$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}}$$

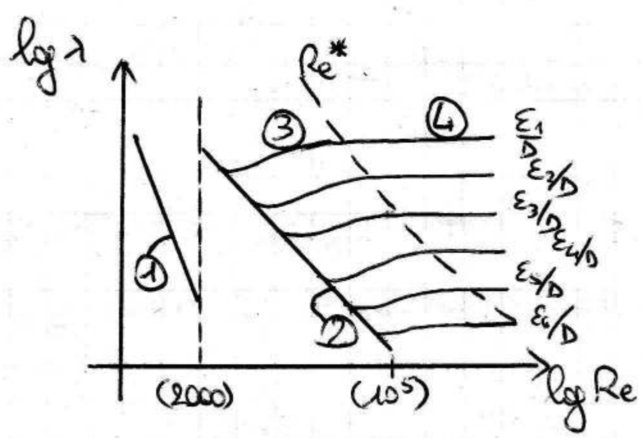
→ Tubi idraulicamente scabri

Con procedimento del tutto analogo al caso di tubi idraulicamente lisci si opera su tubi lisci resi scabri apponendo uno strato di sabbia vagliata, sulle pareti interne, di spessore ε. ε viene chiamato SCABREZZA. La scabrezza di riferimento è la SCABREZZA RELATIVA $\frac{\varepsilon}{D}$ di Nikuradse. Si ottiene un grafico per ogni scabrezza relativa: l'insieme delle curve è detto arpa di Nikuradse.

Il valore $Re^* = \frac{u^* \cdot \varepsilon}{\nu} = 70$ con u^* = velocità di attrito genera una curva che viene presa come limite della zona di moto turbolento di transizione, oltre la quale il moto è assolutamente turbolento.

Nel moto assolutamente turbolento la resistenza al moto (λ) non dipende più dal numero di Reynolds, ma solamente dalla scabrezza relativa, come viene mostrato dalla FORMULA DI PRANDTL-VON KARMAN per i tubi scabri:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{1}{3,71}\frac{\varepsilon}{D}\right).$$



linea ① : moto laminare

linea ② : moto turbolento in tubo liscio

zona ③ : moto turbolento di transizione

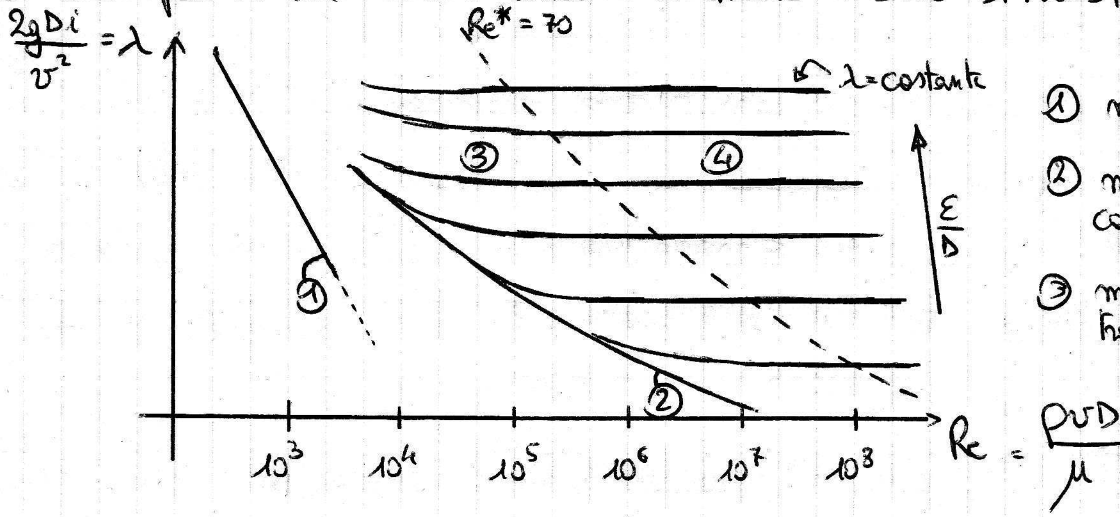
zona ④ : moto assolutamente turbolento

• MOTO TURBOLENTO DI TRANSIZIONE TRA TUBI LISCI E TUBI SCABRI DI TIPO COMMERCIALE

Per i tubi commerciali si definisce SCABREZZA EQUIVALENTE il termine $\frac{\varepsilon}{D}$. La formula che esprime il legame tra λ e Re per il moto di transizione turbolento si chiama FORMULA DI COLEBROOK-WHITE ed è la seguente:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon}{3,715\cdot D}\right)$$

Il grafico che riassume i risultati sperimentali, concernenti i tubi commerciali, sui tipi di moto possibili in tubazioni circolari si chiama ABACO DI MOODY:



① moto laminare

② moto turbolento di tubo idraulicamente liscio

③ moto turbolento di transizione fra liscio e scabro

④ moto turbolento di tubo scabro (pienamente turbolento)

→ $Re < 2000$ ⇒ MOTO LAMINARE

$2000 \leq Re \leq 3500$ ⇒ MOTO INSTABILE NON BEN DEFINITO

$Re > 3500$ ⇒ MOTO TURBOLENTO

$\frac{\varepsilon}{D} Re \sqrt{\lambda} \leq 14$ ⇒ TUBO IDRAULICAMENTE LISCIO

$14 < \frac{\varepsilon}{D} Re \sqrt{\lambda} < 200$ ⇒ REGIME DI TRANSIZIONE

$\frac{\varepsilon}{D} Re \sqrt{\lambda} \geq 200$ ⇒ REGIME ASSOLUTAMENTE TURBOLENTO

- FORMULE PRATICHE PER IL MOTO ASSOLUTAMENTE TURBOLENTO

→ Formula di Chezy

$$v = \chi \sqrt{R \cdot i}$$

dove χ è un coefficiente dipendente da R e dalla scabrezza del materiale che sarà definito più oltre; $R = \frac{D}{4}$ è il raggio idraulico per condotte a sezione circolare.

→ χ

Sia γ la SCABREZZA DI BAZIN, allora $\chi = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}} = \frac{87}{1 + \frac{2\gamma}{\sqrt{D}}}$

Sia m la SCABREZZA DI KUTTER, allora $\chi = \frac{100}{1 + \frac{m}{\sqrt{R}}}$

RELAZIONE DI STRICKLER: $\chi = c \cdot R^{1/6}$ dove $c = 70 \div 120$

RELAZIONE DI MANNING: $\chi = \frac{1}{m} R^{1/6}$ dove $m = \frac{1}{c}$ e $c = 70 \div 120$

→ Formula di Darcy

$$i = \beta \frac{Q^2}{D^5}$$

$[Q] = [m^3/s]$

$[D] = [m]$

dove β è un coefficiente che dipende dalla scabrezza del materiale e da D, come definito più oltre.

→ β

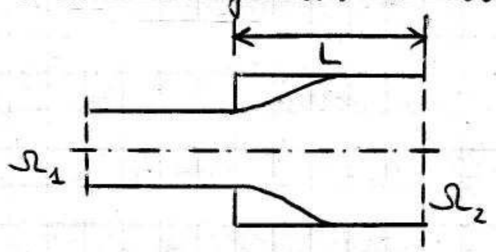
Espressione di BAZIN: $\beta = 0{,}000857 \left(1 + \frac{2\gamma}{\sqrt{D}}\right)^2$ con $[\gamma] = [\sqrt{m}]$

Espressione di KUTTER: $\beta = 0{,}000648 \left(1 + \frac{2m}{\sqrt{D}}\right)$ con $[m] = [\sqrt{m}]$

Espressione di GAUCKLER-STRICKLER: $\beta = \frac{10{,}3}{c^2 \cdot D^{1/3}}$ con $[c] = [\sqrt[3]{m} \cdot s^{-1}]$

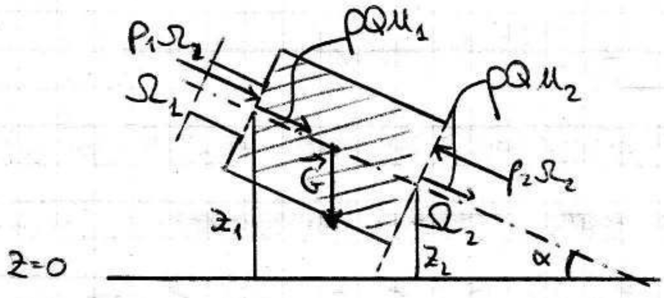
• PERDITE DI CARICO LOCALIZZATE

→ Brusco allargamento di sezione



Ipotizziamo una distribuzione idrostatica delle pressioni sulla corona circolare $\Omega_2 - \Omega_1$ e di poter trascurare le perdite distribuite lungo tutto il tubo.

Sapendo che $Q = \Omega_1 u_1 = \Omega_2 u_2$ con $u_2 < u_1$ si applica l'equazione globale di equilibrio al volume tratteggiato:



$$\vec{G} + \vec{F_c} + \vec{M_1} - \vec{M_2} = 0$$

$$|\vec{G}| = \Omega_2 \cdot \gamma \cdot L \sin\alpha = \Omega_2 \gamma (z_1 - z_2)$$

$$|\vec{F_c}| = p_1 \Omega_2 - p_2 \Omega_2 = \Omega_2 (p_1 - p_2)$$

$$|\vec{M}| = |\vec{M_1} - \vec{M_2}| = \rho Q (u_1 - u_2) = \rho \Omega_2 u_2 (u_1 - u_2)$$

Sostituendo si ottiene

$$\cancel{\Omega_2} \gamma (z_1 - z_2) + \cancel{\Omega_2} (p_1 - p_2) + \rho \cancel{\Omega_2} u_2 (u_1 - u_2) = 0$$

che diventa, posto $\gamma = \rho g$:

$$\left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma}\right) = \frac{u_2 (u_2 - u_1)}{g} \Rightarrow h_1 - h_2 = \frac{u_2 (u_2 - u_1)}{g}$$

DIFFERENZA DI CARICO PIEZOMETRICO

Dato che $\frac{u_2(u_2-u_1)}{g}<0$ e anche $h_1-h_2<0$ si deduce che $h_2>h_1$ ossia la linea dei carichi piezometrici si alza. Passando ai carichi totali (sommando ad ambo i membri $\frac{u_1^2}{2g}-\frac{u_2^2}{2g}$ si trova:

$$H_1-H_2=\frac{u_2^2}{2g}\left(1-\frac{u_1}{u_2}\right)^2$$ e imponendo $Q=$ costante si ha che $\frac{u_1}{u_2}=\frac{\Omega_2}{\Omega_1}$

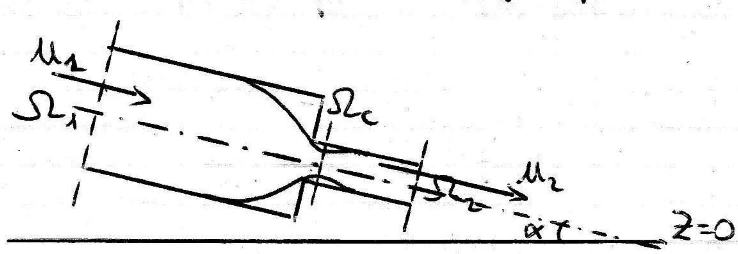
Quindi $H_1-H_2=\frac{u_2^2}{2g}\left(1-\frac{\Omega_2}{\Omega_1}\right)^2$ e quindi $\Delta H=\xi\frac{u_2^2}{2g}$ dove $\xi=\left(1-\frac{\Omega_2}{\Omega_1}\right)^2$.

Questa è la PERDITA DI CARICO TOTALE PER BRUSCO ALLARGAMENTO DI SEZIONE. Si nota come sia indipendente dall'inclinazione del tubo.

Sperimentalmente si vede che la perdita è maggiore: in casi reali $\xi=\left(1-\frac{\Omega_2}{\Omega_1}\right)^2+\frac{1}{9}$ ed è chiamata perdita di carico di Saint-Venant.

→ Brusco restringimento di sezione

La corrente si contrae più del diametro ridotto e si crea una sezione contratta Ω_c. In questo caso $\xi=\left(1-\frac{\Omega_2}{\Omega_c}\right)^2$. Inoltre $h_1-h_2=\frac{u_2}{g}(u_2-u_1)$ con $u_2>u_1$ e quindi $h_1>h_2$, cioè si perde energia piezometrica per guadagnarne di cinetica.



$\xi_{max}=0,5$.

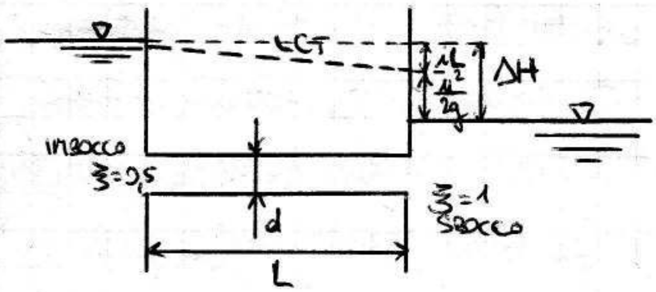
Dato che non è semplice calcolare la Ω_c, il valore di ξ è stato ricavato per diversi valori di $\frac{\Omega_2}{\Omega_1}$ e i risultati sono stati riuniti nella TABELLA DI WEISBACH. In casi particolari come il tubo di Borda (addizionale interno): $\Omega_c=C_c\cdot\Omega_2$ con $C_c=0,5$ e $\xi=1$, oppure il tubo addizionale esterno: $\xi=0,5$, sono noti i valori di Ω_c e di ξ.

• BREVI CONDOTTE

Per queste condotte si considerano tutte le perdite: l'equazione di bilancio energetico risulta

$$\Delta H=\sum_{i=1}^{n}\xi_i\frac{u_i^2}{2g}+\sum_{j=1}^{m}i_jL_j$$

Ad esempio:



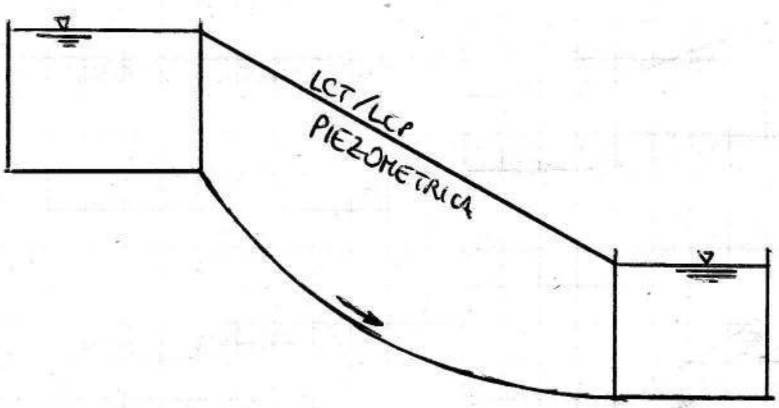
$$\Delta H = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{IMBOCCO,}}}{\frac{1}{2}\frac{u^2}{2g}} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{DISTRIBUITA,}}}{iL} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{SBOCCO}}}{\frac{u^2}{2g}}$$

• LUNGHE CONDOTTE

Per queste condotte è possibile trascurare le perdite di carico concentrate a fronte di quelle distribuite. Dalla relazione di Chezy si ottiene $i = \frac{u^2}{\chi^2 R}$, dove R = raggio idraulico = $\frac{D}{4}$, e dalla formula di Darcy-Weisbach si ha $i = \lambda \frac{u^2}{2gD}$. Le perdite localizzate possono essere definite come $\xi \frac{u^2}{2g}$, mentre le perdite distribuite come $i \cdot l = \frac{u^2}{\chi^2 \frac{D}{4}} \cdot l$. Affinchè i due termini siano uguali deve valere $l = \frac{D}{\lambda} \cong 50D$.

Le lunghe condotte sono tali da avere $l \cong 5000\, D$, cioè $l \gg 50D$, e la linea dei carichi totali coincide con la linea dei carichi piezometrici.

Ad esempio:



$$\Delta H = \underbrace{\beta \frac{Q^2}{D^5}}_{\substack{\uparrow \\ \text{Darcy} \quad i = \beta \frac{Q^2}{D^5}}} \cdot l = y_{monte} - y_{valle}$$

Le prestazioni di una condotta dipendono principalmente dalla scabrezza, che nel tempo si modifica aumentando dal valore minimo (TUBI NUOVI) al valore massimo (TUBI USATI). Tipicamente si pone $\beta_{USATO} = 2\,\beta_{NUOVO}$. Questo fatto può portare a malfunzionamenti, se non si prevedono degli organi di manovra in grado di modificare la corrente (perdite localizzate) come le valvole.

• DIMENSIONAMENTO DI UNA CONDOTTA

Mi pongo nella situazione peggiore: β_{USATO}. Quindi $\Delta H = \beta_{USATO} \frac{Q^2}{D_t^5} L$ da cui ricavo

$$D_t = \left(\frac{\beta_{USATO}\, Q^2 L}{\Delta H} \right)^{\frac{1}{5}}$$

ossia il DIAMETRO TEORICO che mi garantisce un corretto funzionamento del sistema in qualunque condizione di tubo più o meno usato. Quasi mai il D_t calcolato è disponibile in commercio. Tipicamente $D_1 < D_t < D_2$. È possibile utilizzare entrambi i diametri commerciali: è necessario assegnare la lunghezza di ogni tratto mediante il seguente sistema

$$\begin{cases} L_1 + L_2 = L \\ i_1 L_1 + i_2 L_2 = \Delta H \end{cases}$$

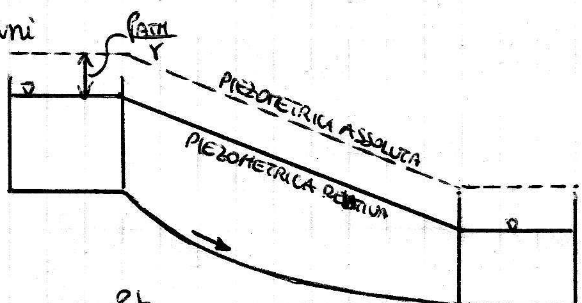
Infine si deve inserire una valvola di riduzione che permette di adeguare la portata all'effettiva perdita distribuita (cambia la scabrezza).

• TRACCIATI ALTIMETRICI

È buona norma prevedere che la condotta sia ovunque al di sotto della piezometrica, in modo tale da non avere tratti con pressione relativa negativa (depressione).

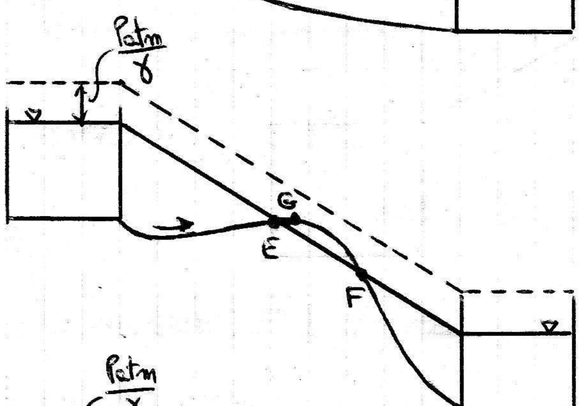
→ Profili comuni

1)



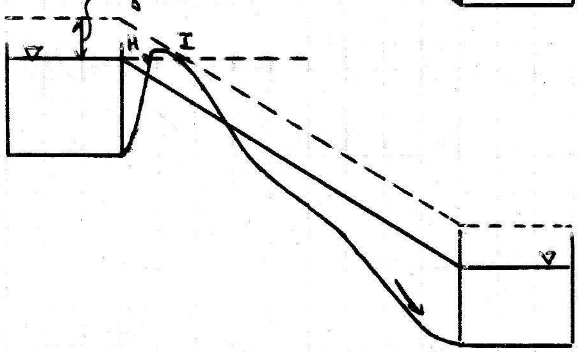
Funzionamento regolare, ovunque. La pressione relativa è ovunque positiva.

2)



Nel tratto EF la pressione relativa è negativa, assume valore minimo nel punto G. Si ha un funzionamento regolare con avviamento automatico.

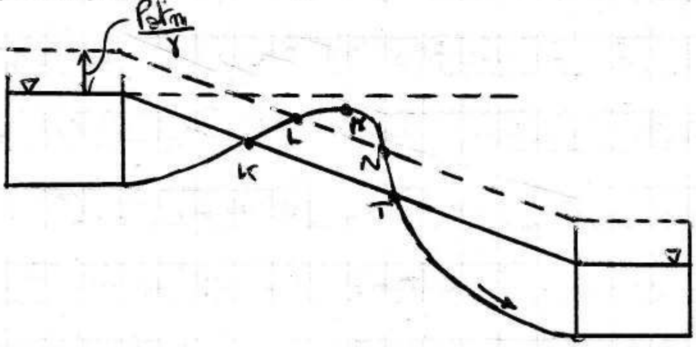
3)



La condotta ha il tratto HI che si trova al di sopra del Π_{cir} del serbatoio di monte. Il funzionamento è ancora regolare, ma l'avviamento non è automatico. Occorre infatti ADESCARE la condotta riempiendola preliminarmente (pompe) o creando un'opportuna depressione (pompando via l'aria): si dice che la condotta funziona

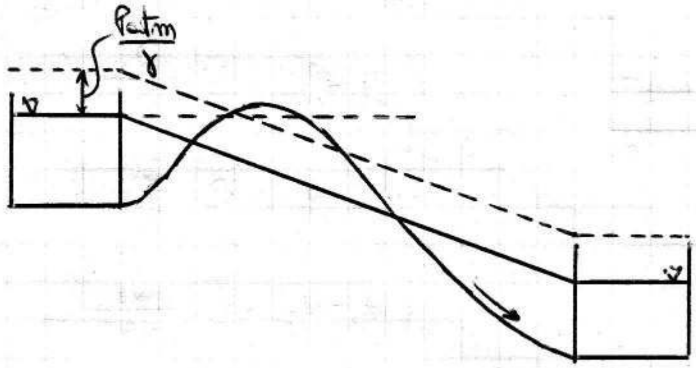
→ SIFONE ROVESCIO

4)



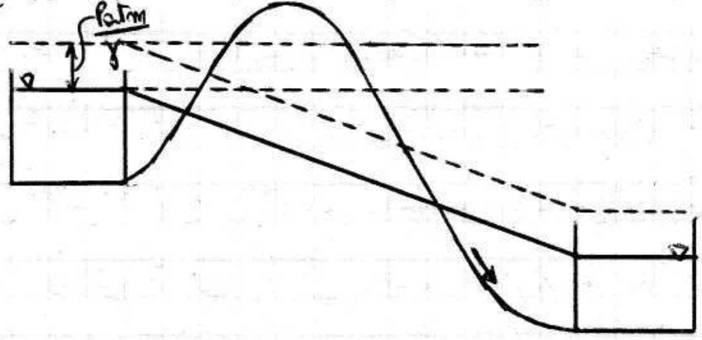
Nel tratto KT la condotta si trova al di sopra della piezometrica relativa, quindi vi sono pressioni relative negative. Nel tratto LN la condotta supera anche la piezometrica assoluta, raggiungendo un massimo in M. Il funzionamento idraulico corrisponde ad una nuova piezometrica assoluta tangente alla condotta nel punto M. Pertanto la nuova cadente piezometrica i' sarà minore di i. E quindi la portata convogliata, a parità di diametro D e di scabrezza ε sarà minore rispetto ai casi precedenti (con cadente i). Si dice che si ha un MOTO A CANALETTA nel tratto MT, cioè con la sezione del tubo non completamente piena. L'avviamento è comunque automatico in quanto la condotta si trova tutta al di sotto del Π_{cir} del serbatoio di monte.

5)



Questo profilo supera entrambe le piezometriche (relativa e assoluta) e anche il Π_{cir} del serbatoio di monte. Il funzionamento idraulico è analogo a quello che si ha per il profilo 4), ma questa volta l'avviamento non è automatico, necessita cioè di adescamento.

6)

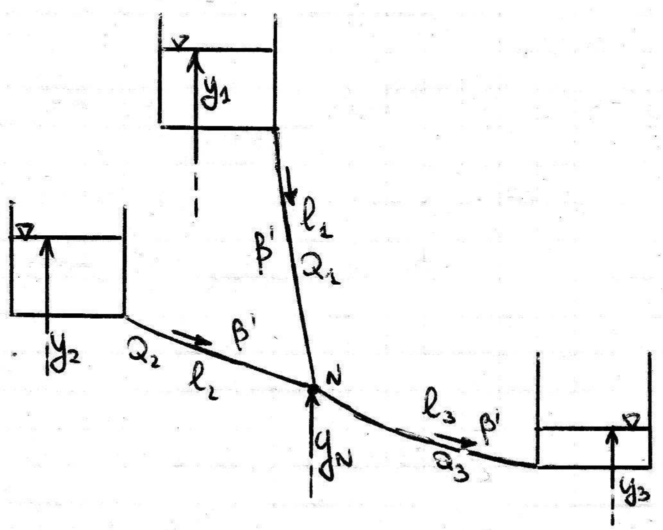


La condotta supera entrambe le piezometriche (relativa e assoluta) ed entrambi i piani dei carichi idrostatici (Π_{cir} e Π_{cia}) del serbatoio di monte. NON È POSSIBILE ALCUNA CONDIZIONE DI MOTO!

→ Sbocco in aria

Se la condotta sbocca in aria alla pressione atmosferica, il funzionamento è più critico. Infatti, nel caso in cui essa superi la piezometrica relativa, si crea una depressione che induce l'aria ad entrare nella condotta facendo diminuire la portata e diventare irregolare ed intermittente il funzionamento. Se non si riesce in alcun modo ad evitare che ciò accada, è possibile inserire nel sistema un dispositivo (restringimento o saracinesca) che permetta di innalzare la piezometrica quanto basta per poter far defluire la portata minore (che si avrebbe senza la presenza di tale soluzione) a sezione piena, quindi con funzionamento regolare.

- CRITERI DI ECONOMIA PER PROGETTI



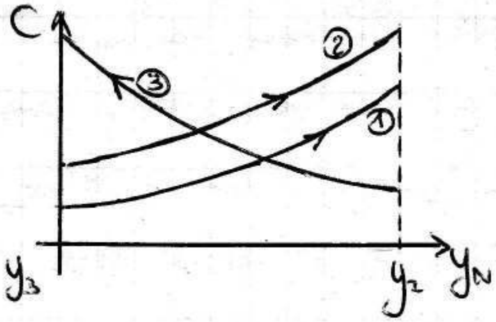
Siano noti: Q_1, Q_2, Q_3 con $Q_1+Q_2=Q_3$; $y_1>y_2>y_N>y_3$; l_1, l_2, l_3; β' comune a tutte le condotte. È necessario determinare D_1, D_2, D_3 e y_N.

Dalle equazioni del moto

$$\begin{cases} y_1-y_N = \beta' \dfrac{Q_1^2}{D_1^{5,33}} l_1 \\ y_2-y_N = \beta' \dfrac{Q_2^2}{D_2^{5,33}} l_2 \\ y_3-y_N = \beta' \dfrac{Q_3^2}{D_3^{5,33}} l_3 \end{cases}$$

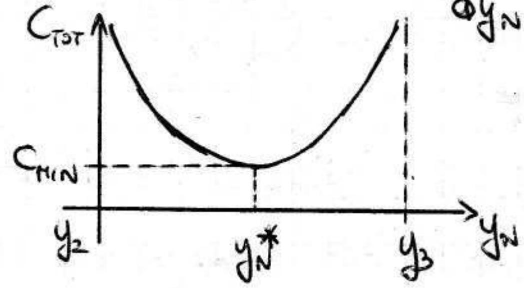
non siamo in grado di risolvere il problema, perché si ottengono infinite terne D_1, D_2, D_3 al variare di y_N tra y_2 e y_3. La quarta equazione da inserire è di tipo economico: ricerco la soluzione di minimo costo, o di massimo risparmio. Il costo di una condotta è $C = c \cdot l \cdot D^{\alpha}$ dove α è un esponente che lega il costo al diametro ed allo spessore del tubo (tipicamente >1, ma semplificabile ponendo $\alpha=1$), c è il costo unitario della condotta per ogni metro legato al tipo di materiale scelto, l è la lunghezza della condotta e D è il diametro della condotta.

Il costo totale dell'impianto è esprimibile come somma dei costi delle singole condotte. Questi ultimi hanno il seguente andamento in funzione di y_N:



$$C_{TOT} = c\left(D_1^\alpha \ell_1 + D_2^\alpha \ell_2 + D_3^\alpha \ell_3\right)$$

e il minimo costo si ha per $\frac{dC_{TOT}}{dy_N} = 0$



Dal sistema si ricava

$$\begin{cases} \Delta_1 = \dfrac{y_1 - y_N}{\beta' Q_1^2 \ell_1} \Rightarrow D_1 = \sqrt[5,33]{\Delta_1} \\ \Delta_2 = \dfrac{y_2 - y_N}{\beta' Q_2^2 \ell_2} \Rightarrow D_2 = \sqrt[5,33]{\Delta_2} \\ \Delta_3 = \dfrac{y_3 - y_N}{\beta' Q_3^2 \ell_3} \Rightarrow D_3 = \sqrt[5,33]{\Delta_3} \end{cases}$$

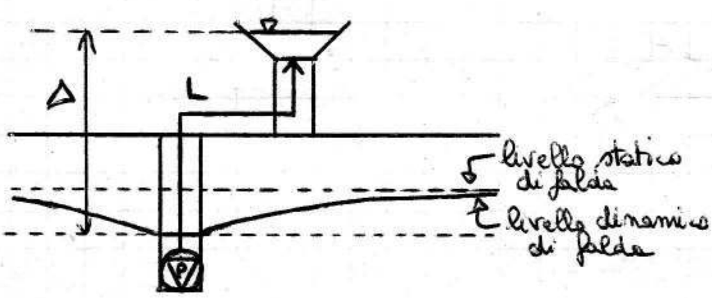
E quindi $C_{TOT} = c\left[\left(\Delta_1^{\frac{1}{5,33}}\right)^\alpha \ell_1 + \left(\Delta_2^{\frac{1}{5,33}}\right)^\alpha \ell_2 + \left(\Delta_3^{\frac{1}{5,33}}\right)^\alpha \ell_3\right]$

e il CRITERIO DI ECONOMIA è

$$\frac{D_1^{\alpha+5,33}}{Q_1^2} + \frac{D_2^{\alpha+5,33}}{Q_2^2} = \frac{D_3^{\alpha+5,33}}{Q_3^2}.$$

Operativamente si va per tentativi imponendo un y_N arbitrario, compreso comunque tra y_2 e y_3, e verificando se il criterio di economia venga rispettato.

• IMPIANTO DI SOLLEVAMENTO



Si vuole determinare la prevalenza H della pompa e il diametro D della condotta di adduzione al serbatoio che rendano minimo il costo annuo dell'impianto (costo dell'impianto e costo di esercizio).

La pompa P deve essere in grado di sollevare una portata Q nota dalla falda al serbatoio. Si definisce prevalenza il termine $H = \Delta + \beta \frac{Q^2}{D^5} L$ dove H rappresenta la MINIMA prevalenza della pompa, Δ è il dislivello GEODETICO da superare e $\beta \frac{Q^2}{D^5} L$ sono le perdite di carico nella condotta di adduzione.

Il diametro tale per cui il costo annuo dell'impianto risulta minimo è il DIAMETRO DI MASSIMO TORNACONTO.

→ Valutazione dei costi: COSTO DI ESERCIZIO C_1

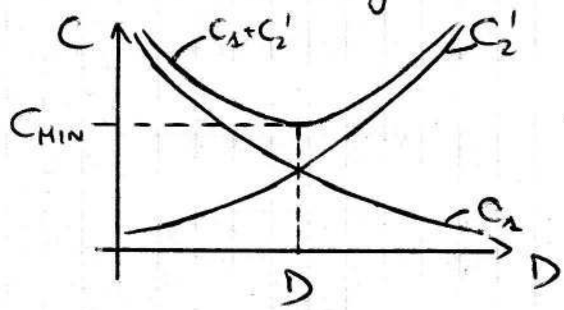
Il costo di esercizio dipende dall'energia necessaria al funzionamento corretto della

pompa: $W = \gamma Q H = \gamma Q \left(\Delta + \beta \frac{Q^2}{D^5} L\right)$ è la POTENZA necessaria espressa in W.
Tenendo conto del rendimento della pompa η ($\eta = 0{,}7 \div 0{,}8$ tipicamente) e passando ai kW si ha: $W_{kW} = \frac{\gamma Q \left(\Delta + \beta \frac{Q^2}{D^5} L\right)}{1000 \cdot \eta}$. L'ENERGIA necessaria, in kWh, è: $E = W_{kW} \cdot N$ dove N è il numero di ore di funzionamento. Quindi, fissato $\bar{C}$ il costo di 1kWh si ha che $C_1 = E \cdot \bar{C}$.

→ Valutazione dei costi: COSTO DELL'IMPIANTO C_2

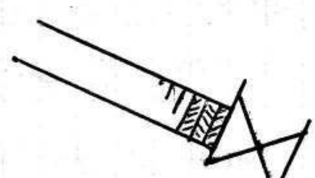
È il costo effettivamente sostenuto per realizzare la condotta di adduzione. È espresso dalla seguente funzione: $C_2 = R + cLD^\alpha$ dove R = costo di posizionamento e cLD^α è il costo della condotta. Tale costo deve essere ATTUALIZZATO al numero di anni previsti per la vita dell'opera: $C_2' = C_2 \cdot \frac{(1+i)^m \cdot i}{(1+i) - i}$ dove i: tasso di interesse annuo e m = numero di anni (formula dell'interesse composto).

Diagrammando i due costi e cercando il minimo si determina il diametro di massimo tornaconto. La funzione di minimo ha algebricamente la forma $D = k\sqrt{Q}$.



• COLPO D'ARIETE

Abbiamo sempre considerato il fluido incomprimibile. In realtà così non è e se si chiude improvvisamente una condotta si assiste all'arrestarsi in serie di tutti i "dischetti" di fluido in essa contenuti;



in pratica il primo dischetto si ferma subito e si comprime, poi gli altri uno dietro l'altro fanno la stessa cosa. Dato che vale sempre l'equazione globale di equilibrio dinamico, si ha $\Delta p = \rho \frac{ds}{dt} u_0$ dove $\frac{ds}{dt}$ è la velocità con cui l'onda di pressione risale la condotta. Chiamiamo $a = \frac{ds}{dt}$ = VELOCITÀ DI PROPAGAZIONE. La variazione di pressione del fluido porta ad una variazione del carico: $\Delta h = \frac{a\, u_0}{g}$. Questo è un SOVRACCARICO e vale tipicamente 100 metri di colonna d'acqua per ogni

m/s della velocità del fluido prima della chiusura. Si definisce TEMPO DI FASE della condotta il tempo impiegato dalla perturbazione elastica per risalire l'intera condotta, venire riflessa e ritornare indietro. Si considera CHIUSURA BRUSCA una chiusura che avvenga in un tempo minore o uguale al tempo di fase. Una chiusura che avvenga in un tempo maggiore del tempo di fase viene definita CHIUSURA LENTA.
Il tempo di fase vale, definita L la lunghezza della condotta, $\tau_f = \frac{2L}{a}$.
Se la chiusura è lenta, allora è possibile considerarla lineare in ogni sezione e porre $\Delta h = h_1 - h_0 \leq \frac{2L u_0}{g\tau}$ (formula di ALLIEVI - MICHAUD) dove τ è il tempo impiegato.

Tipicamente le condotte vengono dimensionate maggiorando del 20% il carico di esercizio per tenere conto del colpo d'ariete.