

le norme da anche alcuni disegni in un spiega come è fatto un azionamento in DC.

Gli azionamenti possono essere divisi in:

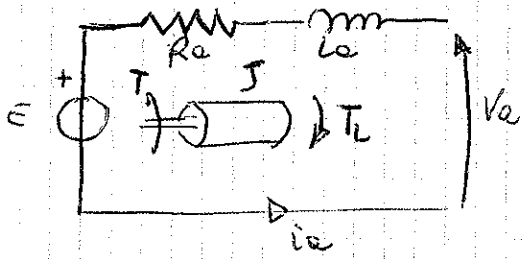
- continue (motori DC).
- alternata (motori AC).

Gli azionamenti DC sono piuttosto vecchi, sono in riduzione perché nei progetti nuovi si utilizzano motori AC. Il motore DC ha le problematiche del gruppo spazzole-collettore.

Gli azionamenti in alternata si suddividono e secondo se si usano motori sincroni ed asincroni.

In questo corso si studiano solo gli azionamenti in continua perché sono più semplici e perché gli az. in alternata sono studiati così: vengono trasformati in azionamenti in continua equivalenti. Dopo avere studiato l'azionamento in continua equivalente.

### Modello del motore DC



$$\begin{cases} V_e = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + E_a \\ E_a = k_E \omega_m \\ T = k_T i_a \quad T - T_L = J \frac{d\omega_m}{dt} \end{cases}$$

$k_E \geq k_T$   
↑  
problema legato alle perdite nel ferro di rotore delle macchine

$T_L$ : coppia di carico  
 $T$ : coppia generata dal motore  
 $J$ : momento d'inerzia

$$\begin{cases} \frac{di_a}{dt} = [V_e - k_E \omega_m - R_a i_a] \frac{1}{L_a} \\ \frac{d\omega_m}{dt} = [k_T i_a - T_L] \frac{1}{J} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{di_a}{dt} \\ \frac{d\omega_m}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & \frac{k_E}{L_a} \\ \frac{k_T}{J} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ \omega_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_e}{L_a} \\ -\frac{T_L}{J} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_e \\ T_L \end{bmatrix}$$

Risultato:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_a}{dt} \\ \frac{d\omega_M}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_e}{L_e} & -\frac{k_e}{L_e} \\ \frac{k_T}{J} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ \omega_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_e} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_e \\ T_L \end{bmatrix}$$

↑  
variabile di stato

↑  
ingressi

Le uscite sono coincidenti con le variabili di stato

Vogliamo rappresentare un circuito elettrico che rappresenti le equazioni:

$$V_e = R_e i_a + L_e \frac{di_a}{dt} + E$$

$$E = k_e \omega_M$$

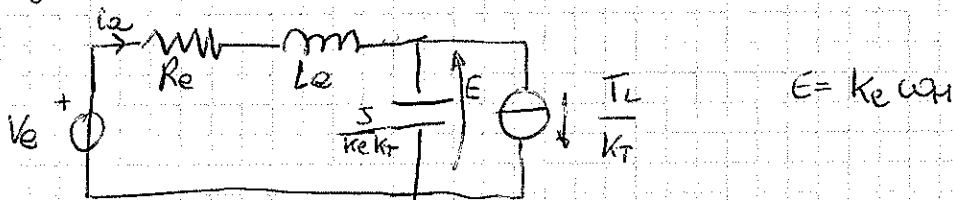
$$\frac{d\omega_M}{dt} = \frac{1}{J} (k_T i_a - T_L)$$

$$\Rightarrow \frac{dE}{dt} = i_a - \frac{T_L}{k_T}$$

deve esserci per forza una corrente

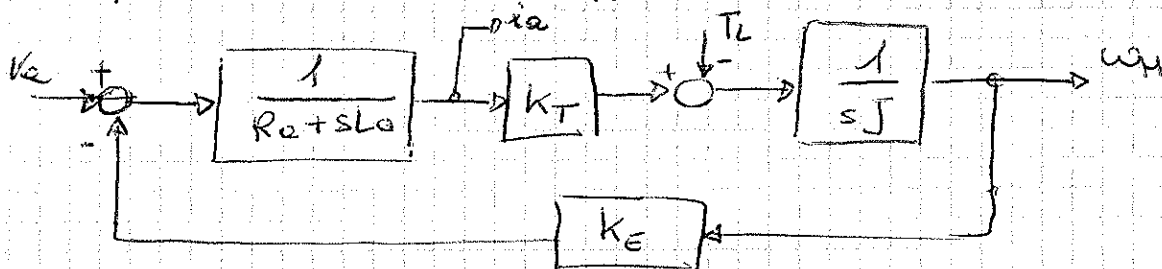
$$C \frac{dV}{dt} = i \Rightarrow \text{quindi posso pensare } \frac{J}{k_e k_T} \text{ come un condensatore.}$$

Posso quindi tradurre tutte le equazioni in un circuito elt. fatto così:



Questo circuito funziona sia in transitorio che in staz.

Si può usare anche la rappresentazione a blocchi:



Lo schema a blocchi è lo schema che useremo più sovente.

Vogliamo ora scrivere le funzioni di trasferimento ingresso uscite - Consideriamo un ingresso ed una uscita alla volta (perché il sistema è lineare).

Consideriamo come input  $V_a$  e come output  $\omega_M$ .

$$\frac{\omega_M(s)}{V_a(s)} = \frac{\frac{K_T}{(R+sl_e)sJ}}{1 + \frac{K_T K_E}{(R+sl_e)sJ}} = \frac{K_T}{s^2 J L_e + s R_e J + K_E K_T} = \frac{\frac{K_T}{J L_e} \cdot \left(\frac{K_E}{K_E}\right)}{s^2 + s \frac{R_e}{L_e} + \frac{K_E K_T}{J L_e \left(\frac{R_e}{L_e}\right)}$$

Definiamo  $\tau_e = \frac{L_e}{R_e}$  costante di tempo di smatura (o elettrica) (se mettiamo C in corto circuito)

Definiamo  $\tau_m = R_e \frac{J}{K_E K_T}$  costante di tempo meccanica (se mettiamo  $L_e$  in corto circuito)

$$\frac{\omega_M(s)}{V_a(s)} = \frac{\frac{1}{K_e \tau_e \tau_m}}{s^2 + \frac{s}{\tau_e} + \frac{1}{\tau_e \tau_m}} = \frac{1}{K_e \omega_0^2} \frac{1}{s^2 + 2\zeta \omega_0 s + \omega_0^2}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{K_e \tau_e \tau_m}$$

$$2\zeta \omega_0 = \frac{1}{\tau_e} \Rightarrow \zeta = \frac{1}{2\omega_0 \tau_e} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\tau_e \tau_m}{\tau_e^2}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\tau_m}{\tau_e}}$$

I parametri del motore sono  $K_e, K_T, J, R_e$ , con questi mi calcolo le costanti di tempo con cui ricavo  $\omega_0, \zeta$

$$P_{1,2} = -\zeta \omega_0 \pm j \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} \begin{cases} P_{1,2} \text{ reali e distinti.} \\ P_{1,2} \text{ complessi coniugati.} \end{cases}$$

In maniera approssimata le dimensioni (peso, volume) di un motore sono proporzionali alle coppie nominali.

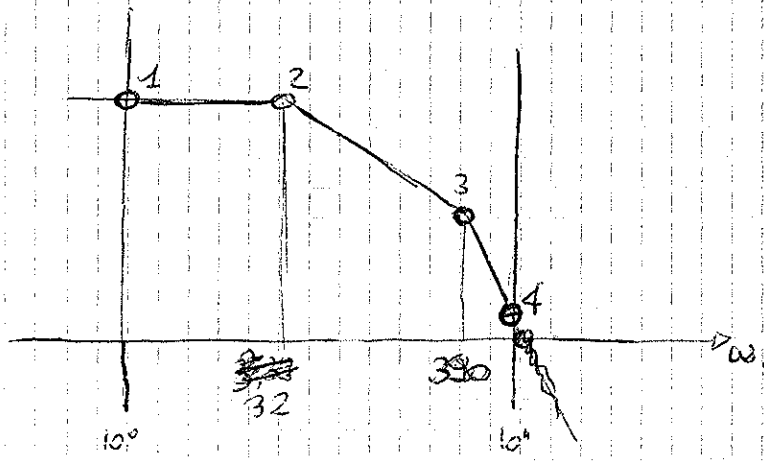
Esempio: motore 1:  $\tau_e = \frac{L_e}{R_e} = \frac{13,6 \cdot 10^{-3}}{5,76} = 2,36 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

$$\tau_m = \frac{R_e J}{K_E K_T} = \frac{5,76 \cdot 2 \cdot 6,8 \cdot 10^{-4}}{0,477 \cdot 0,477} = 0,004 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$\tau_m > \tau_e$$

$$\zeta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{0,004}{2,36 \cdot 10^{-3}}} = 1,89 \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{2,36 \cdot 0,004 \cdot 10^{-3}}} = 111,63 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$P_{1,2} = -\zeta \omega_0 \pm \omega_0 \sqrt{\zeta^2 - 1} = \begin{cases} P_1 = -31,95 \text{ rad/s} \\ P_2 = -390, \text{ rad/s} \end{cases}$$



Vogliamo trovare le coordinate dei punti 1, 2, 3 e 4.

1  $(1, \frac{1}{K_e}) \rightarrow$

$\frac{1}{K_e} = 2,096 \frac{rad}{V} = 6,43 dB$

Punto 2  $x_2 = 32 \quad y_2 = 6,43 dB$

Punto 3  $x_3 = 380 \quad y_3 = 2,096 \frac{32}{380} = 0,17 \frac{rad}{sV} = -15,3 dB$

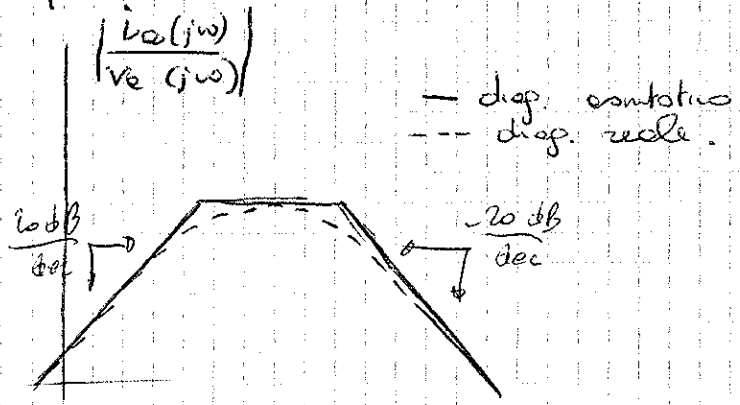
Punto 4  $x_4 = 10^4 \quad y_4 = 0,17 \frac{rad}{s} \cdot (\frac{380}{10^4})^2$

Calcolo  $\frac{i_e}{V_e}$  nel motore DC:

$$\frac{i_e(s)}{V_e(s)} = \frac{1}{R_e + sL_e} \cdot \frac{1}{sJ} = \frac{1}{s^2 J L_e + s J R_e + K_T K_e} = \frac{s \frac{1}{J L_e}}{s^2 + s \frac{R_e}{L_e} + \frac{K_e K_T}{J L_e}}$$

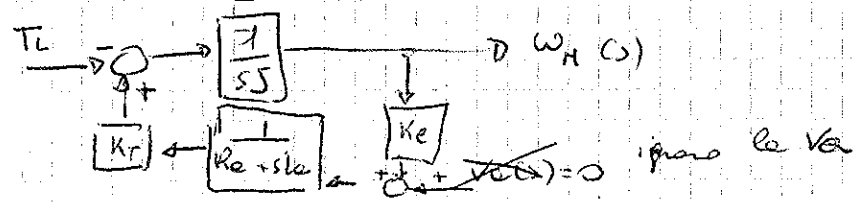
$$= \frac{\frac{1}{L_e} s}{s^2 + 2\zeta \omega_0 s + \omega_0^2}$$

I poli sono uguali a quelli delle gdt  $\omega_H/V_e$ , ma in questo caso c'è uno zero nell'origine.

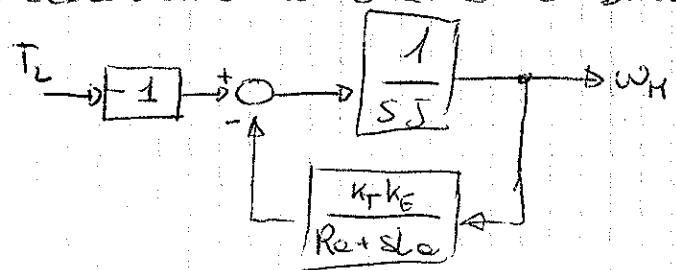


Troviamo la relazione  $\frac{\omega_H(s)}{I_L(s)}$

$\frac{\omega_H(s)}{I_L(s)} =$  Disegnare lo schema a blocchi per trovare la gdt.

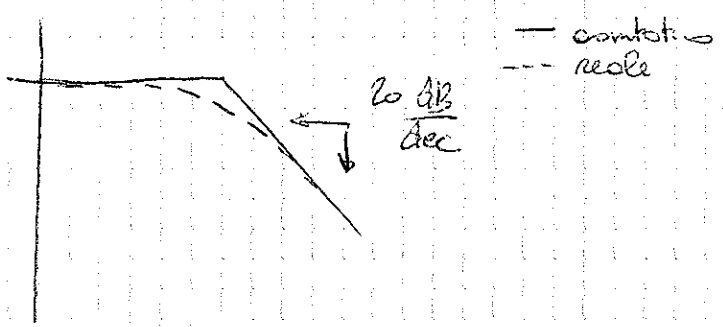


Rielaboriamo lo schema a blocchi.

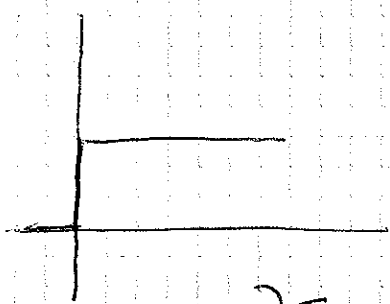


$$\frac{\omega_H(s)}{T_L(s)} = \frac{-1/sJ}{1 + \frac{K_T K_E}{sJ(R_e + sL_e)}} = \frac{-(R_e + sL_e)}{s^2 J L_e + s J R_e + K_T K_E} = \frac{-\frac{1}{s} \left[ \frac{1}{L_e} + s \right]}{s^2 + 2\zeta \omega_0 s + \omega_0^2}$$

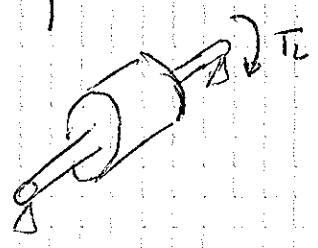
I poli sono sempre gli stessi, ho uno zero in  $\frac{1}{L_e}$ .



Se entro con un gradino di coppia di carico



$$\omega(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} s \cdot \frac{1}{s} \frac{\omega_H(s)}{T_L(s)} = -\frac{\frac{1}{s} (R_e)}{\frac{K_T K_E}{s L_e}} = -\frac{R_e}{K_T K_E} \text{ valore finito.}$$

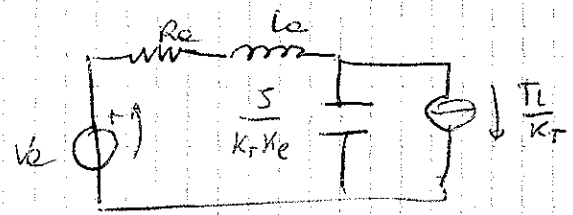


applico una coppia gradino al rotore  
Voglio trovare  $\omega(t)$  per  $t \rightarrow \infty$

$$\omega(t) = \infty$$

L'ipotesi è che uno trasforma potenza, l'altro no.

Considero il circuito equivalente



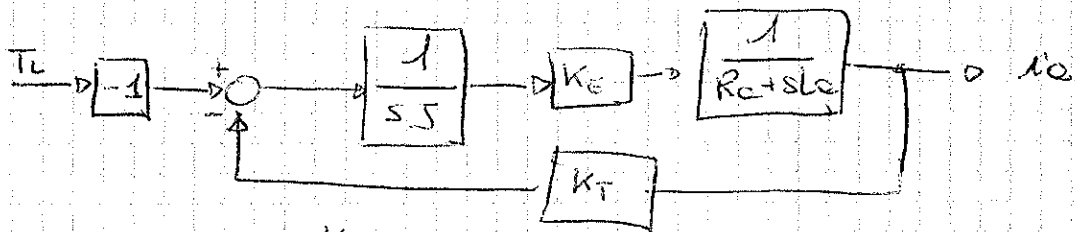
Se non considero  $V_e$  allora il generatore è in cc.

Questo la coppia di carico fa girare

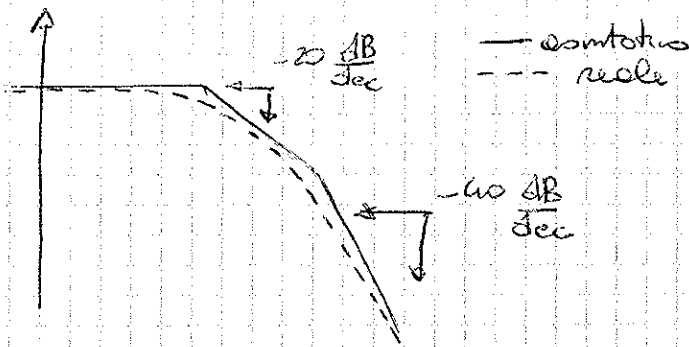
il rotore ma a perche corrente nell'anello frena.

Se carico gli avvolgimenti aperti (2° caso), il rotore si comporta come un rotore e  $R_e$  ora velocità aumenta/diminuisce. La tensione ai capi dell'avvolgimento sarà pari a quella del condensatore.

Ricerchiamo  $\frac{i_a(s)}{T_L(s)}$  - Analizziamo lo schema a blocchi:



$$\frac{i_a(s)}{T_L(s)} = \frac{-\frac{K_E}{sJ(R_c + sL_c)}}{1 + \frac{K_E K_T}{sJ(R_c + sL_c)}} = \frac{\frac{1}{K_T} - K_E}{s^2 J L_c + s J R_c + K_E K_T} = \frac{-\frac{1}{K_T} \frac{1}{s L_c} K_E \frac{K_T}{K_T}}{s^2 + 2\zeta \omega_0 s + \omega_0^2} = \frac{-\frac{1}{K_T} \omega_0^2}{s^2 + 2\zeta \omega_0 s + \omega_0^2}$$



Se mettessimo insieme tutti e 4 i diagrammi:

le valori base sono  $T_{nom}$ ,  $V_{nom}$ ,  $I_{nom}$ ,  $\omega_{Hnom}$ .

$$\omega_M(s) = G(s) V_c(s)$$

$$\frac{\omega_M(s)}{\omega_{Hnom}} = G(s) = \frac{V_c(s)}{V_{nom}(s)} \cdot \frac{V_{nom}(s)}{\omega_{Hnom}} = \left( G(s) \frac{V_{nom}}{\omega_{Hnom}} \right) \underbrace{\frac{V_c(s)}{V_{nom}}}_{V_{c pu}}$$

Quando i motori di venturo grado i pol. diventano complessi, convergono e sono sempre meno smorzati.

Il motore di 2 pol. che sono particolarmente sottosmorzati: perché  $J$  è molto basso. Di conseguenza ha un picco di risonanza.

Noi vogliamo regolare la velocità di un motore in cc.

Per questo dobbiamo regolare la tensione di armatura.