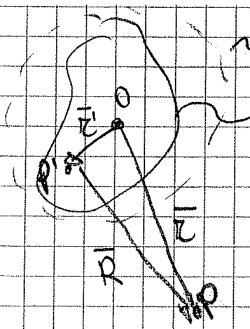


sorgenti delle cariche

$\overline{QS}$ se $\rightarrow \max_{\bar{r}' \in \Omega} R << \lambda$ $\rightarrow D << \lambda$ sorgente piccola
$\rightarrow R << \lambda$ osservo vicino

la condizione quasistatica è verificata se la sorgente è piccola e la osservo da vicino (rispetto a λ)

Campo vicino $\rightarrow$ fenomeni statici (bassa frequenza)
lontano $\rightarrow$ " dinamici

[per R >> λ dalle sorgenti e D >> R' il campo scende come $\frac{1}{r}$ $\rightarrow$ a grande distanza]

FAR FIELD REGION

20-11-2017

ONDE PIANE: Lontano dalla sorgente contano i fenomeni ondosi
$\hookrightarrow$ campo non più quasi statico

- Lontano dalla sorgente (es. dipolo $\rightarrow$ significa lontano rispetto alla loro distanza
- vedo la sorgente come quasi puntiforme

Le congiungenti tra P e un punto qualsiasi sulla sorgente e P e O tendono a diventare parallele

approssimazione: $\bar{R} \approx r - \hat{r} \cdot \bar{r}'$?

Ho anche il termine di fase: $|\Delta \phi| = \frac{2\pi}{\lambda} |\hat{r} \cdot \bar{r}'| \leq \frac{2\pi}{\lambda}$

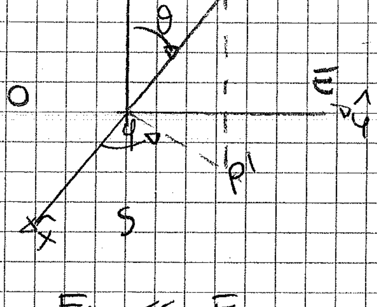
$\rightarrow$ l'errore di fase che fase che faccio non dipende dalla distanza

$\bar{A}(\bar{P}) \approx \mu \, \mathcal{E}(r) \, \underbrace{\bar{N}(\hat{r})}$ — direzione osservazione

distanza tra P e O

$\llcorner$ termine che tiene conto del fatto che la sorgente non è puntiforme

Utilizzo le coordinate sferiche



θ = latitudine $\rightarrow$ cresce in direzione sud

φ = longitudine $\rightarrow$ cresce andando verso est

$r > \frac{D^2}{\lambda}$ regione FRAUNHOFER ??

$E_r << E_{\theta,\varphi}$ ho solo componenti tangenziali

Il campo elettrico e magnetico sono linearmente ~~indipendenti~~ dipendenti
$\hookrightarrow$ è una traccia del regime di onde

$\bar{H}(\bar{P}) \cong \frac{1}{Z_0} \hat{r}(\bar{P}) \times \bar{E}(\bar{P})$

$Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} \approx 377\,\Omega$ il rapporto tra i campi è regolato dal rapporto tra ε_0 e μ_0

Di solito si specifica il campo elettrico

$$\bar{S} = \frac{1}{2}\bar{E} \times \bar{H}^*$$

$$\bar{S} = \frac{1}{2}\bar{E} \times \left(\frac{1}{Z_0}(\hat{r} \times \bar{E})^*\right) = \frac{1}{2}\frac{1}{Z_0}\bar{E} \times \underbrace{(\hat{r} \times \bar{E})^*}_{\perp \text{ a } \bar{E} \text{ ed } \hat{r}}$$

$$\bar{E} \times (\hat{r} \times \bar{E})^* = (\bar{E} \cdot \bar{E}^*) \cdot \hat{r} - (\bar{E} \cdot \hat{r}) \cdot \bar{E}^*$$

$$\bar{E} \cdot \hat{r} = \left(\frac{1}{Z_0}\hat{r} \times \bar{H}\right) \cdot \hat{r} = 0$$

$$\bar{S} = \frac{1}{2}\frac{1}{Z_0}(\bar{E} \cdot \bar{E}^*)\hat{r} = \frac{1}{2}\frac{1}{Z_0} \cdot |\bar{E}|^2 \cdot \hat{r}$$

in questo caso: $\mathrm{Re}(S) = \bar{S}$

Il flusso di potenza è nella direzione $(\hat{r})$, cioè nella direzione che mi allontana dalla sorgente (l'energia propagandosi, si allontana dalla sorgente).

$\bar{E}$ e $\bar{H}$ non hanno componenti nella direzione radiale

Fissata la direzione, il campo elettrico decresce come $\frac{1}{R}$

$$\bar{E}(r, \underbrace{\theta, \varphi}_{\text{direzione osservazione}}) = \bar{e}(\theta, \varphi)\,\frac{e^{-jkr}}{4\pi r}$$

confronto con campo statico

per $(\theta, \phi) = $ fix : $|\bar{E}| = \left|\frac{e^{-jkr}}{4\pi r}\right| = \frac{1}{4\pi r}$ ($\in \mathbb{R}$)

se x reale:
$\rightarrow |e^{jx}|^2 = |\cos x + j\sin x|^2 = \cos^2 x + \sin^2 x = 1$

- monopolo (coulomb) $\propto \frac{1}{r^2}$
  ↳ non rappresentativo situazioni reali
- dipolo $\propto \frac{1}{R^3}$

$$k^2 = \omega^2 \cdot \mu\varepsilon \quad \in \mathbb{R} \text{ se } \varepsilon \in \mathbb{R} \Rightarrow \text{no perdite}$$

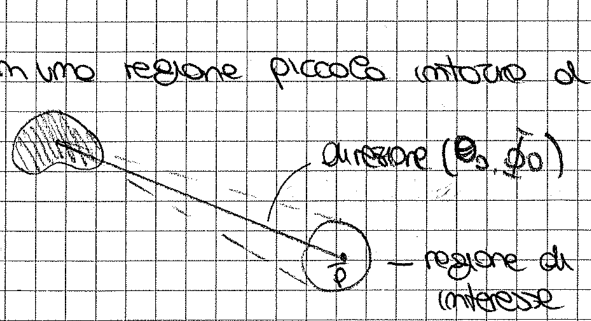
se $k = \beta - j\alpha$

$$|e^{-jkr}| = |\overbrace{e^{-j\beta r}}^{=1}| \cdot |e^{-\alpha r}| = e^{-\alpha r} \rightarrow \text{assorbimento}$$

CAMPO LONTANO

- $\bar{E}$ e $\bar{H}$ linearmente dipendenti
- $\bar{E}$ e $\bar{H}$ $\perp$ alla direzione radiale $\hat{r}$

In una regione piccola intorno al punto di osservazione



$$|\theta - \theta_0| = \Delta\theta$$
$$|\phi - \phi_0| = \Delta\phi$$

$\Delta\theta, \Delta\varphi \;\propto\; \frac{\Delta r}{r}$

$\frac{\Delta r}{r} \ll 1 \qquad \Delta\theta, \Delta\phi \ll 1$

$\hat{r} \simeq$ costante

$\frac{e^{-jkr}}{r} \to |\;| = \frac{1}{r}$ costante

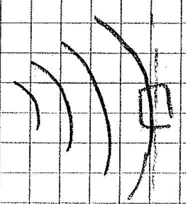
Superficie con ampiezza costante di $g(r) = e^{-jkr}/r$

- ampiezza $= \left| \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \right| = \frac{1}{4\pi r} \to$ amp = costante : sfera
- fase (ritardo)

$\angle e^{-jkr}/4\pi r = -kr$

fase = costante $\to$ r = costante $\to$ sfera

$\frac{e^{-jkr}}{r}$ = onda sferica



regione piccola
sfera $\simeq$ piano tangente

Se sono lontano abbastanza (rispetto alle mie dimensioni) la sfera diventa un piano

Localmente: $\hat{r}$ = cost

sfera (ampiezza ; fase) $\simeq$ piano

$\Rightarrow$ ONDE PIANE — i conti sono più facili
\ sono ancora rilevanti

08-01-2013

A grande distanza dalle sorgenti

ONDE PIANE

Cerco soluzioni del tipo (soluz. alle eq. di Maxwell)

$* \quad \underbrace{\bar{E}(P) = \bar{E}_0}_{\text{vettore costante}} \underbrace{f(P)}_{\text{funz. scalare}} \qquad \bar{H}(P) = \bar{H}_0 f(P)$

non dipendono dallo spazio

$f(P) = e^{-j\underbrace{\bar{k}}_{\text{costante}}\cdot\overbrace{(P-O)}^{\bar{r}}}$

dove mi interesso il campo non ci sono le sorgenti

↳ eq. di Maxwell senza sorgenti

$$\begin{cases} -\nabla\times\bar{E} = j\omega\mu\bar{H} \\ \nabla\times\bar{H} = j\omega\varepsilon\bar{E} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ determinare i parametri liberi: $\bar{E}_0, \bar{H}_0$ (la forma spaziale l'ho fissata eccetto per $\bar{k}$)

Sostituisco * nelle equazioni di Maxwell (talvolta chiamate omogenee = senza sorgenti)

$$\nabla \times \bar{E} = \nabla \times \bar{E}_0 f(\bar{r})$$
$$= (\underbrace{\nabla \times \overset{\text{costante}}{\bar{E}_0}}_{=0}) f + \nabla f \times \bar{E}_0$$
$$= \nabla f \times \bar{E}_0 = \left(\hat{x}\frac{\partial}{\partial x}f + \hat{y}\frac{\partial}{\partial y}f + \hat{z}\frac{\partial}{\partial z}f\right) \times \bar{E}_0$$
$$= \left[\hat{x}(-jk_x)f + \hat{y}(-jk_y)f + \hat{z}(-jk_z)f\right] \times \bar{E}_0$$
$$= f\cdot(-j)\underbrace{(k_x\hat{x} + k_y\hat{y} + k_z\hat{z})}_{\bar{k}} \times \bar{E}_0 = -j\bar{k} f \times \bar{E}_0$$
$$\nabla \times \bar{E} = -j\bar{k} \times \bar{E}_0 f$$

$\frac{\partial}{\partial x} E_{0y} f(x,y,z) = E_{0y} \frac{\partial}{\partial x} f(x,y,z)$

$f(x,y,z) = e^{-j\bar{k}\cdot(x\hat{x}+y\hat{y}+z\hat{z})}$

$\bar{k} = k_x\hat{x} + k_y\hat{y} + k_z\hat{z}$

$\bar{k}\cdot\bar{r} = k_x x + k_y y + k_z z$

$f(x,y,z) = e^{-j[k_x x + k_y y + k_z z]}$

$\frac{\partial}{\partial x} f = \frac{\partial}{\partial x} e^{-jk_x x} e^{-jk_y y} e^{-jk_z z} =$

$= -jk_x \underbrace{e^{-j\ldots}}_{f(x,y,z)}$

$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial x} f = -jk_x f$

ho sostituito *

$$-\nabla \times \bar{E} = j\omega\mu\bar{H} \rightarrow +j\bar{k} \times \bar{E}_0 \cancel{f} = j\omega\mu \overset{\bar{H}}{\widetilde{\bar{H}_0 \cancel{f}}}$$
$$\nabla \times \bar{H} = j\omega\varepsilon\bar{E} \rightarrow -j\bar{k} \times \bar{H}_0 \cancel{f} = j\omega\varepsilon\bar{E}_0 \cancel{f}$$

1 eq. vettoriale = 3 eq. scalari

$\nabla \times \bar{a}\cdot b \equiv (\nabla \times \bar{a}) b + \nabla b \times \bar{a}$

sistema algebrico vettoriale : $3 \times 2 = 6$ equazioni

svolgendo i conti trovo un sistema
$$\begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} \\ E_{0z} \\ H_{0x} \\ H_{0y} \\ H_{0z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ | \end{bmatrix}$$

facciamo finta di conoscere $\bar{k}$

nessuno dei termini è una sorgente → il vettore dei termini noti è 0

$Ax = b$ se $\det(A) \neq 0 \Rightarrow Ax = 0$ ho una sola soluzione $x = 0$
↳ SOLUZIONE BANALE

Posso avere dei campi $\neq 0$?? Sì, dipende dalla matrice A.

Scelgo $\bar{k}$ così da avere determinante di A nullo.

Quindi $\left[A(k_x, k_y, k_z)\right] \begin{bmatrix} E_{0x} \\ \vdots \\ H_{0z} \end{bmatrix} = [0]$ ho una soluzione non banale solo se

$\det A(k_x, k_y, k_z) = 0$

09-01-2013

H_0 si può risolvere anche in altro modo:

ricavo: $\bar{H}_0 = \frac{1}{j\omega\mu} j\bar{k} \times \bar{E}_0 \rightarrow -j\bar{k} \times \left(\frac{1}{j\omega\mu} j\bar{k} \times \bar{E}_0\right) - j\omega\varepsilon\bar{E}_0 = 0$

sostituisco nell'altro

$$-j\bar{k} \times (j\bar{k} \times \bar{E}_0) + \omega^2\varepsilon\mu\bar{E}_0 = 0$$

$a \times (b \times c) = (ac)b - (ab)c$

$$(-j\bar{k}\cdot\bar{E}_0)(j\bar{k}) - \overbrace{(-j\bar{k})\cdot(j\bar{k})}^{+\bar{k}\cdot\bar{k}}\bar{E}_0 + \omega^2\varepsilon\mu\bar{E}_0 = 0$$

↳ lo ricavo da $j\omega\varepsilon\bar{E}_0 = -j\bar{k} \times \bar{H}_0$ $\quad \bar{E}_0 = \frac{1}{j\omega\varepsilon}(-j\bar{k} \times \bar{H}_0)$

$$\underline{\bar{k}\cdot\bar{E}_0} = \frac{1}{j\omega\varepsilon}\bar{k}\cdot\underbrace{(-j\bar{k} \times \bar{H}_0)}_{\perp \bar{k}} = \underline{0} \qquad \text{idem} \quad \underline{\bar{k}\cdot\bar{H}_0 = 0}$$

$$0 - \bar{k}\cdot\bar{k}\bar{E}_0 + \omega^2\varepsilon\mu\bar{E}_0 = 0$$
$$(-\bar{k}\cdot\bar{k} + \omega^2\varepsilon\mu)\bar{E}_0 = 0$$

→ $\bar{E}_0 = 0$ soluzione banale $\Rightarrow \bar{H}_0 = 0$

→ $\bar{E}_0 \neq 0$, $\quad -\bar{k}\cdot\bar{k} + \omega^2\varepsilon\mu = 0$

EQ. DI DISPERSIONE ← condizione che deve soddisfare $\bar{k}$ perché la sol. cercata sia sol. delle eq. di Maxwell

SOMMARIO:

cerco soluzioni $\overline{E} = \overline{E_0}\, f(P)$, $\overline{H} = \overline{H_0}\, f(P)$

$f = e^{-j\overline{k}\cdot\overline{r}}$

$\Rightarrow$ sono soluzioni dell'equazione di Maxwell se

- $\overline{k}\cdot\overline{k} = \omega^2 \varepsilon \mu$ fornisce solo il modulo e non la fase del vettore $\overline{k}$
- $\overline{E_0} = \underbrace{\frac{1}{j\omega\varepsilon}}_{\Omega}\left(-j\,\overline{k}\times\overline{H_0}\right)$ $\rightarrow$ se scelgo $\overline{H_0}$ determino $\overline{E_0}$

  oppure

  $\overline{H_0} = \frac{1}{j\omega\mu}\left(+j\overline{k}\times\overline{E_0}\right)$ $\rightarrow$ se scelgo $\overline{E_0}$ determino $\overline{H_0}$

  $\Rightarrow$ ho infinite soluzioni

  Queste sono chiamate RELAZIONI DI IMPEDENZA

Anche qui $\overline{E}$ e $\overline{H}$ sono legati, come nelle relazioni di Maxwell

NOTA: $\overline{k}\cdot\overline{E} = 0$, $\overline{k}\cdot\overline{H} = 0$

$\overline{k}$: in un mezzo senza perdite (vuoto, aria) $\rightarrow \varepsilon \in \mathbb{R}, \mu \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow \omega^2\varepsilon\mu \in \mathbb{R}^+$ $\Rightarrow$ $\overline{k}$ reale è ammissibile

in un mezzo con perdite $\rightarrow \varepsilon = \tilde{\varepsilon} \in \mathbb{C} \Rightarrow \omega^2\varepsilon\mu \in \mathbb{C}$

$\Rightarrow \overline{k}$ complesso

considerando il caso generale $\overline{k} = \underbrace{\overline{k'}}_{reale} + j\overline{k''}$ $\quad \overline{k}\cdot\overline{k} = (\overline{k'} + j\overline{k''})(\overline{k'} + j\overline{k''}) =$

$= \underbrace{(\overline{k'}\cdot\overline{k'})}_{|\overline{k'}|^2} - \underbrace{(\overline{k''}\cdot\overline{k''})}_{|\overline{k''}|^2} + 2j\overline{k'}\cdot\overline{k''}$

$\overline{k}\cdot\overline{k} = |\overline{k'}|^2 - |\overline{k''}|^2 + 2j\,\overline{k'}\cdot\overline{k''}$

- senza perdite $\quad |\overline{k'}|^2 - |\overline{k''}|^2 + 2j\overline{k'}\cdot\overline{k''} = \omega^2\varepsilon\mu \in \mathbb{R}^+$

  $\Rightarrow \overline{k'}\cdot\overline{k''} = 0$ non è detto che $\overline{k}$ sia reale (può essere $\in \mathbb{C}$)

  (è possibile che $\overline{k''} = 0 \Rightarrow \overline{k} \in \mathbb{R}$)

- con perdite: $2\overline{k'}\cdot\overline{k''} = Im(\omega^2\tilde{\varepsilon}\mu) = \omega^2\mu\, Im(\tilde{\varepsilon}) \neq 0$

  non è possibile che $\overline{k'} = 0$ o $\overline{k''} = 0$

  (es. possono essere paralleli $\overline{k'} \parallel \overline{k''}$)

CASO SEMPLICE: $\overline{k} = k\hat{u}$ ← lungo una sola direzione

$k \in \mathbb{R}$ senza perdite

$k \in \mathbb{C}$ con perdite

$\rightarrow \overline{k}\cdot\overline{k} = \omega^2\varepsilon\mu \Rightarrow k^2 \underbrace{(\hat{u}\cdot\hat{u})}_{=1} = \omega^2\varepsilon\mu$

solo il modulo di $\overline{k}$ è determinato, la direzione è arbitraria

$\rightarrow$ in un mezzo omogeneo tutte le direzioni sono uguali $\rightarrow$ la direzione non è rilev[ante]

$f(P) = e^{-j\overline{k}\cdot\overline{r}} = e^{-j\overline{k'}\cdot\overline{r}} \cdot e^{\overline{k''}\cdot\overline{r}} =$

($\overline{k} = \overline{k'} + j\overline{k''}$, $\in \mathbb{R}$)

$|e^{-j\overline{k'}\cdot\overline{r}}| = 1$ $\rightarrow$ non dà info sull'ampiezza

l'ampiezza di $f(P)$ è determinata da $e^{\overline{k''}\cdot\overline{r}}$

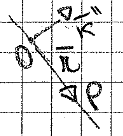
Superficie ad ampiezza costante : $\bar{k}'' \cdot \bar{r} = \text{costante}$

$$\bar{k}'' = a\hat{x} + b\hat{y} + c\hat{z} \qquad \bar{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$$

$$\bar{k}'' \cdot \bar{r} = ax + by + cz = \text{costante} \rightarrow \text{piano } (\text{da } -\infty \text{ a } +\infty!)$$

CASO PARTICOLARE : $\text{cost} = 0$

$$\bar{k}'' \cdot \bar{r} = 0 \Rightarrow \bar{r} \perp \bar{k}'' \text{ sul piano ad ampiezza costante} \quad \forall r$$



l'ampiezza cambia muovendosi quando ci si muove nella direzione $\bar{k}''$

Analogamente per la fase

$$\angle f = -\bar{k}' \cdot \bar{r} \rightarrow \text{fase costante su piani} \perp \bar{k}'$$

Significato : nel tempo

considero il caso semplice senza perdite, no dispersione (ε costante in frequenza)

$$\bar{k} = k\hat{u}$$

$$\bar{k} \cdot \bar{k} = k^2 = \omega^2 \varepsilon\mu \qquad k = \pm\omega\sqrt{\varepsilon\mu}$$

cost $\qquad \frac{1}{v}$

$$f(P) = e^{-jk\hat{u}\cdot\bar{r}} = e^{-j\frac{\omega}{v}\hat{u}\cdot\bar{r}}$$

dato che $\hat{u}$ è arbitrario, scelgo gli assi in modo che $\hat{u} = \hat{z}$

$$\hat{u} \cdot \bar{r} = \hat{z} \cdot (x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}) = z$$

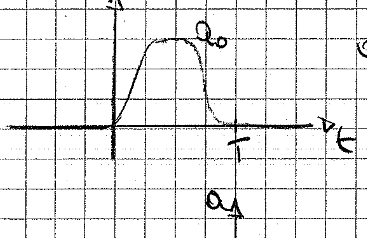
$$f(P) = f(z) = e^{-j\frac{\omega}{v}z}$$

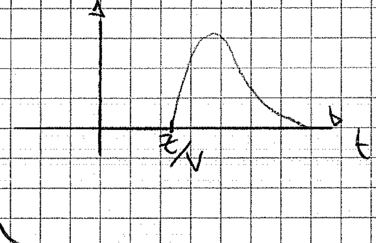
Considero $A(\omega) = A_0(\omega) f(z)$

nel tempo $\quad a(t) = \frac{1}{2\pi}\int A(\omega)\, e^{j\omega t}\, d\omega = \frac{1}{2\pi}\int A_0(\omega)\, e^{-j\frac{\omega}{v}z}\, e^{j\omega t}\, d\omega$

$$= \frac{1}{2\pi}\int A_0(\omega)\, e^{j\omega\underbrace{(t-\frac{z}{v})}_{\tau}}\, d\omega = a_0(\tau) = a_0(t - z/v)$$

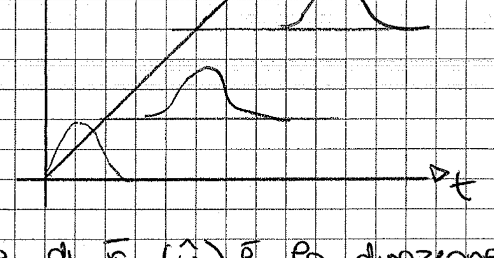
- $z = 0$, $a(t,z) = a(t,0) = a_0(t)$
- $z > 0$, $a(t,z) = a_0(t - z/v)$





$t - \frac{z}{v} < 0$

$t < \frac{z}{v}$



impulso che si muove nella direzione $\hat{u} = \hat{z}$

la direzione di $\bar{k}$ $(\hat{u})$ è la direzione di propagazione dell'onda

osservazione : $\bar{k} \cdot \bar{E} = 0 \quad \bar{k} \cdot \bar{H} = 0$

<u>l'onda e.m.: il campo è $\perp$ alla direzione in cui si propaga, perciò le particelle cariche si muovono nella direzione $\perp$ alla propagazione (nel verso trasverso)</u>

10-01-2013

$\bar{k}\cdot\bar{k} = \omega^2 \tilde{\varepsilon}\mu$ caso semplice $\bar{k} = k\hat{u}$ nota: mezzo omogeneo

$\tilde{\varepsilon}$

↳ posso sempre scegliere gli assi in modo che $\hat{u}=\hat{x}$

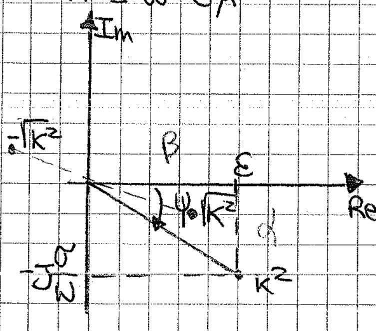
$k^2 = \omega^2 \tilde{\varepsilon}\mu$ $k = \pm\omega\sqrt{\tilde{\varepsilon}\mu}$

↳ in generale $\in \mathbb{C}$

$\tilde{\varepsilon}$: $j\omega\varepsilon\bar{E} + \sigma\bar{E} = j\omega\tilde{\varepsilon}\bar{E}$

$j\omega\tilde{\varepsilon} = j\omega\varepsilon + \sigma$ $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon + \frac{\sigma}{j\omega} = \varepsilon - j\frac{\sigma}{\omega}$

$k^2 = \omega^2\tilde{\varepsilon}\mu$



$k = \pm\sqrt{k^2}$

$w = k^2 = |w|\, e^{j\psi}$

$\sqrt{w} = \sqrt{|w|}\; e^{j\psi/2}$

k^+ è ancora nel quarto quadrante $\to k^+ = \beta - j\alpha$ $\beta, \alpha \in \mathbb{R}^+$

$k = \pm(\beta - j\alpha)$

$f(P)$, scelgo $\hat{u} = \hat{x}$ (scelgo gli assi in modo che $\hat{u} = \hat{x}$)

$f = e^{-j\bar{k}\cdot\bar{r}} = e^{-jk\hat{x}\cdot\bar{r}} = e^{-jkx}$

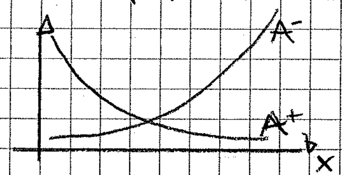
ci sono due f $\to$ $f^{\pm} = e^{-j(\pm(\beta - j\alpha)x)} = \underbrace{e^{\mp j\beta x}}_{\text{fase}} \cdot \underbrace{e^{\mp\alpha x}}_{\text{ampiezza}}$

abbiamo visto che $\beta \to$ propagazione

$e^{-j\beta x}$ si propaga nel verso $+\hat{x}$

$e^{+j\beta x}$ si propaga nel verso $-\hat{x}$

$A^{\pm} = |f^{\pm}| = e^{\mp\alpha x}$



$+$: si propaga nella direzione $+\hat{x}$, decade nella direzione $+\hat{x}$

$-$: si propaga nella dir $-\hat{x}$, decade nella dir $-\hat{x}$

$\Rightarrow$ nella direzione in cui si propaga l'onda decade!

(la differenza è dovuta alla convenzione sul segno di $\hat{x}$)

Questo decadimento è il trasferimento di energia dall'onda al mezzo

in un mezzo con perdite, l'attenuazione di un'onda ha forma esponenziale

$\to$ è molto rapido (dipende da ε, ω $\to$ rapido al crescere della frequenza)

L'onda piana è un'ottima approssimazione locale di un'onda reale generata da un'antenna.

CAMPO INCIDENTE = campo che ci sarebbe se il mezzo non ci fosse

su un mezzo

$\Rightarrow$ la presenza di un ostacolo, che problemi di riflessione, ... provoca

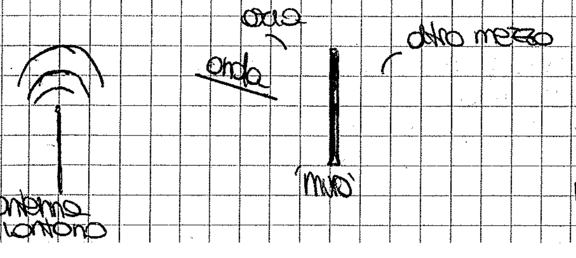
Dalle eq. di Maxwell si ottengono le leggi dell'ottica geometrica per $f \to \infty$ ($\lambda \to 0$)

$\to$ ottica: tutti gli oggetti sono molto + grandi di λ

Nella loro direzione i raggi sono delle onde piane: localmente, perché le λ sono molto piccole

↳ direzione di $\bar{k}$

quindi ce ne sono tante $\to$ infinito.



INCIDENTE = come se il mezzo non ci fosse!!

campo elettrico e magnetico tangenti devono essere uguali al di qua e al di là del muro.

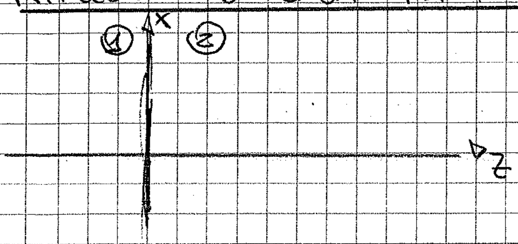
onda incidente e riflessa insieme soddisfano la continuità dei campi

↳ sull'interfaccia ho 3 onde: incidente, riflessa, trasmessa

Di queste tre onde una è nota, le altre due sono incognite ($\bar{E}_0, \bar{H}_0, \bar{k}$)

(→ se sono onde piane però ho solo 2 gdl : E_0 oppure H_0 e $\bar{k}$
↳ trovo l'altro con il primo e $\bar{k}$)

RIFLESSIONE DI ONDA PIANA DA SEMISPAZIO



CAMPO INCIDENTE (def): quello che ci sarebbe in assenza dell'ostacolo → se il mezzo fosse omogeneo

PROBLEMA:
- eq. di Maxwell senza sorgenti
- onda piana incidente

$\bar{k} = \bar{k}_{inc}$ $\quad \bar{E}_0 = \bar{E}_{0_{inc}}$ assegnati $\quad$ [con assegnati $\bar{k}$ e $\bar{E}$ ⇒ H_0 è determinato

- Condizioni al contorno sull'interfaccia: piano $z=0$ $\forall (x,y)$ ⇒ continuità dei campi tangenziali

$\bar{E}_{tg}(x,y,0^-) = \bar{E}_{tg}(x,y,0^+)$ $\qquad$ idem per $\bar{H}$

$\bar{E}_{tg} = E_x \hat{x} + E_y \hat{y}$ $\qquad$ idem per $\bar{H}$

$$\Rightarrow \begin{cases} E_x(x,y,0^-) = E_x(x,y,0^+) \\ E_y(x,y,0^-) = E_y(x,y,0^+) \\ H_x \dots \\ H_y \dots \end{cases}$$

Dato che le onde piane sono soluzione dell'eq. Maxwell in mezzo omogeneo, ⇒ in ogni semispazio cerco soluzione come combinazione lineare di onde piane diverse (diversi $\bar{k}$, $\bar{E}_0$)

Guidato dall'ottica cerco soluzione:

(1) $z \leq 0$

$\bar{E} = \bar{E}_1(x,y,z) = \bar{E}_{inc} + \bar{E}_{rif}$ $\qquad$ due onde piane

NOTA

(2) $z \geq 0$

$\bar{E} = \bar{E}_2(x,y,z) = \bar{E}_{tras}$ $\qquad$ onda piana

$\bar{E}_{inc} = \bar{E}_0^{i} \cdot e^{-j\bar{k}^i \cdot \bar{r}}$ $\qquad$ $\bar{E}_0^i$, $\bar{k}^i$ assegnati

$\bar{E}_{rif} = \bar{E}_0^{rif} \cdot e^{-j\bar{k}^{rif} \cdot \bar{r}}$ $\qquad$ $\bar{E}_0^{rif}$, $\bar{k}^{rif}$ incogniti → da determinare

$\bar{E}^{tr} = \bar{E}_0^{tr} \cdot e^{-j\bar{k}^{tr} \cdot \bar{r}}$ $\qquad$ $\bar{E}_0^{tr}$, $\bar{k}^{tr}$ " → " "

diverso x ogni onda

NOTA: $\bar{H}_0^{\alpha}$ $\quad \alpha = inc, tr, rif$ è determinato dalle eq. di impedenza: $\bar{H}_0^{\alpha} = \frac{1}{j\omega\mu}(j\bar{k}^{\alpha} \times \bar{E}_0^{\alpha})$

dipende dal mezzo

NOTA: $\bar{k}^{\alpha} \cdot \bar{k}^{\alpha} = \omega^2 \tilde{\varepsilon} \mu$

↳ se $\alpha = inc, rif$ $\quad \tilde{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon}_1$

$\alpha = tr$ $\quad \tilde{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon}_2$

Devo determinare 4 vettori: $2\bar{E}_0$ e $2\bar{k}$ (trasmessi e riflessi)

⇒ impongo le 4 condizioni di continuità per determinare le relazioni tra

$(\bar{E}_0^i, \bar{k}^i) \leftrightarrow (\bar{E}_0^r, \bar{k}^r ; \bar{E}_0^t, \bar{k}^t)$

Sostituisco la mia soluzione cercata nelle condiz. di continuità

Dato che ho una simmetria di piano infinito ed una sola onda piana incidente, scelgo gli assi in modo che $\bar{k}^i$ abbia solo le componenti x e z: $\bar{k}^i = k_x^i \hat{x} + k_z^i \hat{z}$

SEPARAZIONE DELLE POLARIZZAZIONI 11-01-2013

$$\overline{E} = \underbrace{E_y \hat{y}}_{\overline{E}_{\parallel}} + \underbrace{E_x \hat{x} + E_z \hat{z}}_{\overline{E}_b}$$

$\overline{k}^i \cdot \overline{E}^i = 0$

$\hookrightarrow k_x^i E_x^i + k_z^i E_z^i = 0$

$k_y^i = 0$

se avessi solo la componente y
$\hookrightarrow$ automaticamente soddisfatto

Se $\overline{E} = \overline{E}_{\parallel} \to$ facile imporre continuità

se $E_x \neq 0 \Rightarrow$ anche $E_z \neq 0$

un campo incidente con $E_x \neq 0$ non è puramente tangenziale

Ricordiamo le relazioni d'impedenza:

$$\overline{E}_0 = \frac{1}{j\omega\varepsilon}(-j\overline{k} \times \overline{H}_0) \qquad \overline{H}_0 = \frac{1}{j\omega\mu}(j\overline{k} \times \overline{E}_0)$$

il campo $\overline{E}^i = E_{0y}^i \hat{y}$ lo chiamo TE = trasverso-elettrico

$$\overline{E}_{TE}^i = E_{0y}^i \hat{y}$$

$$\overline{H}_{TE} = \frac{1}{j\omega\mu}(+j\overline{k}^i \times E_{0y}^i \hat{y}) = \frac{1}{j\omega\mu}(j)(\hat{z} k_x^i \cdot E_{0y}^i + k_z^i \cdot E_{0y}^i(-\hat{x}))$$

$$\overline{H}_i^{TE} = H_x \hat{x} + H_z \hat{z}$$

se prendo un campo elettrico lungo y (facile), ho il campo magnetico lungo x e z

Se prendo un campo $\overline{H}^i \parallel \hat{y}$: $\overline{H}_i^{TM} = H_{0y}^i \hat{y}$ lo chiamo TM = trasverso-magnetico

$$\overline{E}_i^{TM} = \frac{1}{j\omega\varepsilon}(-j\overline{k}^i \times \overline{H}_i^{TM}) = (-j)\frac{1}{j\omega\varepsilon}\underbrace{(k_x^i \hat{x} + k_z^i \hat{z}) \times \hat{y}\, H_{0y}^i}_{\hookrightarrow E_x \hat{x} + E_z \hat{z}}$$

$\hookrightarrow$ è puramente tangenziale

$\hookrightarrow E_x \hat{x} + E_z \hat{z}$ che è esattamente quello che manca $\overline{E}^{TE}$

$$\overset{\text{generico}}{\overline{E}^i} = \underbrace{E_{0y}^i \hat{y}}_{\overline{E}_{TE}^i} + \underbrace{E_{0x}^i \hat{x} + E_{0z}^i \hat{z}}_{\overline{E}_{TM}^i}$$

e viceversa per $\overline{H}$

Linearità: considero separatamente il caso TE e TM

TE: considero $\overline{E} = E_y \hat{y}$
TM: considero $\overline{H} = H_y \hat{y}$
$\Big\rangle$ è la condizione più semplice

CASO TM:

$$\overline{H}^i = H_{0y}^i \hat{y} e^{-j\overline{k}^i \cdot \overline{r}} \qquad \overset{\text{riflesso}}{\overline{H}^r} = H_{0y}^r e^{-j\overline{k}^r \cdot \overline{r}}$$

$$H_y^{①}(x,0) = H_y^{②}(x,0)$$
$$E_{x,z}^{①}(x,0) = E_{x,z}^{②}(x,0) \qquad \forall x, y$$

COMBINAZIONE LINEARE
se f, g, h sono indipendenti
$\Downarrow$
a, b, c = 0

① $H_{0y}^i e^{-jk_x^i x} + H_{0y}^r e^{-jk_x^r x} = H_{0y}^t e^{-jk_x^t x}$ $(z=0)$

è del tipo $a f(x) + b g(x) + c h(x) = 0$

se i k_x sono diversi $\to$ f, g, h sono indipendenti $\to$

$\to a f + b g + c h = 0 \iff a = b = c = 0$

ma $a = H_{0y}^i \neq 0$: $a f(x) + b g(x) + c h(x) = 0 \quad \forall x$

dato che a è $\neq 0$, l'unica possibilità è $\to f(x) = g(x) = h(x) \to a + b + c = 0$

La continuità dei campi implica che:

1. $k_x^i = k_x^r = k_x^t$ → legge di Snell!

2. $H_{0y}^i + H_{0y}^r = H_{0y}^t$

chiamo $\xi = k_x^i$ $\quad \bar{k}^r = \xi\hat{x} + k_z^r\hat{z}$

$\bar{k}^t = \xi\hat{x} + k_z^t\hat{z}$

$\bar{k}^i = \xi\hat{x} + k_z^i\hat{z}$

$\bar{k}^r$: $\bar{k}^r \cdot \bar{k}^r = \omega^2\varepsilon_1\mu$ $\qquad \xi^2 + (k_z^r)^2 = \omega^2\varepsilon_1\mu$

$\bar{k}^t$: $\bar{k}^t \cdot \bar{k}^t = \omega^2\varepsilon_2\mu$ $\qquad \xi^2 + (k_z^t)^2 = \omega^2\varepsilon_2\mu$ > si determino k_z

$k_z^r = \pm\sqrt{\varepsilon_1\mu\omega^2 - \xi^2}$

$\bar{k}_z^i$: $\xi^2 + (k_z^i) = \omega^2\varepsilon_1\mu$ $\qquad k_z^i = \pm\sqrt{\omega^2\varepsilon_1\mu - \xi^2}$

scegliamo $k_z^i = +\sqrt{\dots}$ → in realtà viene scelto dalla sorgente il $\pm$

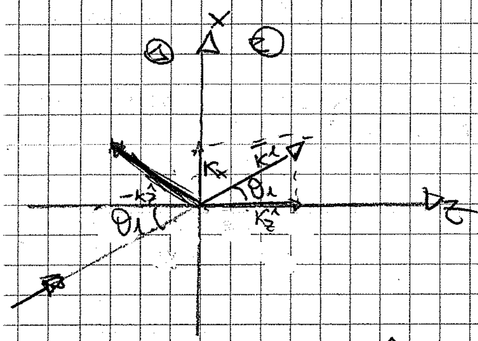
$k_z^r = \pm k_z^i$

$k_x = \xi$ per tutte le onde

$k_z^r = \pm k_z^i$ → $k_z^r = +k_z^i$; $k_x^r = k_x^i$ ⇒ $\bar{k}^r = \bar{k}^i$

NO! ← non sto mettendo l'onda riflesso → è lo stesso onda incidente

→ $k_z^r = -k_z^i$ sì!!



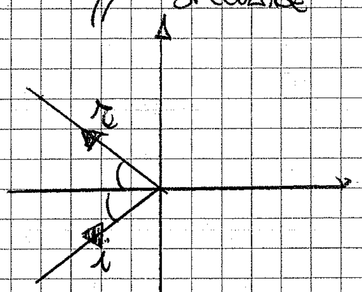
$\xi = k_x^i = k^i\sin\theta^i$

$(k^i)^2 = \omega^2\varepsilon_1\mu = k_1^2$

$\xi = k_x^i = k_1\sin\theta^i$

$k_z^i = k_1\cos\theta^i$

RIFLESSIONE SPECULARE

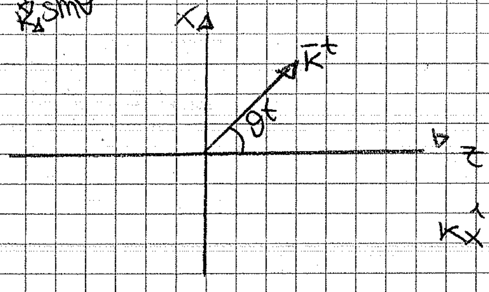


$\bar{k}^r = \xi\hat{x} - k_z^i\hat{z}$

Rispetto delle eq. ~~della~~ di Maxwell

$k_x^i = k_x^t$ $\qquad$ mezzo senza perdite $\varepsilon \in \mathbb{R}$

$k_1\sin\theta^i$



$k_x^t = k_2\sin\theta^t$

$k_2^2 = \omega^2\varepsilon_2\mu$

$k_1^2 = \omega^2\varepsilon_1\mu$

$k_x^i = k_x^t$ $\qquad \omega\sqrt{\varepsilon_1\mu}\sin\theta^i = \omega\sqrt{\varepsilon_2\mu}\sin\theta^t$ $\qquad \sqrt{\varepsilon} = n$

$n_1\sin\theta^i = n_2\sin\theta^t$ $\qquad$ LEGGE DI SNELL

Se k_z immaginario ⇒ riflessione totale

Possiamo scomporre il campo incidente in 2 parti → polarizzazione 15-01-2013

I fronti a fase costante sono sempre ⊥ alla superficie di separazione

più mi allontano + l'intensità di campo decade (esponenzialmente)

Γ^{TE} coefficiente di riflessione = rapporto tra campo incidente e campo riflesso

↳ dipende dalla direzione di incidenza

coefficiente di trasmissione → poco usato $= 1 \pm \Gamma^{TM}$ ....

TE: riflessione minima a ⊥ → più vado al parallelo, + si riflette

TM: inizia e finisce con gli stessi valori, ma poi è diverso: decresce per un po' fino

↳ xkè ⊥ e // TE e TM sono lo stesso cosa

all'angolo di Brewster (non c'è riflessione) poi risale

└ (dipende dagli ε)

VISIBILE → polarizzato in modo casuale

→ λ << degli oggetti.

⇒ l'angolo di Brewster: un'onda riflessa a quest'angolo è solo TE (non c'è parte TM)

i nostri occhi non vedono la polarizzazione

Trasmission through the.. (10) → correggere TM con TE nel rapporto

- il punto in cui ho il max campo è la superficie del mezzo
- condizione peggiore è quella ⊥ (non quello di Brewster)

} condizione max per l'intensità di campo trasmesso all'interno.

NORMATIVE

Gli studi epidemiologici richiedono tempo.

È dagli anni '80 che siamo invasi da campi e.m.

La potenza della telefonia cellulare dei dispositivi è diminuita → ma solo × aumentare la durata della carica, non × salute.

Organizzazioni governative e non → insieme di esperti che hanno il compito di valutare la ricerca scientifica pubblicata.

IRPA, ICNIRP, ... → standardizzazione delle grandezze fisiche e di come si misurano

⇒ nessuno di questi enti può agire a livello legislativo: standard, raccomandazioni

16-01-2013

Grafico di livello massimo di campo ammissibile (alle diverse frequenze)

↳ riguardo l'ambiente: non superare questo ambiente.

↳ non c'è rischio per il cittadino

In statico / quasi-statico valori ammissibili + alti → il campo penetra di meno, ...

→ non riguarda i dispositivi

→ è diventato una raccomandazione UE: invito agli stati membri a legiferarlo (1999)