n° poli}}{2}$



Supponiamo che l'induzione sia perfettamente sinusoidale.

Il magnete ruota.

$B(\alpha) \neq$ costante $\quad B_{M1} \sin(\alpha - \omega t)$

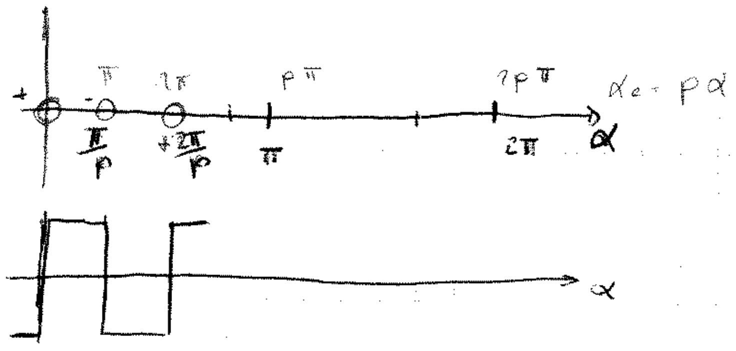
$$N(\alpha) = \frac{1}{2}\frac{4}{\pi}\left(\frac{N_s}{2}\right)\sin\alpha + \frac{1}{2}\frac{4}{\pi}\frac{1}{3}\frac{N_s}{2}\sin(3\alpha) + \dots$$

$$\lambda = r\ell \int_0^{2\pi} B_{M1} \cdot \frac{1}{2}\frac{4}{\pi}\left(\frac{N_s}{2}\right) \sin\alpha \sin(\alpha - \omega t)\, d\alpha = B_{M1}\, r\ell\, \frac{4}{\pi}\cdot\frac{1}{2}\frac{N_s}{2}\pi \cos\omega t$$

$$e(t) = \frac{d\lambda}{dt} = -B_{M1}\, r\ell \frac{4}{\pi}\frac{1}{2}\frac{N_s}{2}\pi\, \omega \sin\omega t$$

$$E = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{4}{2}\frac{N_s}{2}\underbrace{\left[B_{M1}\frac{1}{\pi}(\pi r \ell)\, 2\right]}_{\phi \text{ magnetico per polo}} \pi f = \frac{\omega}{\sqrt{2}}\phi_p \frac{N_s}{2} = 4{,}44\, f\, \phi_p \frac{N_s}{2}$$

Se avvolgimento ha p paia poli con N_s conduttori serie per fase a passo diametrale



Piazzo in 0 $\frac{N_s}{p}$ conduttori positivi. Dopo piazzo in $\frac{\pi}{p}$, $\frac{N_s}{p}$ conduttori negativi. Dopo un altro $\frac{\pi}{p}$ inserisco $\frac{N_s}{p}$ conduttori positivi e così via.

$$N(\alpha) = \frac{1}{2}\,\frac{4}{\pi}\left(\frac{N_s}{2p}\right)\sin(p\alpha) + \dots$$

Supponiamo di avere magnete tale che $B(\xi) = B_{Mp}\sin(p\xi)$

$$\lambda = B_{Mp}\, r\ell \int_0^{2\pi} \frac{1}{2}\,\frac{4}{\pi}\left(\frac{N_s}{2p}\right)\sin\alpha\,\sin[p(\alpha - \omega_m t)]\,d\alpha$$

, ω_M : velocità angolare meccanica di rotazione del magnete.

$$\lambda = B_{Mp}\, r\ell\,\frac{1}{\pi p} N_s \int_0^{2\pi} \sin(p\alpha)\sin(p\alpha - p\omega_M t)\,d\alpha$$

$$= B_{Mp}\,\frac{r\ell}{\pi p} N_s \int_0^{2\pi p} \sin(\alpha_e)\sin(\alpha_e - p\omega_m t)\,\frac{d\alpha_e}{p} \qquad \alpha = \frac{\alpha_e}{p}$$

$$\lambda = B_{Mp}\,\frac{r\ell}{\pi p} N_s\, \cancel{p} \int_0^{2\pi} \sin(\alpha_e)\sin(\alpha_e - p\omega_m t)\,\frac{d\alpha_e}{\cancel{p}} =$$

$$= \frac{B_{Mp}\, r\ell}{\cancel{\pi} p} N_s\,\cancel{\pi}\cos(p\omega_M t)$$

$$e = -\frac{B_{Mp}\, r\ell}{\cancel{p}} N_s\, \cancel{p}\omega_M \sin(p\omega_M t)$$

$$E = \frac{B_{Mp}\, r\ell}{\sqrt{2}} N_s\,\frac{2\pi f}{p} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} B_{Mp}\,\frac{2}{\pi}\left(\frac{\pi 2\ell}{p}\right)\frac{N_s}{2} f =$$

$$= 4{,}44\, f\, \phi_p\,\frac{N_s}{2}$$

$\frac{\pi 2}{p}$ passo polare

Avvolgimento passo diametrale $p = 3$ (3 coppie polari, 6 poli)

$$B(\xi) = B_{max}\sin(2\xi) \qquad E = 0 \quad \text{perché}$$

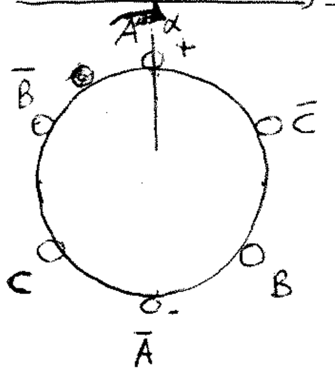
$N(\alpha)$ ha solo armoniche di $\underbrace{\text{ordine dispari}}_{\text{quindi}}$ $(3\cdot 1, 3\cdot 3, 3\cdot 5 \dots)$ $\int BN\,d\alpha = 0$

cioè $\lambda = 0 \quad \forall t$

Invece se $B(\xi) = B_M \sin(3\xi)$ $\quad E \neq 0$.

Nelle macchine elettriche si tende a fare gli avvolgimenti un po' diversi rispetto a quelli diametrali. Si tende a distribuire gli avvolgimenti su tutto lo statore su cave equidistanziate tra loro (m. trifase).

Macchina 3-fase $p=1$ a passo diametrale



$A \to \frac{N_s}{2}$ cond $\quad \bar{A} \to \frac{N_s}{2}$ cond

Il problema è che devo fare una cave enorme per farci stare tanti conduttori e poi non ho nulla per 60°.

Conviene quindi distribuire gli $N_s/2$ conduttori di ciascuna fase in q fori equidistanti.

q = n° di ~~fori~~ cave/poli/fase. In ciascuna cave sistemo $N_c = \frac{N_s}{2pq}$

Di solito q può valere 1, 2, 3 o 4.

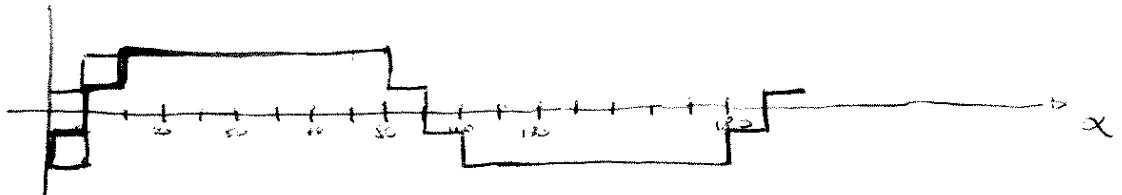
Esempio: avvolgimento 4 poli ($p=2$) $q=3$, trifase

n_s = n° cave di statore = $3 \cdot 4 \cdot 3 = 36$ cave

tra due cave ci sono $10°$.

α	0	10°	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110 ..	180°
α_e	0	20°	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	360°
	A	A	A	$\bar{C}$	$\bar{C}$	$\bar{C}$	B	B	B	$\bar{A}$	$\bar{A}$	...	A

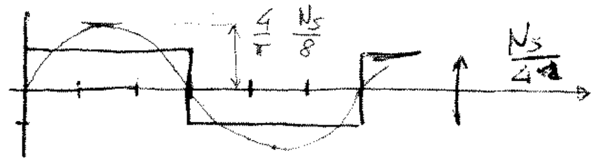
A: $\frac{N_s}{12}$ $\qquad$ — $N(\alpha)$ fase A



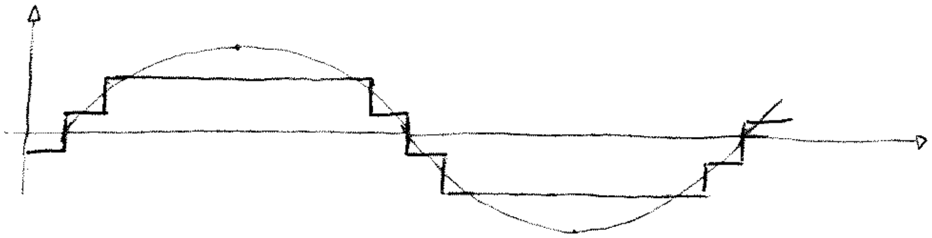
$A = \frac{N_s}{12}$ $\qquad \Sigma$ avvolgimenti con distribuzione sinusoidale.

N_S sono i conduttori serie per fase. $p=2$ e $q=1$

α 0 30 60 90 180
$A\ \bar{C}\ B\ \bar{A}\ C\ \bar{B}\ A$
α_e 0 60 180 360

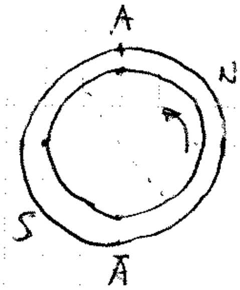


Nel caso $p=2$ $q=3$ si avrà la fondamentale così

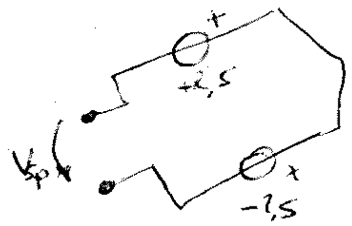


Per valutare i parametri della fondamentale usiamo il fattore di avvolgimento. Immaginiamo quindi una macchina come in figura.

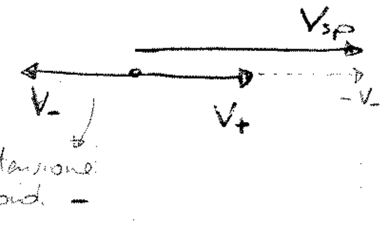
$p=1$
$q=1$



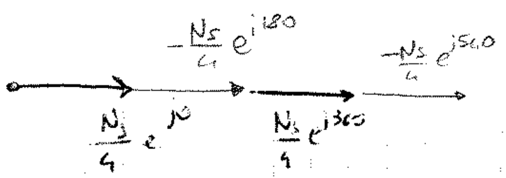
$e = \Sigma\, B l \omega_m t$ con $B(\xi) = B_m \sin(\xi)$.
Possiamo vedere il conduttore come una spira con due generatori.



$V_{sp} = 2,5 - (-2,5) = 5\ V$

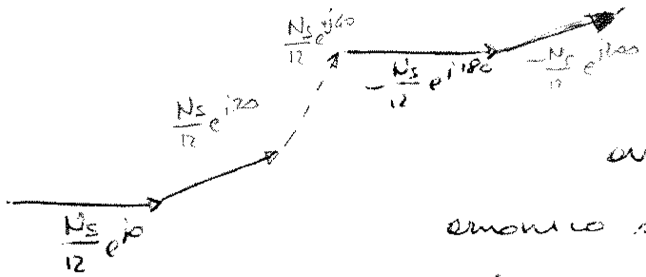


Rifacciamo il ragionamento per la macchina a $p=2$.
Sollecitiamo l'avvolgimento $p=2$ $q=1$ con un magnete che fornisce $B(\xi) = B_M \sin(2\xi)$



$$E = 4\,\frac{N_s}{4}\, l\, \omega_r B_M$$

Ora ragioniamo sulla macchina $p=2$ $q=3$. tra le cave $\alpha_e = 20°$.



definiamo il fattore di avvolgimento (per ordine armonico spaziale uguale a 2) il seguente valore:

$$\frac{|E\ \text{indotta in avv. } N_s, p, q|}{|E\ \text{indotta in avv } N_s, p=2, q=1|}$$

Nel caso $p=2$ $q=3$ il fattore di avvolgimento vale:

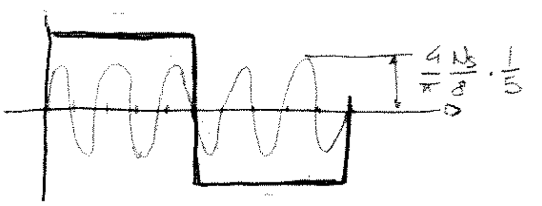
$$K_a = \frac{|e^{j0}+e^{j20}+e^{j40}-e^{j180}-e^{j200}-e^{j220}+e^{j360}+e^{j380}+e^{j400}-e^{j540}-e^{j560}-e^{j580}|}{12}$$

< 1

$$K_a = \frac{|e^{j0}+e^{j20}+e^{j40}|}{3} = \frac{|1+\cos 20+j\sin 20+\cos 40+j\sin 40|}{3} = 0{,}95$$

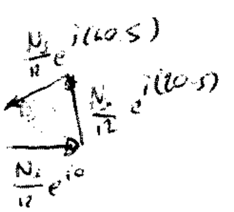
quindi l'ampiezza della fondamentale è $\frac{N_s}{8}\,\frac{4}{\pi}\,0{,}95$

Ora valutiamo l'ampiezza di un'armonica (la 5ª)



$p=2$ $q=1$

Nel caso $p=2$ $q=3$ ci chiediamo se esiste una 5ª armonica elettrica $(\hat{A}\sin(10\alpha_m+\varphi))$ e che ~~valore~~ valore di picco ha. Ipotizziamo di sollecitare l'avvolgimento N_s, $p=2$ $q=3$ con un rotore che produce $B(\xi)=B_M\sin(2\cdot 5\xi)$ e verifichiamo il rapporto tra i moduli delle tensioni indotte



$$K_a = \frac{|1+e^{j100}+e^{j200}|}{3} = \frac{|1+\cos 100+j\sin 100+\cos 200+j\sin 200|}{3}$$

$$= 0{,}21$$

Quindi la 5ª armonica nell'avvolgimento N_s, $p=2$, $q=3$ esiste ed ha ampiezza $\frac{N_s}{8}\frac{4}{\pi}\cdot\frac{1}{5}\cdot 0{,}21$

Confrontiamo due avvolgimenti N_s numero spire per fase.

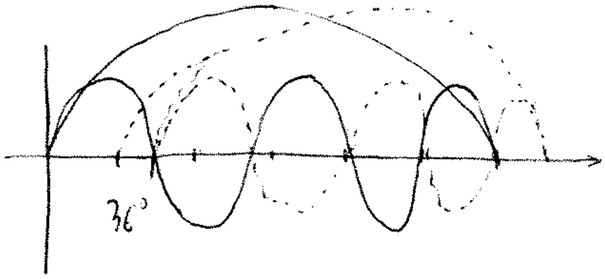
$p=2 \quad q=1$		$p=2 \quad q=3$
$N(\alpha)\neq \sin$	Voglio $N(\alpha)$ tale che $N(\alpha)=\frac{N_s}{8}\sin(2\alpha)$	$N(\alpha)\neq \sin$
$\frac{4}{\pi}\frac{N_s}{8}\sin(2\alpha)$	fondamentale	$\frac{4}{\pi}\frac{N_s}{8}\,0{,}95\,\sin(2\alpha)$
$\frac{4}{\pi}\frac{N_s}{8}\frac{1}{5}\sin(10\alpha)$	5ª armonica	$\frac{4}{\pi}\frac{N_s}{8}\cdot\frac{1}{5}\cdot 0{,}21\sin(10\alpha)$
Ci guadagno sulla fondamentale ($\frac{4}{\pi}\approx 1{,}27$), ne ho 5ª armonica alta		Ci guadagno sulla fondamentale ($\frac{4}{\pi}\cdot 0{,}95\approx 1{,}2$), ho 5ª armonica che è circa 4% della fondam.

Tra i due tipi di avvolgimento è da preferire il secondo.

q può variare da 1 a 4.

Si può fare ancora qualcosa di meglio usando gli avvolgimenti a passo raccorciato (o doppio strato). Questi avvolgimenti possono ridurre le armoniche di ordine 5, 7, 11, ... cioè dispari non multiple di 3

A noi danno particolarmente fastidio le armoniche 5ª e 7ª per le macchine ad 1 ~~po~~ coppia polare.
Nel caso a 2 coppie polari danno fastidio le armoniche
$\hat{N}_5\sin 5\alpha_e=\hat{N}_5\sin 10\alpha$ e $\hat{N}_7\sin 7\alpha_e=\hat{N}_7\sin 14\alpha$.



$F_1 = A_1\sin\alpha + A_5\sin 5\alpha$

$F_2 = A_1\sin(\alpha+\varphi)+A_5\sin[5(\alpha+\varphi)]$ ---

$\varphi = 36°$

Se sommo F_1 e F_2 viene eliminata la 5ª armonica

Esempio: $p=1$ $q=3$ con N_s conduttori serie per fase

A A A $\bar{C}$ $\bar{C}$ $\bar{C}$ B B B $\bar{A}$ $\bar{A}$ $\bar{A}$ C C C $\bar{B}$ $\bar{B}$ $\bar{B}$ $A = \frac{N_s}{12}$

cave sono 18

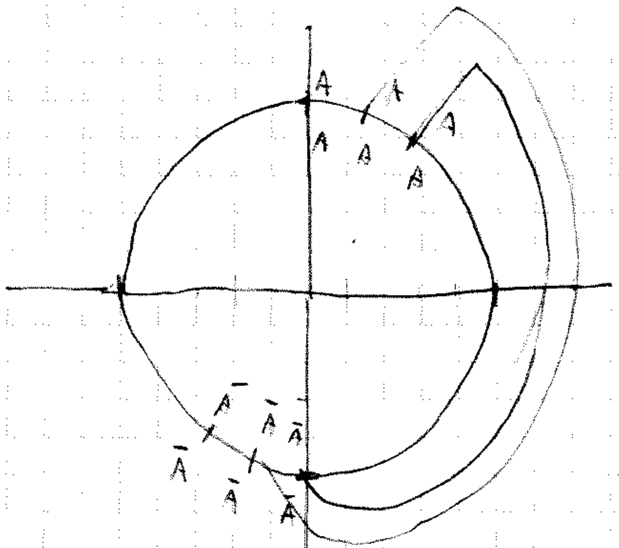
$\alpha_e = \alpha = 20°$

Posso usare l'avvolgimento doppio strato

A A A $\bar{C}$ $\bar{C}$ $\bar{C}$ B B B $\bar{A}$ $\bar{A}$ $\bar{A}$ C C C $\bar{B}$ $\bar{B}$ $\bar{B}$
$\bar{B}$ $\bar{B}$ A A A $\bar{C}$ $\bar{C}$ $\bar{C}$ B B B $\bar{A}$ $\bar{A}$ $\bar{A}$ C C C $\bar{B}$

$$K_{a_1} = \frac{e^{j0} + e^{j20} + 2e^{j40} + e^{j60} + e^{j80}}{6} =$$

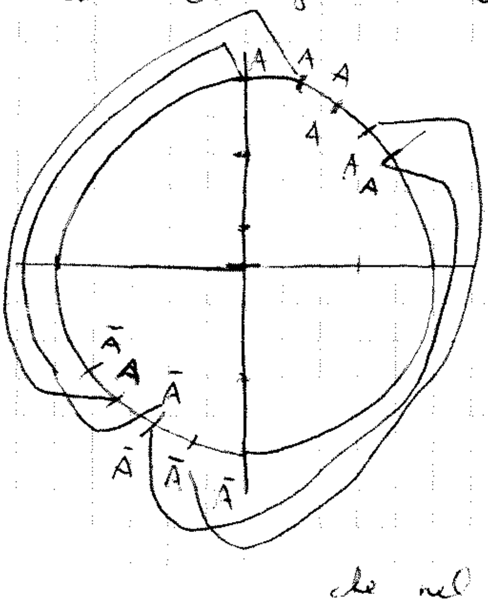
$$K_{a5} = \frac{e^{j0} + e^{j100} + 2e^{j200} + e^{j300} + e^{j400}}{6}$$



$A = \frac{N_s}{12}$

le connessioni frontali sono lunghe Σ cave $\cong 180°$

Se uso avvolgimenti a passo raccorciato



Possibili tipi di collegamento

$$\left.\begin{array}{ll} c & 0-260 \\ m & 20-240 \\ e & 40-220 \end{array}\right\} \text{concentrico}$$

$$\left.\begin{array}{ll} n & 0-220 \\ m & 20-240 \\ n & 40-260 \end{array}\right\} \text{embricato}$$

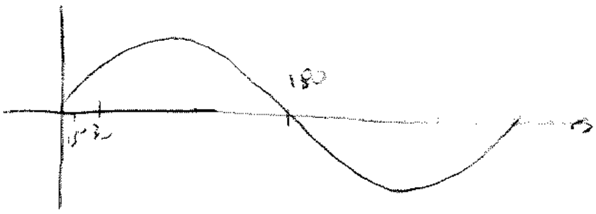
Sia che usi avvolg. concentrico e embricato uso uno zona che che nel non usare l'avvolg. raccorciato.

Devo predisporre uno strato di isolante supplementare nelle cave percorse da fasi diverse.

Riempimento parziale (se $q = 2$)

$$\begin{array}{cccccccccccc} A & A & \bar{C} & \bar{C} & B & B & \bar{A} & \bar{A} & C & C & \bar{B} & \bar{B} \\ \bar{B} & \bar{C} & A & B & \bar{C} & \bar{A} & B & C & \bar{A} & \bar{B} & C & A \end{array}$$

Caso di fase distrib sinusoidale su macchina reale con 24 cave.



$\frac{360°}{24} = 15°$

tutti i conduttori tra 0° e 15° li concentro in una cava. Quelli tra 15° e 30° nella cava succ.

Così:

- generatore sincrono (alternatore) → voglio avere V sinusoidale
- motore asincrono trifase.

Generatore sincrono: voglio avere la tensione sinusoidale anche in presenza di armoniche $B(x)$

Mi devo preoccupare solo della 5ª e della 7ª perché:

armoniche pari ~~non~~ le considero perché c'è simmetria tra 0–90° e 90°–180°

le armoniche multiple di 3 si eliminano con il collegamento a stella tra le fasi

Motore asincrono trifase: ho un sistema equilibrato di correnti trifase. Se ho avvolgimento 3 fasi con distribuz sinusoidale ho campo magnetico rotante con velocità +1

$$N(\alpha) = N_1 \sin \alpha + N_2 \sin(2\alpha + \varphi_2) + N_3 \sin(3\alpha + \varphi_3) + \dots$$

$i_1 = I \sin(\omega_0 t)$
$i_2 = I \sin(\omega_0 t \mp 120°)$
$i_3 = I \sin(\omega_0 t - 120°)$

supponiamo $p = 1$

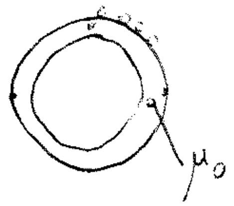
Queste correnti producono campo magnetico rotante con le 5ª e la 7ª armonica. (in generale i dispari non multipli di 3)

~~Se le correnti non sono perfettamente sinusoidali~~

Densità lineare di corrente $[A/m]$ $\mathcal{A}$

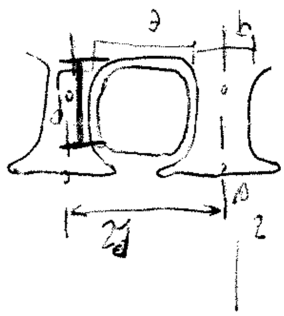
$\neq$ densità superficiale di corrente $[A/m^2]$

N_s conduttori in serie per fase



$$\mathcal{A} = \frac{3 N_s I}{2\pi r}$$

τ_d è il passo di dentatura $= \frac{2\pi r}{n_c} = a + b$



n_c numero cave

$$\mathcal{A} = \frac{3 N_s I}{2\pi r} \frac{n_c}{n_c} = \frac{3 N_s I}{n_c} \frac{1}{\tau_d} = \frac{a \cdot d\, K_{cu} \cdot \sigma}{\tau_d}$$

$$K_{cu} = \frac{\text{sezione netta conduttore in cave}}{a \cdot d \text{ (area cave)}} < 1$$

Nelle macchine reali $\frac{a}{\tau_d}$ è costante per ciascuna tipologia di macchina.

Inoltre per macchine geometricamente simili $\mathcal{A}$ tende ad aumentare con l'aumento delle dimensioni.

Le perdite joule in una cava sono

$$P_{jc} = \rho \sigma^2 \cdot \ell S = \rho \sigma^2 \ell\, a \cdot d \cdot K_{cu}$$

Valutiamo la sovratemperatura $\Delta\theta$

$$\Delta\theta \propto \frac{\rho \sigma^2 \ell\, a d\, K_{cu}}{\underbrace{\tau_d \ell}} = \rho \sigma \mathcal{A}$$

superficie scambiata (perché τ_d è più corto della lunghezza nel giogo.