Se $\frac{K'_p K_p}{J} = \omega_B$ quello di ω_M ha valore alto allora il sistema ha elevata banda passante (sistema simile a sistema ideale); ma allora anche $\frac{(K'_p K_p)^2}{J}$ è alto e quindi si ha un elevato ΔT.

La banda di velocità è valore di compromesso tra ΔT e ω_b.

<u>Caso 1</u>: - tachimetro assegnato (h e K)
- motore assegnato (J)
- $\frac{\Delta T}{T_n} = A$

$$A = \frac{\Delta T^*}{T_n} = \frac{(K'_p K_p)}{J} K'_p K_p \frac{h}{K} \frac{1}{T_n} = \omega_b \cdot K'_p K_p \frac{h}{K} \frac{J}{J T_n} =$$

$$= \omega_b^2 \frac{h}{K} \frac{J}{T_n}$$

$$\Downarrow$$

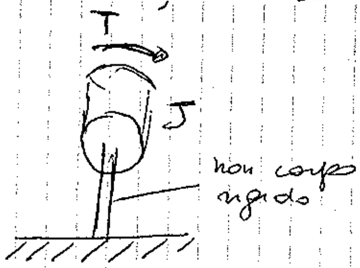
$$\omega_b = \sqrt{\frac{A \cdot K}{h} \cdot \frac{T_n}{J}}$$

ω_b è tanto più grande tanto più $\frac{T_n}{J}$ è grande.

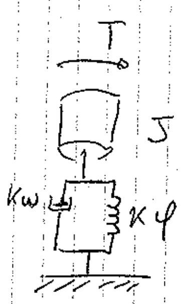
$\frac{T_n}{J}$ implica l'avere tanta coppia con poco momento d'inerzia.
Il limite della banda è il tachimetro.

<u>Risonanza torsionale</u>

L'albero motore (colleg. motore-tachimetro) non è un corpo rigido. Se varia la posizione del tachimetro rispetto a quella del motore, allora varia anche la velocità.



Se tutto il sistema fosse un corpo rigido non accade nulla. Invece se l'albero non è un corpo rigido lo si può torcere.
Supponiamo che $J_{albero} \to 0$
Approssimiamo l'albero ad una molla molto rigida con costante elastica $K\varphi$ (φ angolo posizione rotore). Aggiungiamo anche uno smorzatore (con costante $K\omega$).



La molla ha una relazione coppia-posizione

$$T = K\varphi\,(\varphi - \varphi_0).$$

Lo smorzatore induce una coppia $\propto \omega$. $T = K_\omega(\omega - \omega_0) =$

$= K_\omega(\dot\varphi - \dot\varphi_0) = K_\omega \dot\varphi$

Supponiamo $\varphi_0 = \omega_0 = 0$

$$\underset{\text{applicato al motore}}{T} = J\frac{d\omega}{dt} + \underbrace{K_\varphi \varphi + K_\omega \omega}_{\text{albero ~~...~~ non è corpo rigido.}}$$

$$T = Js^2\varphi + K_\varphi \varphi + K_\omega s \varphi \Rightarrow \varphi = \frac{1}{s^2 J \cancel{\varphi} + K_\omega \cancel{\varphi} s + K_\varphi}$$

$$T(s) \rightarrow \boxed{\frac{1}{s^2 J + K_\omega s + K_\varphi}} \rightarrow \varphi(s)$$

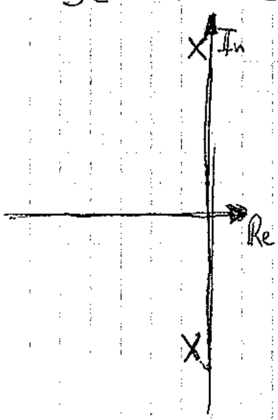
sistema del 2° ordine.

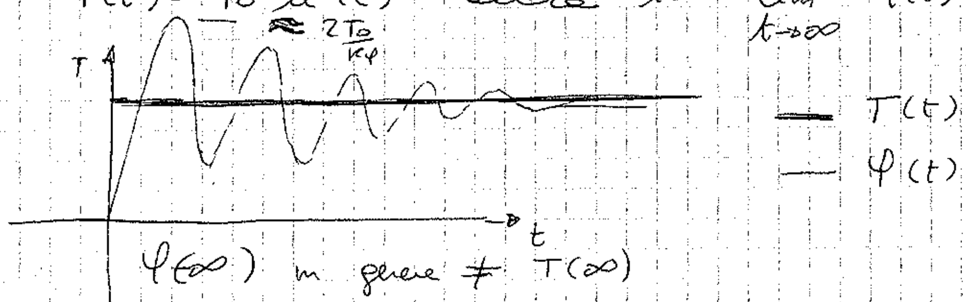
$$\frac{1}{s^2 J + s K_\omega + K_\varphi} = \frac{1/J}{s^2 + s\frac{K_\omega}{J} + \frac{K_\varphi}{J}} = \frac{1}{K_\varphi}\cdot\frac{\frac{K_\varphi}{J}}{s^2 + \frac{K_\omega}{J}s + \frac{K_\varphi}{J}} =$$

$$= \frac{1}{K_\varphi}\cdot\frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{K_\varphi}{J}}, \quad \zeta = \frac{1}{2}\frac{K_\omega}{J}\sqrt{\frac{J}{K_\varphi}}$$

In generale $\zeta \simeq 0 \div 0{,}05$

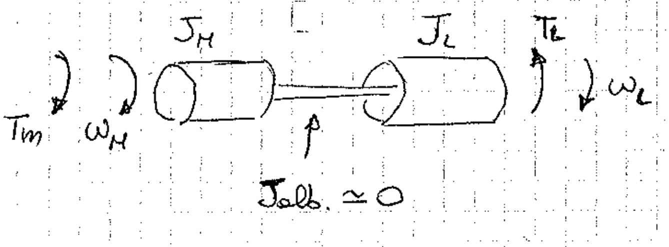
se la coppia $T(t) = T_0\, u(t)$ allora il $\lim_{t\to\infty} \varphi(t) = \frac{T_0}{K_\varphi}$





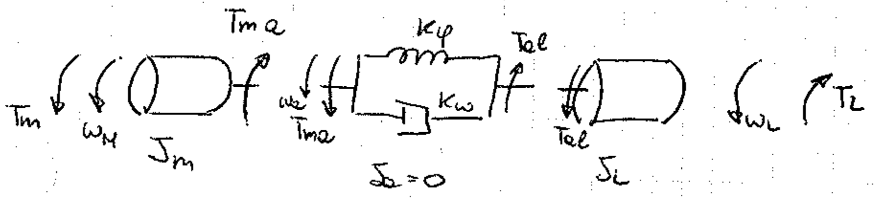
$\varphi(\infty)$ in genere $\neq T(\infty)$

Sistema con due rotori



Caso corpo rigido:

$$T_m - T_L = (J_L + J_m)\frac{d\omega_m}{dt}, \quad \omega_m = \omega_L$$



$$T_m - T_{ma} = J_m \frac{d\omega_M}{dt} \qquad \text{motore}$$

$$T_{ae} - T_L = J_L \frac{d\omega_L}{dt} \qquad \text{carico}$$

$$\underbrace{T_{ma} - T_{ae}}_{=0} = J_a \frac{d\omega_a}{dt} \qquad \text{perchè } J_a = 0$$

Poichè l'albero è approx con un sistema molle - smorzatore:

$$T_{ma} = T_{aL} = K_\varphi (\varphi_m - \varphi_L) + K_\omega (\omega_M - \omega_L)$$

sostituisco nell' equazione del carico

$$J_L \frac{d\omega_L}{dt} = K_\varphi (\varphi_m - \varphi_L) + K_\omega (\omega_M - \omega_L) - T_L \qquad \text{Supponiamo } T_L = 0$$

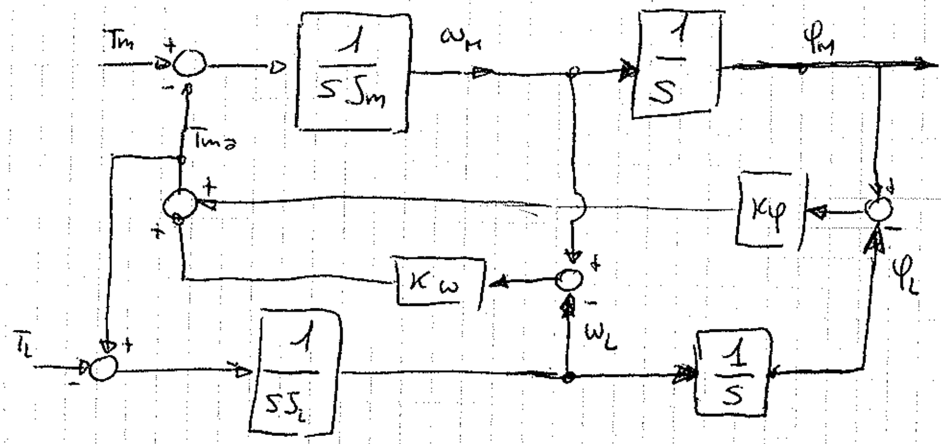
$$J_L s^2 \varphi_L = K_\varphi (\varphi_m - \varphi_L) + K_\omega (s\varphi_M - s\varphi_L)$$

$$\varphi_L = \varphi_M \frac{K_\varphi + sK_\omega}{s^2 J_L + sK_\omega + K_\varphi} = \varphi_M \, G_2(s)$$

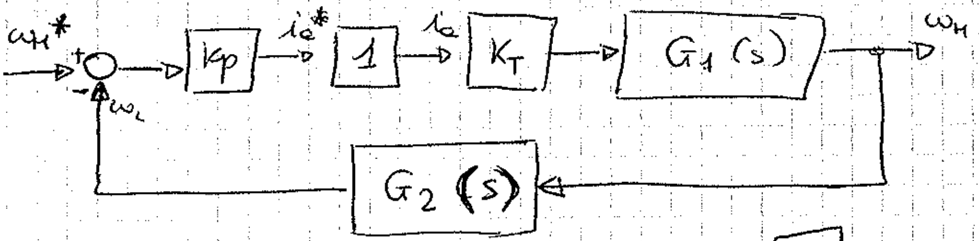
$$T_m = J s \omega_M + \underbrace{T_{ma}}_{K_\varphi (\varphi_m - \varphi_L) + sK_\omega (\varphi_m - \varphi_L)}$$

$$T_m = s\omega_M \left[J_m + J_L \frac{K_\varphi + sK_\omega}{s^2 J_L + sK_\omega + K_\varphi} \right]$$

$$\omega_M = \frac{T_m}{s J_m} \left(1 + \frac{J_L}{J_M} \frac{K_\varphi + sK_\omega}{K_\varphi + sK_\omega + s^2 J_L} \right)^{-1} = T_m \, G_1(s)$$



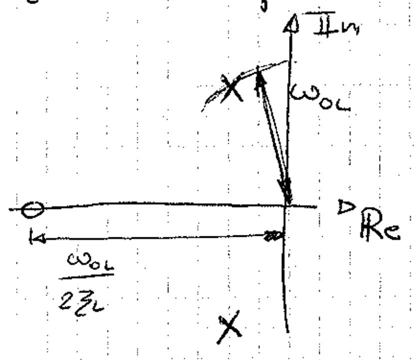
Il carico J_L è una dinamo tachimetrica.
Dobbiamo fare un anello di velocità con l'albero reale.



$$G_2(s) = \frac{K\varphi + sK\omega}{s^2 J_L + sK\omega + K\varphi} = \frac{\omega_{0L}^2\left(1 + 2\xi_L s \frac{1}{\omega_{0L}}\right)}{s^2 + 2\xi_L \omega_{0L} s + \omega_{0L}^2} \qquad \omega_{0L} = \sqrt{\frac{K\varphi}{J_L}} \qquad \xi_L = \frac{1}{2}\frac{K\omega}{J_L}\sqrt{\frac{J_L}{K\varphi}}$$

G_2 dipende solo dal rotore L (dinamo tachimetrica).

G_2 ha due poli complessi coniugati e uno zero in $-\frac{\omega_{0L}}{2\xi_L}$



Di solito $\xi_L \ll 0{,}5$

Di solito i due poli sono molto vicini all'origine e lo zero è molto lontano.

$$G_1(s) = \frac{1/s}{J_m + J_L \dfrac{K\varphi/J_L + s\frac{K\omega}{J_L}}{s^2 + s\frac{K\omega}{J_L} + \frac{K\varphi}{J_L}}} = \frac{1/s}{J_m + J_L \dfrac{\omega_{0L}^2 + 2\xi_L \omega_{0L} s}{s^2 + 2\xi_L \omega_{0L} s + \omega_{0L}^2}} =$$

$$= \frac{1}{s}\,\frac{s^2 + 2\xi_L \omega_{0L} s + \omega_{0L}^2}{\underbrace{(J_m + J_L)\left(\frac{J_m}{J_m + J_L}s^2 + 2\xi_L \omega_{0L} s + \omega_{0L}^2\right)}_{\text{altri 2 poli di } G_1(s)}}$$

→ 2 zeri complessi coniugati coincidenti con poli di $G_2(s)$

polo in origine

Concentriamoci sui restanti poli di $G_1(s)$

$$p_{2,3} = \frac{-2\xi_L \omega_{0L} \pm \sqrt{4\xi_L^2 \omega_{0L}^2 - 4\frac{J_m}{J_m + J_L}\omega_{0L}^2}}{2\frac{J_m}{J_m + J_L}} =$$

$$= -\xi_L \omega_{0L}\frac{J_m + J_L}{J_m} \pm j\,\omega_{0L}\sqrt{\frac{J_m + J_L}{J_m}\left(1 - \xi_L^2 \frac{J_m + J_L}{J_m}\right)}$$

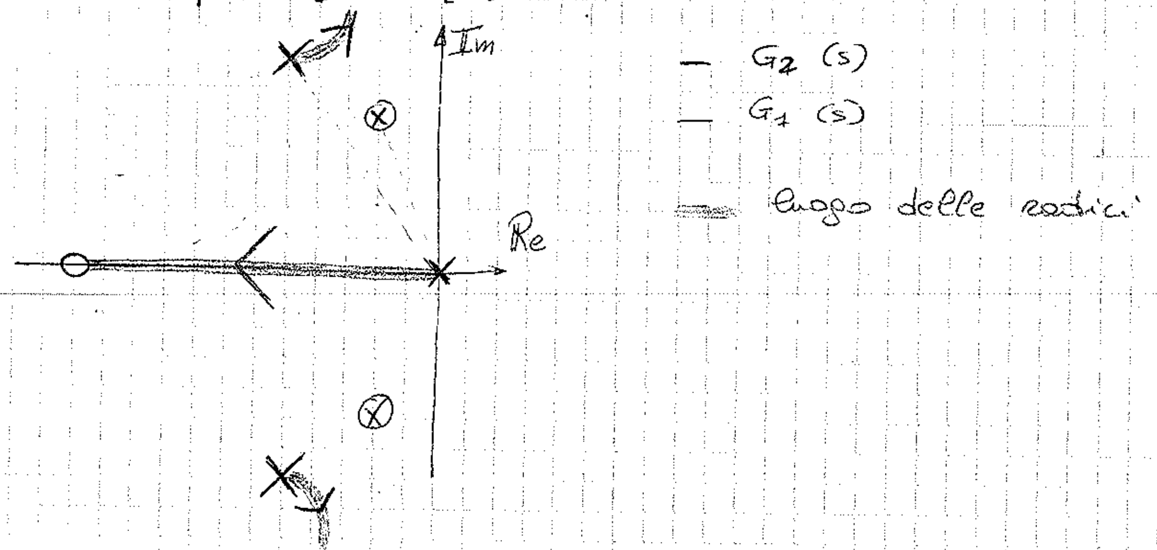
Se si pone $\omega_1 = \omega_{0L}\sqrt{\frac{J_m + J_L}{J_m}} \geq \omega_{0L}$ e $\xi_1 = \xi_L\sqrt{\frac{J_m + J_L}{J_m}} \geq \xi_L$

si ottiene:

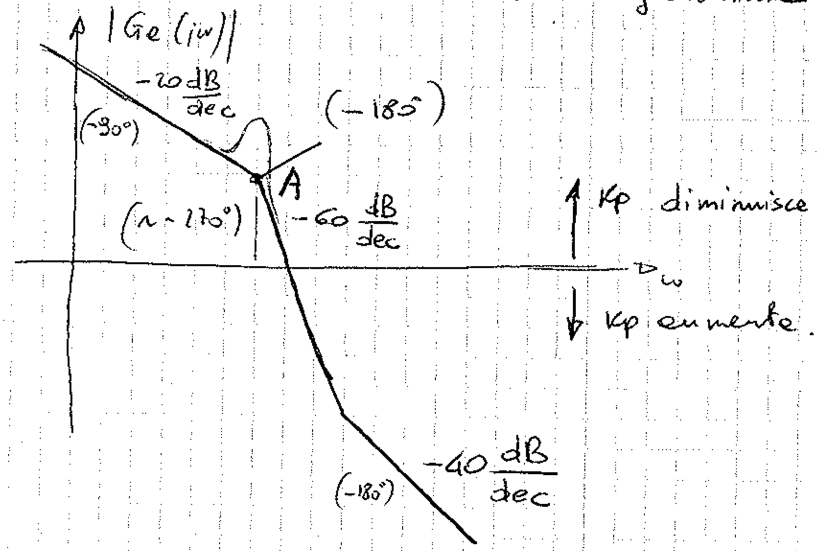
$$p_{2,3} = -\zeta_1 \omega_1 \pm j\omega_1 \sqrt{1-\zeta_1^2}$$

studiamo la fdt anello aperto $(G_a(s))$

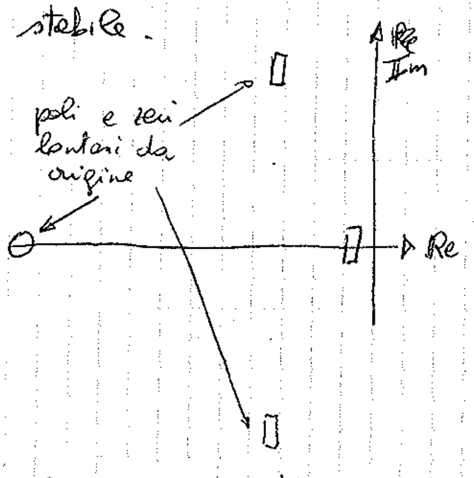
$G_a(s) = K_p K_T \, G_1(s) \, G_2(s)$



Vediamo la situazione sul diagramma di Bode.



Se K_p è abbastanza basso ho un intersezione con $-20 \frac{dB}{dec}$. Per il teorema di Bode siamo in una situazione buona ed il sistema è stabile.

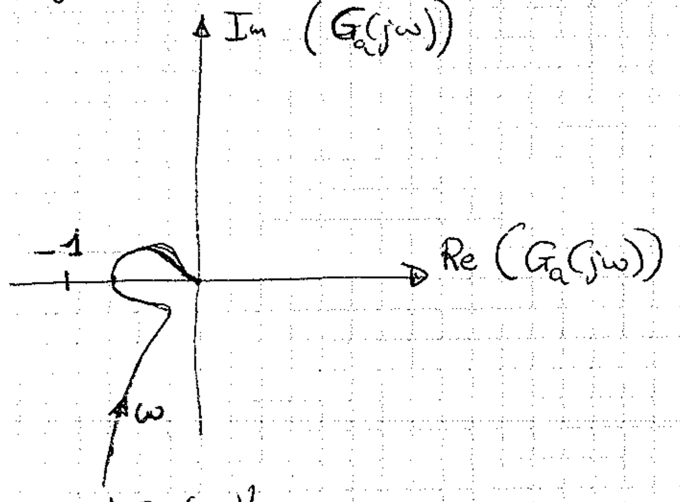


Il problema principale è una bassa banda passante. (1 Polo vicino all'origine)

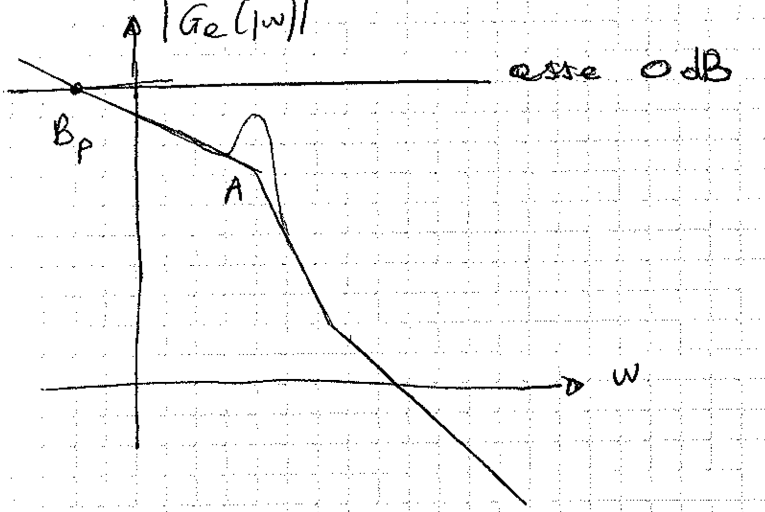
Il punto d'angolo tra $-20 \frac{dB}{dec}$ e $-60 \frac{dB}{dec}$ ha fase $-180°$.

Il punto d'angolo è una delle situazioni più "disgraziate" che possono capitare.

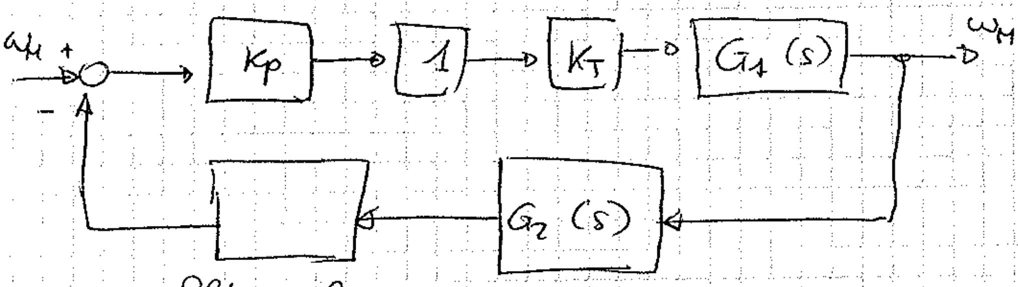
Diagr. di Nyquist



Il diagramma deve passare a dx di -1. Cioè nel diagramma di bode l'asse 0dB deve essere a sopra il picco del punto A.
Il picco limita la banda passante a valori molto bassi.

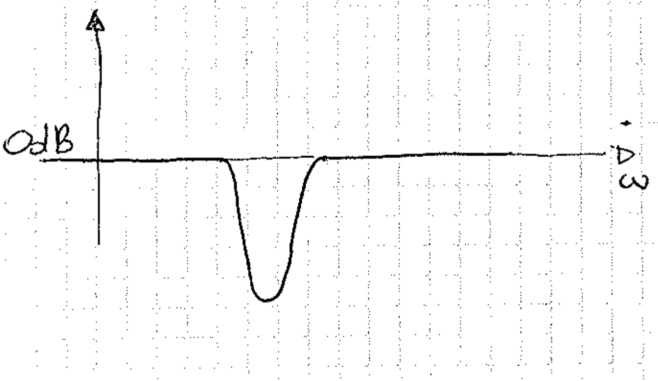


Come possiamo eliminare il picco?
Cerco di creare un picco negativo che compensi quello positivo.



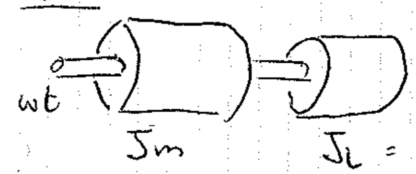
filtro elimina banda (notch)

Il filtro notch deve guadagnare 1, ad un certo punto elimina la frequenza, poi torna a guadagnare 1.



Quello che devo togliere deve essere uguale al picco in A.

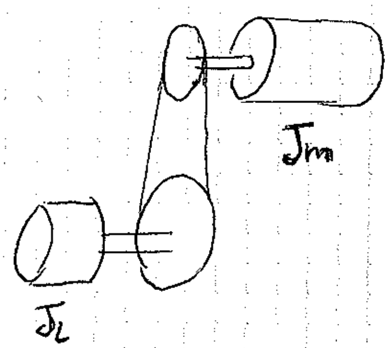
Caso 1.



m. utensile trapano/fresa.

In questo caso $J_m >> J_L$ perchè dinamo techimetrica più piccola del motore.
L'albero è relativamente corto e $J_m > J_L$
L'albero corto si corto si comporta come una molla molto rigida. In questo caso si ha che $\frac{K_\varphi}{J_L}$ è molto grande. Il picco non dà troppo fastidio

Caso 2



pulegge + cinghie di Trasmissione

Possiamo equiparare il caso ad un albero molto cedevole.
In generale J_L' (J_L vista dal motore) è circa J_m
In questa situazione K_φ è basso.
Ne segue che $\frac{K_\varphi}{J_L'}$ è piccolo.
Bisogna stabilire dove mettere il techimetro:

- su motore ; $J_m + J_{tech} \cong J_m$. Questo sistema non rivela come funziona il carico. Misuro bene la velocità del motore, ma non so come è la velocità del carico
- su carico: $J_L + J_{tech} \cong J_L$. Ho un sistema dove ho motore e carico con stesso momento d'inerzia e chiudo il controllo con G_1 e G_2 (mi trovo il problema del picco di risonanza). In questo caso il problema del picco è particolarmente critico.