ANTENNE

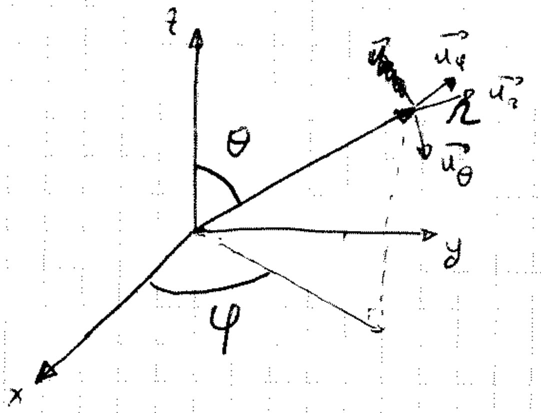
Dobbiamo calcolare il potenziale vettore A

$$A = \frac{\mu}{4\pi}\int \frac{J_s\, e^{-jkr}}{r}\, \partial\tau$$ una volta trovato A si ha che:

$$H = \frac{1}{\mu}\, \text{rot}\, A \qquad E = \frac{1}{j\omega\varepsilon}\, \text{rot}\, \vec{H} \,, \qquad K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{c}$$

numero d'onda

Sistema di riferimento sferico $P(r, \theta, \varphi)$ in cui un vettore viene identificato con le sue componenti secondo i versori enunciati agli assi di riferimento $(u_r, u_\theta, u_\varphi)$.



$\vec{u}_r$ diretto come r

u_θ ortogonale

$$\begin{cases} x = r \sin\theta \cos\varphi \\ y = r \sin\theta \sin\varphi \\ z = r\cos\theta \end{cases} \qquad \begin{cases} dl_1 = h_1\, dr\, \vec{u}_r \\ dl_2 = h_2\, d\theta\, \vec{u}_\theta \\ dl_3 = h_3\, d\varphi\, \vec{u}_\varphi \end{cases}$$

$$\vec{dl} = \vec{dl}_1 + \vec{dl}_2 + \vec{dl}_3 \Rightarrow \begin{cases} h_1 = 1 \\ h_2 = r \\ h_3 = r\sin\theta \end{cases}$$

L'operazione di rotore nel sistema di riferimento sferico è:

$$\text{rot}\, \vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \begin{vmatrix} h_1 u_r & h_1 u_\theta & h_3 u_\varphi \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial\theta} & \frac{\partial}{\partial\varphi} \\ h_1 A_r & h_1 A_\theta & h_3 A_\varphi \end{vmatrix}$$

l'antenna lo schematizzo  

Calcoliamo A

$$A = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{J_s \vec{k}\ e^{-jkr}\ dS\, dl}{r} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{I\, b}{r} e^{-jkr}$$

b: lunghezza dell'antenna

$A_\varphi =$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \vec{A} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{1}{r^2 \sin\theta} \begin{vmatrix} u_r & u_\theta r & u_\varphi r \sin\theta \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \varphi} \\ A_r & r A_\theta & 0 \end{vmatrix} \right]$$

$$= -u_\varphi \frac{I\, dl}{4\pi} \sin\theta \cdot k_0^2 \left(\frac{1}{j k_0 r} + \frac{1}{(j k_0 r)^2} \right) e^{-j k_0 r}$$

$$E = \frac{1}{j\omega\varepsilon} \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{j\omega\varepsilon} \frac{1}{r^2 \sin\theta} \Big[\vec{u}_r \frac{\partial H_\varphi r \sin\theta}{\quad}$$

$$E_r = -\frac{I\, dl}{4\pi} \eta_0 k_0^2 \cos\theta \left[\frac{1}{(j k_0 r)^2} + \frac{1}{(j k_0 r)^3} \right] e^{-j r k_0}$$

$$E_\theta = -\frac{I\, dl}{4\pi} \eta_0 k_0^2 \sin\theta \left[\frac{1}{(j k_0 r)} + \frac{1}{(j k_0 r)^2} + \frac{1}{(j k_0 r)^3} \right] e^{-j k_0 r}$$

con $\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi$

Dividiamo il problema in 2 parti:

- campo vicino
- campo lontano

Campo vicino

$$K_0 r = \frac{2\pi r}{\lambda} \ll 1 \qquad e^{-jK_0 r} = 1 - jK_0 r + \frac{K_0 r^2}{2} + \dots \simeq 1$$

$$H_\varphi = \frac{-Idl}{4\pi} \sin\theta \, K_0^2 \left(\frac{1}{jK_0 r} + \frac{1}{(jK_0 r)^2} \right) 1 \Rightarrow H_\varphi \simeq \frac{Idl}{4\pi r^2} \sin\theta$$

$$\begin{cases} E_r = \dfrac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3} 2\cos\theta \\ E_\theta = \dfrac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \sin\theta \end{cases}$$

con $p = Qdl = \frac{Idl}{\omega}$ è il momento di dipolo elettrico

Stesso comportamento del campo elettrostatico

Campo lontano

$$K_0 r = \frac{2\pi r}{\lambda} \gg 1 \qquad \frac{1}{K_0 r} \gg \frac{1}{(K_0 r)^2} \gg \frac{1}{(K_0 r)^3}$$

$$H_\varphi \simeq \frac{-Idl \, \cancel{K_0^2}^{K_0}}{4\pi} \frac{1}{j\cancel{K_0} r} e^{-jK_0 r} = j \frac{Idl}{4\pi} K_0 \sin\theta \frac{e^{-jK_0 r}}{r}$$

il campo dipende da θ. Sarà max per $\theta = \frac{\pi}{2}$ cioè direzione ortogonale all'antenna.

$$E_r \simeq + \frac{Idl}{4\pi} \eta_0 \cancel{K_0^2} \cos\theta \frac{1}{\cancel{K_0^2} r^2} e^{-jK_0 r} = \frac{Idl}{4\pi r^2} \eta_0 \cos\theta e^{-jK_0 r} \simeq 0$$

$$E_\theta \simeq - \frac{Idl}{4\pi} \eta_0 K_0^2 \sin\theta \frac{e^{-jK_0 r}}{j\cancel{K_0} r} = j \frac{Idl}{4\pi r} \eta_0 K_0 \sin\theta \, e^{-jK_0 r}$$

Quindi

$$\begin{cases} E_\theta = j \dfrac{Idl}{4\pi} \eta_0 K_0 \sin\theta \dfrac{e^{-jK_0 r}}{r} \\ H_\varphi = j \dfrac{Idl}{4\pi} \cancel{\eta_0} K_0 \sin\theta \dfrac{e^{-jK_0 r}}{r} \end{cases} \Rightarrow \frac{E_\theta}{H_\varphi} = \eta_0$$

Se sono lontano dalla sorgente non mi importa più molto come è fatta la sorgente.

Considerazioni energetiche

indichiamo con U la potenza media nel tempo per unità di angolo solido.

$$\vec{P_m} = \mathrm{Re}\left(\vec{E} \times \vec{H}^*\right)$$

se sono lontano dalla sorgente E ed H sono in fase $\left(E_\theta = \eta_0 H_\varphi\right)$

$$\vec{E} \times \vec{H}^* = P_r \vec{u}_r = \eta_0 |H_\varphi|^2 \vec{u}_r = \frac{|E_\theta|^2}{\eta_0^*} \vec{u}_r = \left[\frac{W}{m^2}\right]$$

$$P_r \text{ (potenza irradiata)} = \oint_S \vec{P_m} \cdot d\vec{s} = \int U \, d\Omega$$

$$d\Omega = \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$$

$\vec{P_m} r^2 = U$ intensità di radiazione

infatti:

$$P_r = \iint P_m \, r \, d\theta \, r \sin\theta \, d\varphi = \int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{2\pi} \underbrace{P_m r^2}_{U} \underbrace{\sin\theta \, d\theta \, d\varphi}_{d\Omega} =$$

guadagno direzionale $$\frac{U(\theta,\varphi) \cdot 4\pi}{P_r} = \frac{4\pi \, U(\theta,\varphi)}{\oint U \, d\Omega}$$

Se l'antenna è isotropa il guadagno direzionale vale 1 quindi

$$\oint U \, d\Omega = U \, 4\pi$$

la direzionalità di un antenna ~~il guadagno direzionale~~ è quindi definita come:

$$D = \frac{U_{max}}{U_{medio}} = \frac{4\pi \, U_{max}}{\oint U \, d\Omega} = \frac{4\pi \, U_{max}}{P_r}$$

$$D = \frac{4\pi \, |E_{max}|^2 / U_{max}}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} E(\theta,\varphi)^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi}$$

$$U = \frac{r^2 |E|^2}{\eta_0^*} \qquad P_r = \oint \frac{|E|^2}{\eta_0}\, ds = \int_0^{2\pi}\!\!\int_0^{\pi} \frac{|E|^2}{\eta_0} r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$$

$$D = \frac{4\pi r^2 \left|U_{max}\right|^2 / \eta_0}{\int_0^{2\pi}\!\!\int_0^{\pi} |E(\theta,\varphi)|^2 r^2 \frac{1}{\eta_0} \sin\theta \, d\theta \, d\varphi}$$

$$P_m = \frac{|I|^2 |dl|^2}{16\pi^2} \frac{k_0^2 \sin^2\theta}{r^2} \eta_0$$

$$U = r^2 P_m = \frac{|I|^2 |dl|^2}{16\pi^2} k_0^2 \sin^2\theta \, \eta_0 \qquad G = \frac{U \, 4\pi}{P_r}$$

$$P_r = \int_0^{\pi}\!\!\int_0^{2\pi} \qquad = \frac{|I|^2 |dl|^2}{16\pi^2} k_0^2 \left(-\frac{4}{3}\right)$$

$G = -3 \sin^2\theta$ il valore massimo di G è **3**

Rendimento della potenza

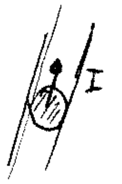
$$\eta = \frac{P_r}{P_r + \underbrace{P_{Ie}}}$$

la potenza che viene persa nel conduttore durante la creazione del campo magnetico

$$\text{Resistenza di irradiazione} = \frac{P_r}{I^2} = \frac{dl^2}{\cancel{16}_4 \pi^2} \cdot \frac{4}{3} \cdot k_0^2 \cdot \underset{120\pi}{\eta_0} =$$

$$= 10\, dl^2 k_0^2 = 40\pi^2 \left(\frac{dl}{\lambda}\right)^2 = R_\gamma$$

Se $dl \ll \lambda$ allora R_γ è molto basso



Si ha effetto pelle quindi la corrente non passa su tutta la sezione a disposizione.

Quindi $R = \dfrac{dl}{\sigma 2\pi r \delta}$ $\qquad \delta = \sqrt{\dfrac{2}{\omega \mu \sigma}}$

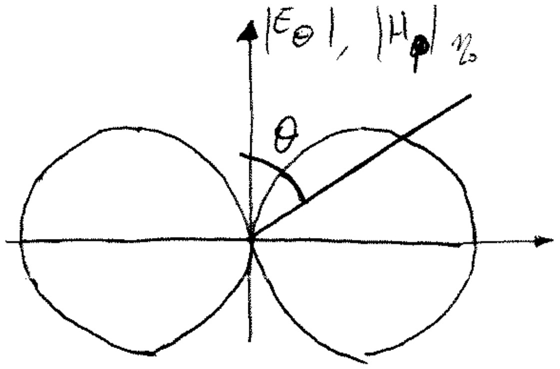
$$P_p = |I|^2 \frac{dl}{\sigma 2\pi r \delta}$$

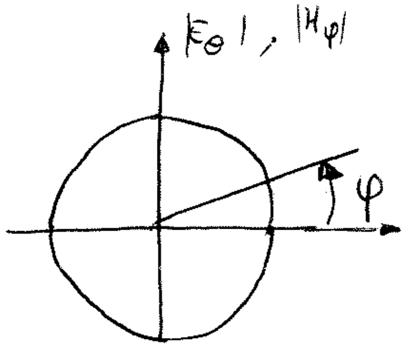
$$P_r = |I|^2 \, 40 \, \pi^2 \left(\frac{dl}{\lambda}\right)^2$$

$$P_e = |I|^2 \frac{dl}{\sigma 2\pi r_0 \delta} = |I|^2 \frac{dl \sqrt{\omega\mu\sigma}}{\sigma 2\pi r_0 \sqrt{2}} = \frac{dl \sqrt{2\pi f \mu\sigma}}{\sigma 2\pi r_0 \sqrt{2}} = \frac{dl \sqrt{f\mu}}{2\sqrt{\pi\sigma}\, r_0}$$

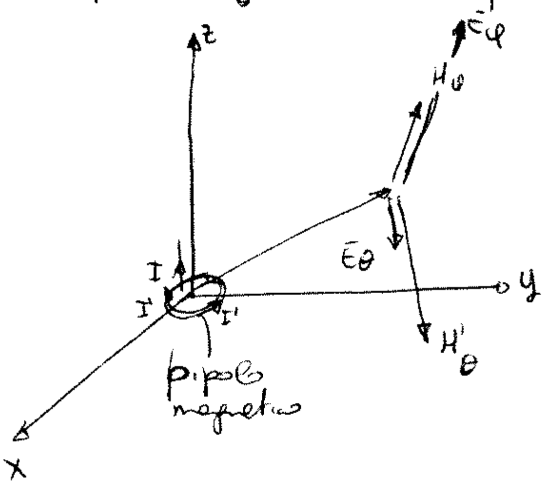
$$\text{rendimento} = \frac{P_r}{P_r + P_e} = \frac{40\pi^2 \left(\frac{dl}{\lambda}\right)^2}{40\pi^2\left(\frac{dl}{\lambda}\right)^2 + \frac{dl\sqrt{\omega\mu\sigma}}{2\pi r_0 \sigma \sqrt{2}}}$$

Se si vuole trasportare potenza attiva senza collegamento elettrico non bisogna aspettarsi alti rendimenti.



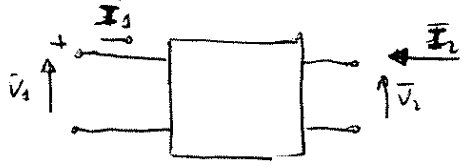


Dipolo magnetico



Sistema con antenna che trasmette e antenna che riceve

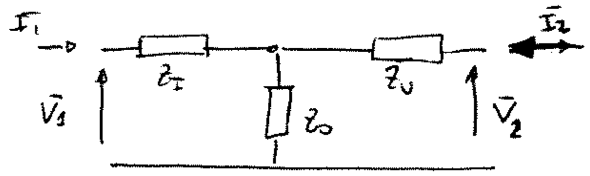
Le antenne non sono usate per trasmettere potenza, ma informazioni. Di solito si cerca di posizionare le antenne in modo che l'accoppiamento sia il migliore possibile.



accoppiamento tra antenne

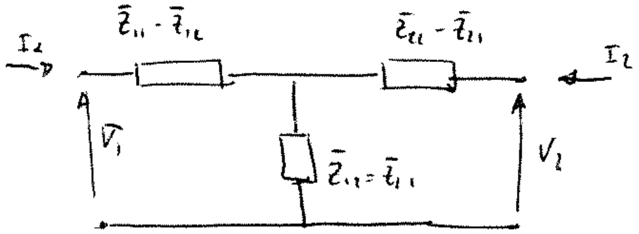
$$\begin{cases} \bar{V}_1 = \bar{Z}_{11}\,\bar{I}_1 + \bar{Z}_{12}\,\bar{I}_2 \\ \bar{V}_2 = \bar{Z}_{21}\,\bar{I}_1 + \bar{Z}_{22}\,\bar{I}_2 \end{cases}$$

Possiamo rappresentare il doppio bipolo con un circuito a T



$$\begin{cases} \bar{V}_1 = \bar{Z}_I\,\bar{I}_1 + \bar{Z}_0\,(\bar{I}_1 + \bar{I}_2) \\ \bar{V}_2 = \bar{Z}_U\,\bar{I}_2 + \bar{Z}_0\,(\bar{I}_1 + \bar{I}_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{V}_1 = (\bar{Z}_I + \bar{Z}_0)\,\bar{I}_1 + \bar{Z}_0\,(\bar{I}_2) \\ \bar{V}_2 = \bar{Z}_0\,\bar{I}_1 + (\bar{Z}_U + \bar{Z}_0)\,\bar{I}_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{Z}_{12} = \bar{Z}_{21} = \bar{Z}_0 \\ \bar{Z}_{11} = \bar{Z}_I + \bar{Z}_0 \\ \bar{Z}_{22} = \bar{Z}_U + \bar{Z}_0 \end{cases}$$

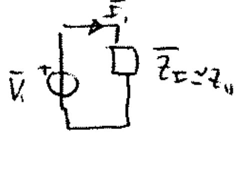


$\bar{Z}_{12}$ è un effetto dell'antenna trasmittente sull'antenna ricevente.

$\lim_{r \to \infty} |\bar{Z}_{12}| = 0$. Trascuriamo l'effetto tra le due antenne.

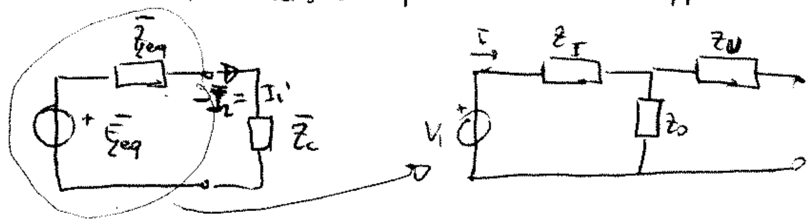
$$\bar{V}_1 \simeq \bar{Z}_{11}\,\bar{I}_1 \Rightarrow \bar{V}_1 \simeq (\bar{Z}_I + \bar{Z}_0)\,\bar{I}_1 \simeq \bar{Z}_I\,\bar{I}_1$$

Il circuito primario diventa così:



il circuito viene comandato in corrente.

Il circuito secondario può essere rappresentato come:



$$\bar Z_{eq} = \frac{\bar Z_I \cdot \bar Z_0}{\bar Z_I + \bar Z_0} + \bar Z_u = \frac{(\bar Z_{11} - \bar Z_{12})\,\bar Z_{12}}{\bar Z_{11} - \cancel{\bar Z_{12}} + \cancel{\bar Z_{12}}} + \bar Z_{22} - \bar Z_{12} = \cancel{\bar Z_{12}} - \frac{\bar Z_{12}^2}{\bar Z_{11}} + \bar Z_{22} - \cancel{\bar Z_{12}} =$$

$$\bar Z_{2eq} = \bar Z_{22} - \frac{\bar Z_{12}^2}{\bar Z_{11}} \simeq \bar Z_{22}$$

$$\bar E_{2eq} = \frac{\bar Z_0}{\bar Z_0 + \bar Z_I} \cdot \bar V_1 = \frac{Z_{12}}{\cancel{Z_{12}} + Z_{11} - \cancel{Z_{12}}} \cdot \bar V_1 = \frac{\bar Z_{12}}{\bar Z_{11}} \bar V_1 \simeq Z_{12}\,\bar I_1$$

Quindi ne segue che:

$$\bar I_2' = \frac{E_{2eq}}{Z_{2eq} + Z_C} = \frac{\bar Z_{12}\,\bar V_1}{(\bar Z_{22} + \bar Z_C)\,\bar Z_{11}} \simeq \frac{Z_{12}\,\bar I_1}{Z_{22} + Z_C} = -\bar I_2$$

$$\bar S_1 = \bar V_1 \bar I_1^* \simeq \bar Z_1 \, |\bar I_1|^2$$

$$\bar S_2 = \bar V_2 \bar I_2^* \simeq \bar Z_L \left| \frac{\bar Z_{12}}{\bar Z_{22} \bar Z_L} \right|^2 |I_2|^2$$

Se le antenne sono dei dipoli hertziani sappiamo che a parità di distanza bisogna tenere presente la disposizione del ricevitore.