

**POLITECNICO DI TORINO**  
Facoltà di Ingegneria I



Anno accademico xxxx/xxxx

Corso di COSTRUZIONE DI MACCHINE

Elettrix01

**STUDIO DELLA RESISTENZA DI UN DISCO A  
SPESSORE VARIABILE UTILIZZANDO IL  
METODO DEGLI ELEMENTI FINITI**

## Scopo dell'esercitazione

Lo scopo dell'esercitazione è il calcolo della resistenza di un disco di spessore variabile sottoposto a pressione esterna (data dalle palette), campo centrifugo e gradiente radiale di temperatura.

Ulteriore scopo è la verifica della convergenza dei risultati ottenuti con il modello ad elementi finiti.

## Descrizione del problema fisico

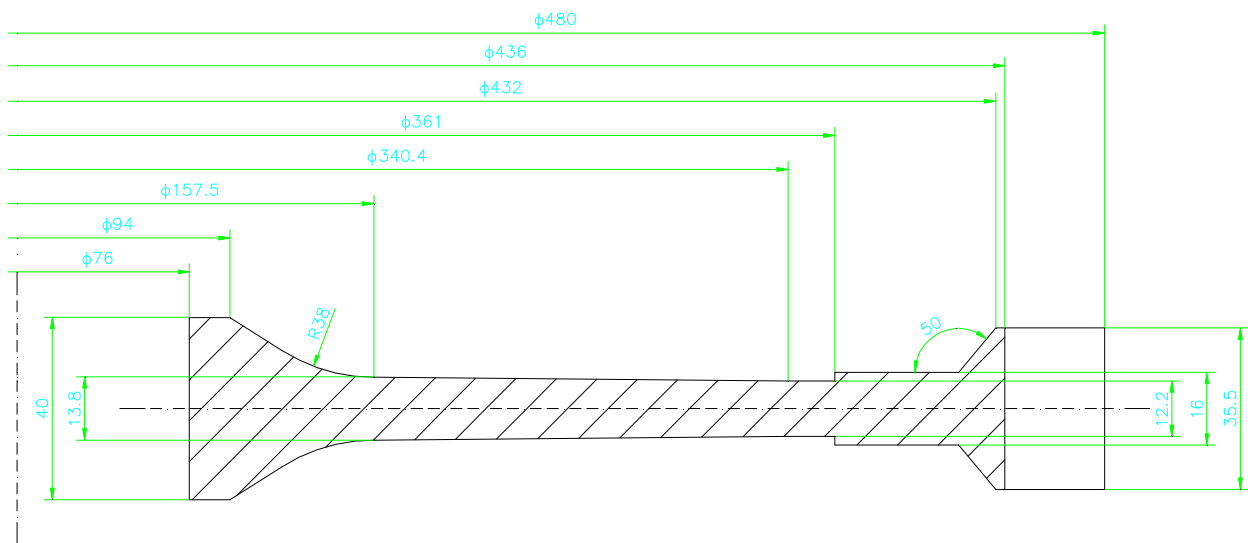


Figura 1 : sezione del disco in analisi

L'oggetto di analisi è un disco forato di spessore variabile dotato di 42 palette aventi caratteristiche:

- Massa palette: 0,6 kg
- Raggio baricentrico delle palette: 0,3 m
- Massa attacco palette: 0,104 kg
- Raggio baricentrico attacco palette: 0,228 m

Il materiale con cui è costruito il disco è l'acciaio ed ha le seguenti caratteristiche:

- densità  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$
- modulo elastico  $E = A + B \cdot T + C \cdot T^2$  con  $A = 205999 \text{ N/mm}^2$ ,  $B = -77800000 \text{ N/(m}^2 \text{ }^\circ\text{C)}$  e  $C = 3420 \text{ N/(m}^2 \text{ }^\circ\text{C}^2)$
- coefficiente di Poisson  $\nu = 0,3$
- coefficiente di dilatazione termica  $\alpha = (1,5 \cdot 10^{-5} + 3,75 \cdot 10^{-9} \cdot T) \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

Inoltre il disco è sottoposto ai seguenti carichi:

- velocità angolare  $\omega = 3400 \text{ rpm}$
- gradiente di temperatura avente equazione  $T = b_0 + b_1 \cdot R + b_2 \cdot R^2$  con  $b_0 = 80 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $b_1 = 250 \text{ }^\circ\text{C/m}$  e  $b_2 = 6250 \text{ }^\circ\text{C/m}^2$

## Procedura per la studio del modello con il metodo FEM

E' stato creato il database su Patran ed è stato importato il modello fisico mediante attraverso un file di testo di estensione “.xmt”.

Successivamente è stata creata la geometria del disco e sono stati definiti gli elementi finiti attraverso i quali verranno studiate le tensioni agenti sul disco. In particolare sono stati scelti il passo degli elementi (pari a 50) e la loro geometria (triangolare con 6 nodi).

Sono state definite le proprietà del materiale, tra cui la densità, il numero di Poisson ed il modulo di Young, che in questo caso è variabile con la temperatura come indicato in precedenza.

Sono stati quindi definiti i carichi agenti sul disco: il gradiente di temperatura, il carico d'inerzia e un forza centrifuga dovuta alle palette avente modulo pari a:

$$\sigma_{re} = \frac{N * (m_A r_{GA} + m_P r_{GP}) * \omega^2}{2\pi r_e h}$$

con N il numero di palette,  $m_A$  e  $m_P$  la masse dell'attacco delle palette e delle palette,  $r_{GA}$  e  $r_{GP}$  il raggio baricentrico dell'attacco delle palette e delle palette,  $r_e$  il raggio esterno del disco e h lo spessore del disco.

Si è quindi proceduto all'analisi delle tensioni e delle deformazioni con il programma MSD Nastran. Quest'ultimo ha restituito un file di estensione “op2” nel quale sono contenuti i risultati dello studio da importare su Patran.

Successivamente si sono visualizzati i risultati, in particolare sono stati graficati gli andamenti degli sforzi lungo le coordinate principali ( $r$ ,  $\theta$  e  $z$ ), della tensione principale secondo Tresca e si è stampata a video una mappa della tensione ideale sulla sezione del disco.

Si sono ripetuti i passi precedenti cambiando il passo degli elementi: per la scelta del numero di elementi con cui analizzare il disco rotante ci si è basati principalmente su due considerazioni:

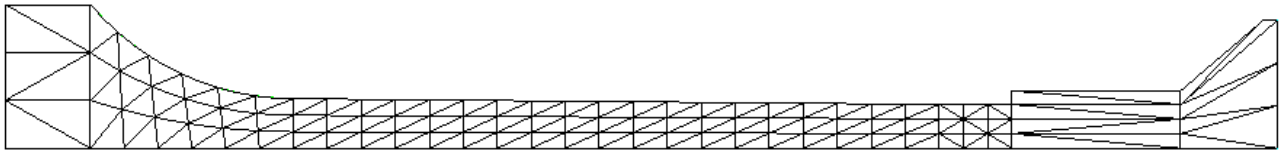
- per riuscire ad avere dei risultati soddisfacenti anche con pochi elementi si è cercato di ridurre il più possibile la distorsione di questi ultimi.
- Per motivi di tempo si è cercato di non utilizzare troppi elementi e si è scelto di utilizzare un passo dell'elemento non minore di 1.

Sulla base delle considerazioni precedenti si sono scelte le seguenti lunghezze degli elementi per studiare lo stato di tensione del disco e verificare la convergenza della teoria degli elementi finiti:

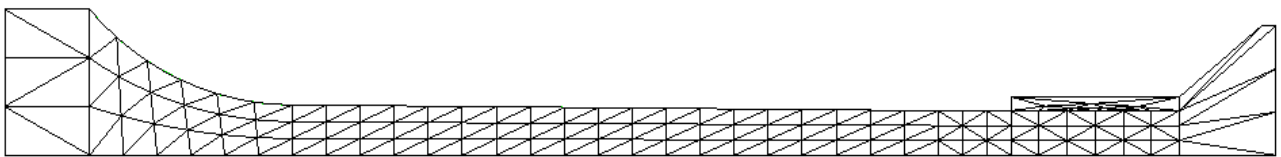
- Disco analizzato con passo degli elementi pari a 50



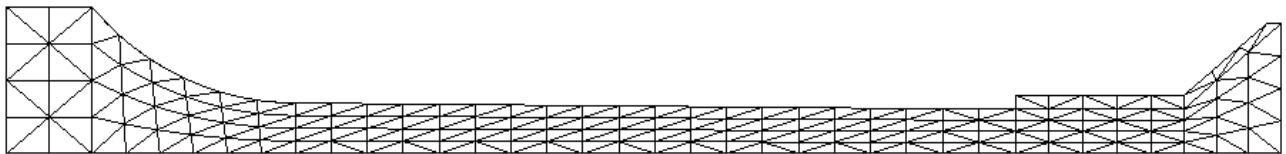
- Disco analizzato con passo degli elementi pari a 35



- Disco analizzato con lunghezza degli elementi pari a 18



- Disco analizzato con lunghezza degli elementi pari a 5



- Disco analizzato con passo degli elementi pari a 1



### **Analisi di convergenza della tensione ideale secondo Tresca al bordo interno**

<b>Lunghezza elemento</b>	<b>Tensione ideale [MPa]</b>
50	463,54
35	470,56
18	470,60
5	470,77
1	470,90

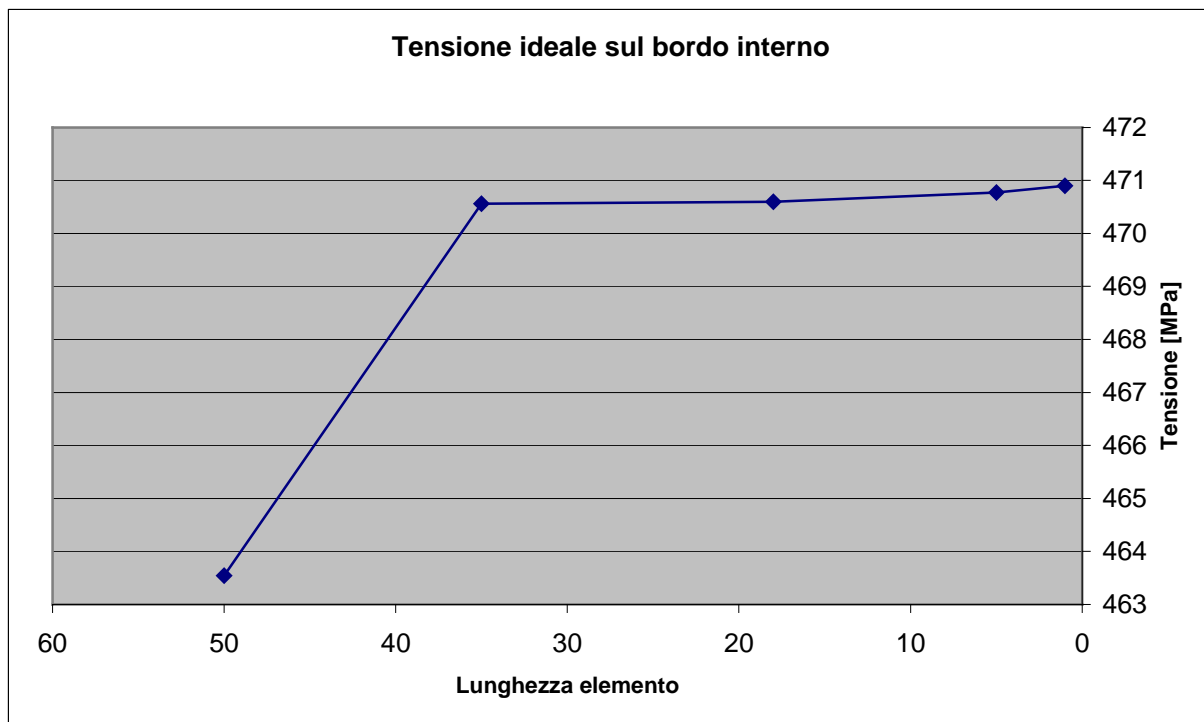


Grafico 1 convergenza del modello agli elementi finiti

Come si può notare all'aumentare del numero di elementi la tensione ideale secondo tresca tende a stabilizzarsi ad una tensione di circa 471 MPa

### Analisi di convergenza delle tensioni $\sigma_r(\chi)$ , $\sigma_c(\chi)$ , $\sigma_z(\chi)$ sulla fibra media

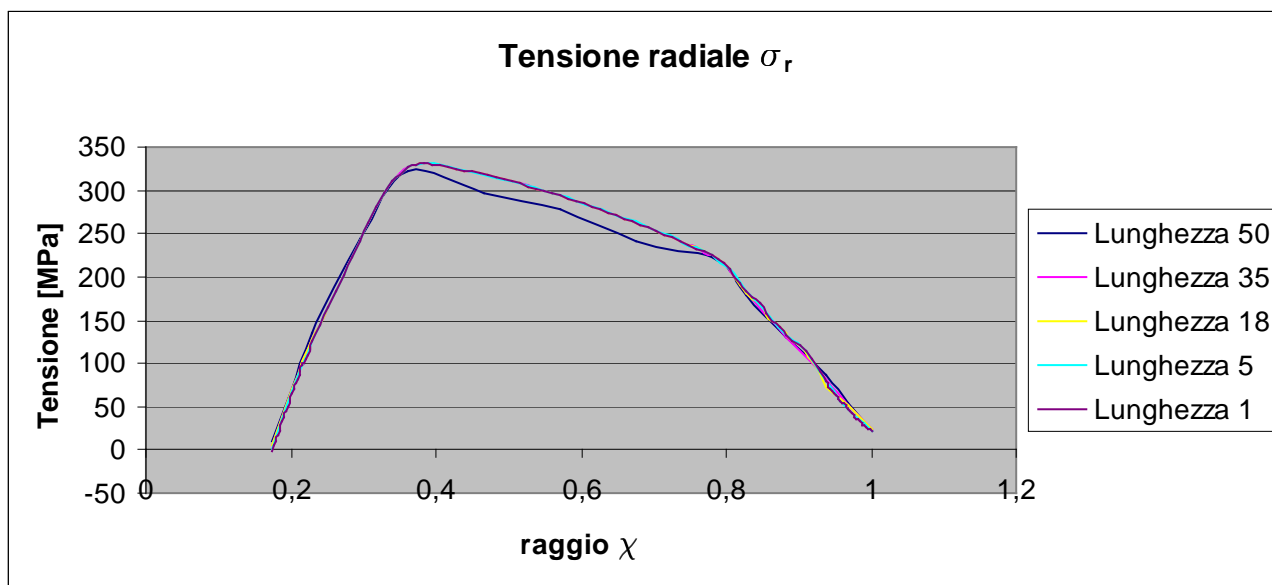
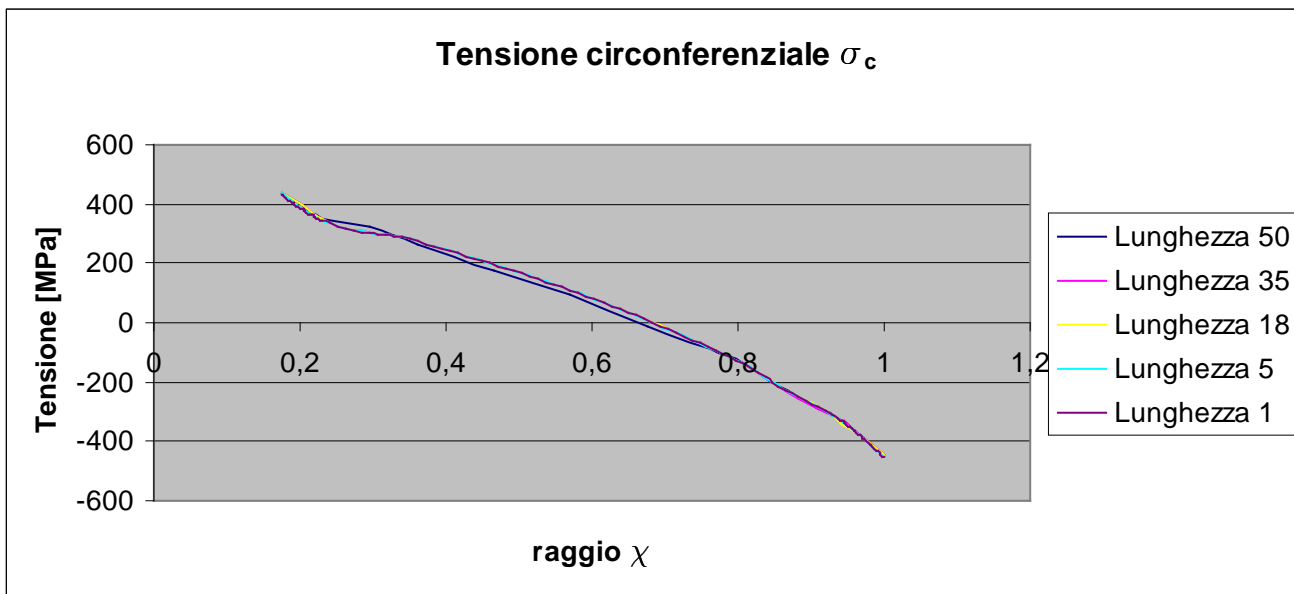
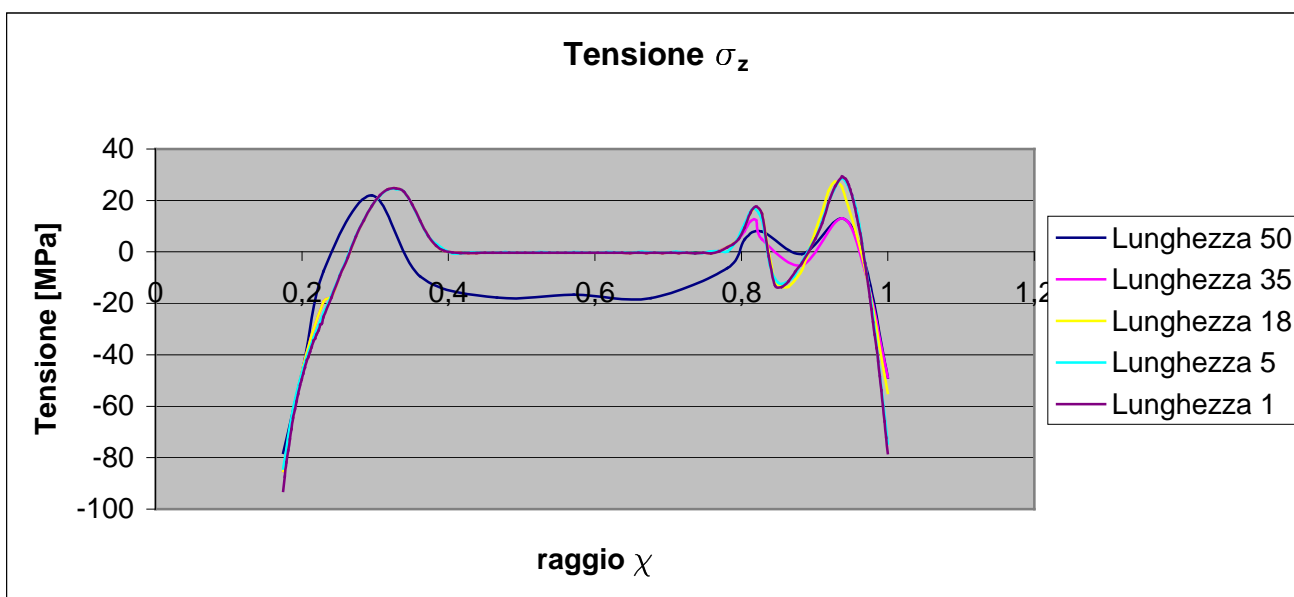


Grafico 5: convergenza della tensione  $\sigma_r$



**Grafico 6: convergenza della tensione  $\sigma_c$**



**Grafico 7: convergenza della tensione  $\sigma_z$**

Come si può notare dai grafici la teoria degli elementi finiti inizia a convergere al risultato teorico a partire da un passo dell'elemento minore di 35.

## Mappa della tensione ideale sul modello di convergenza

L'andamento della tensione ideale secondo Tresca risulta essere il seguente:

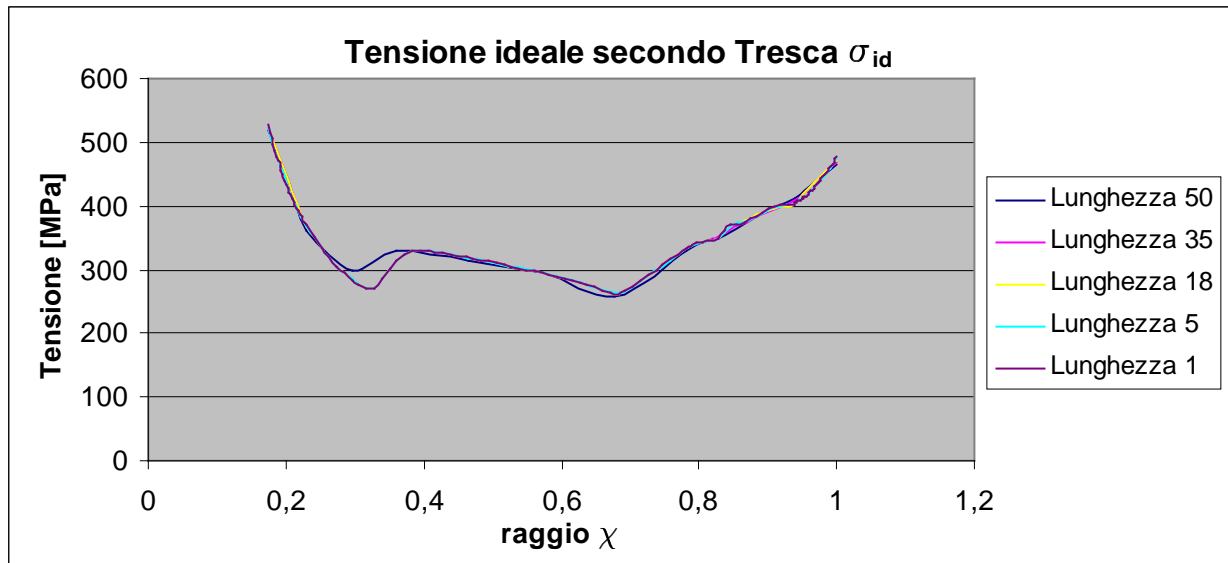


Grafico 8: convergenza della tensione  $\sigma_{id}$

Come si può notare anche in questo caso l'andamento della tensione ideale diventa indistinguibile per passi degli elementi minori di 35.

Inoltre è possibile visualizzare una mappa per ogni studio agli elementi finiti su cui è rappresentato l'andamento della tensione ideale secondo Tresca.



Figura 2: mappa dell'andamento di  $\sigma_{id}$  nello studio con passo 50



Figura 3: mappa dell'andamento di  $\sigma_{id}$  nello studio con passo 35



Figura 4: mappa dell'andamento di  $\sigma_{id}$  nello studio passo 18



Figura 5: mappa dell'andamento di  $\sigma_{id}$  nello studio con passo 5



Figura 5: mappa dell'andamento di  $\sigma_{id}$  nello studio con passo 1

## Conclusioni

Dall'analisi effettuata si evince che il modello agli elementi finiti converge alla soluzione analitica all'aumentare del numero degli elementi cioè risulta verificata la h-convergenza del modello degli elementi finiti.