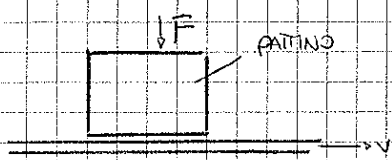
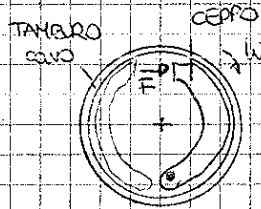
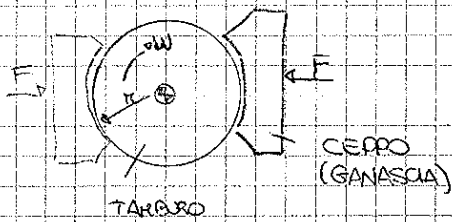


COMPONENTI MECCANICI AD ATRITO

FRENI A PATTINO

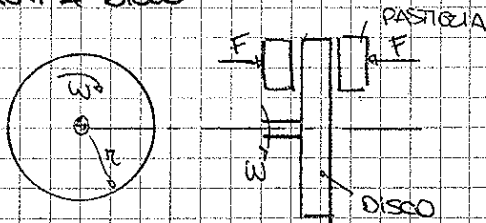


FRENI A CEEPI O A TAMBORO

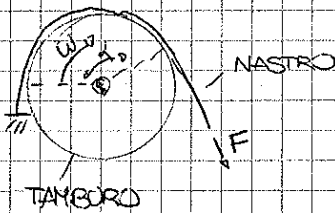


Freni a ceppi interni

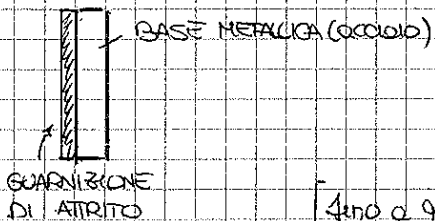
FRENI A DISCO



FRENO A NASTRO



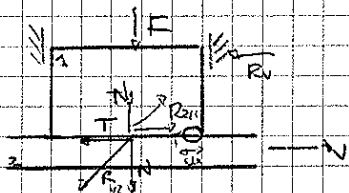
Di sotto l'elemento frenato è di metallo \rightarrow ACCIAIO



L'elemento frenante è un materiale morbido base di gomma con fibre (metalliche, minerali, tessili...)

si usano \rightarrow + facile da cambiare

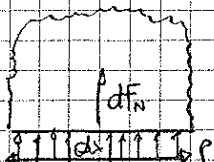
[fino a qualche anno fa le fibre era principalmente di amianto]



$$T = \mu N$$

$$dA = dx \cdot 1 = dx$$

↑ spessore unitario



$$dF_T = \mu dF_N$$

$$\int_1^2 dF_T = \int_1^2 \mu dF_N = \mu N = \int_1^2 \mu(x) \cdot dx$$

• IPOTESI DELL'OPERA (REVE)

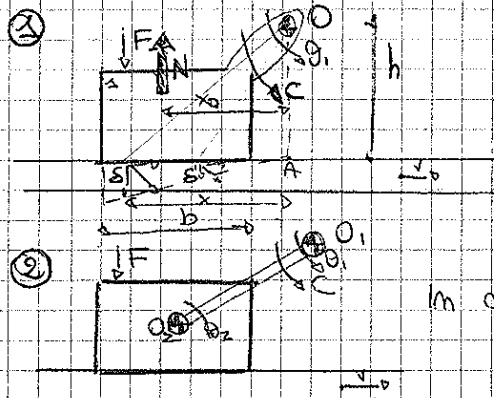
L'elemento frenante si usura, si consuma

Il volume di materiale consumato in un certo tempo è proporzionale al lavoro compiuto dalle forze d'attrito nello stesso tempo

$$dF_r = f \cdot dF_n = f \cdot p \cdot dA$$

$$S \cdot dA \propto f \cdot p \cdot dA \cdot v_r$$

FRENO A PATTINO



Freno ad accostamento RIGIDO

Posso spingere il pattino con una forza F o con una coppia C

ROTO DI ACCOSTAMENTO del pattino

Rotazione rigida attorno ad O $\rightarrow \Delta g.d.p.$

Il pattino si consuma maggiormente a sinistra

Freno ad accostamento LIBERO

In questo caso i gradi di libertà sono 2

↳ non posso dire in quale parte del pattino si consuma prima

④ $p = k \cdot S$ (Reve)

$$S \cdot dA \propto f \cdot p \cdot dA \cdot v_r$$

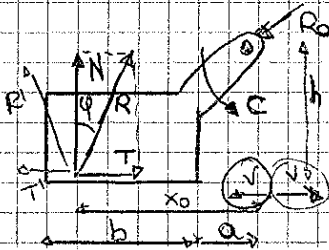
tanto più mi avvicino ad A, più diminuisce S

$$S = k \cdot x \Rightarrow p = k \cdot x$$

$$N = \int_a^{a+b} p \cdot dA = \int_a^{a+b} k \cdot x \cdot dx = \frac{k}{2} [(a+b)^2 - a^2]$$

$$M_O = N \cdot x_0 = \int_a^{a+b} dF_n \cdot x = \int_a^{a+b} k \cdot x \cdot dx \cdot x = \frac{k}{3} [(a+b)^3 - a^3]$$

$$x_0 = \frac{\frac{k}{3} [(a+b)^3 - a^3]}{\frac{k}{2} [(a+b)^2 - a^2]}$$



$$x_0 = \frac{2}{3} \frac{(a+b)^3 - a^3}{(a+b)^2 - a^2}$$

• Faccio scivolare il freno \rightarrow scostamento verso destra \Rightarrow nasce anche una forza tangenziale

C'È STRISCIAAMENTO $f = \frac{T}{N} = \tan \varphi$

$$\sum \circlearrowleft C + T \cdot h - N \cdot x_0 = 0 \Rightarrow C = \frac{T}{4} \cdot x_0 - T \cdot h = T \left(\frac{x_0}{4} - h \right)$$

$$T = \frac{C}{\frac{x_0}{4} - h}$$

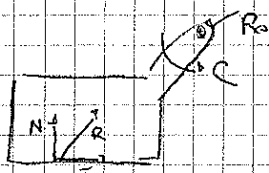
Cambia il modello a seconda del verso \rightarrow cambia il funzionamento

• Se il freno scivola nel verso opposto

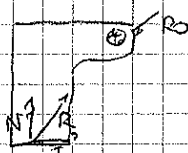
$$\sum \circlearrowleft C - T \cdot h - N \cdot x_0 = 0$$

$$T = \frac{C}{\frac{x_0}{4} + h}$$

Il freno frena di più se il superficiale scivola verso destra



Le forze di contatto tendono a distaccare il pattino

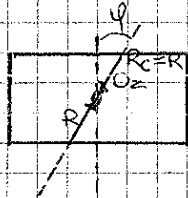
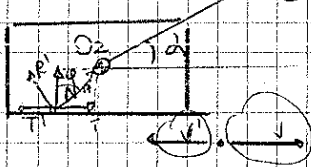


INPUNTAMENTO

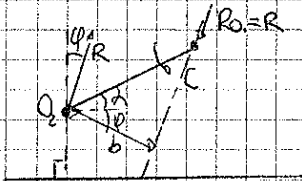
Le forze di contatto tendono a forzare l'oscillare (l'imbardone) il pattino \rightarrow utile x esempio x per l'oscillare (sicurezza) anche se non c'è il coppia C

2

Aziando il modello solo con il coppia



La rotta d'azione deve passare per O_2 ed essere inclinata di un angolo φ rispetto allo istante



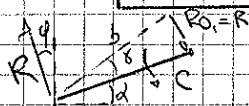
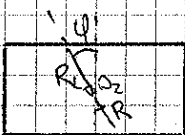
$$C = R \cdot b$$

$$b = L \cdot \cos(\alpha + \varphi) \Rightarrow C = L \cdot \cos(\alpha + \varphi) \cdot \frac{T}{\sin \varphi}$$

$$T = R \cdot \sin \varphi$$

$$T = C \frac{\sin \varphi}{L \cos(\alpha + \varphi)}$$

← POSSIBILE PUNTAMENTO



$$\delta = \varphi - \alpha$$

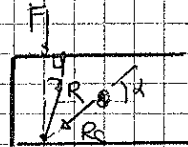
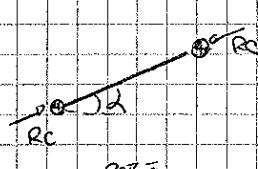
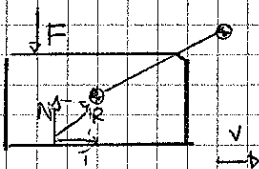
$$b = L \cos(\varphi - \alpha)$$

$$R = \frac{T}{\sin \varphi}$$

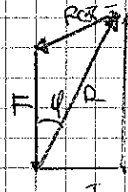
$$T = C \frac{\sin \varphi}{L \cos(\varphi - \alpha)}$$

In questo caso il modello che produce la maggior forza frenante è il primo, cioè quello con la superficie che scorre verso destra

Se aziona il modello con la forza



$$\vec{F} + \vec{R} + \vec{R}_c = 0$$



$$F = N - R_c \cdot \sin \alpha = \frac{T}{\mu} - R_c \cdot \sin \alpha$$

$$T = R_c \cdot \cos \alpha$$

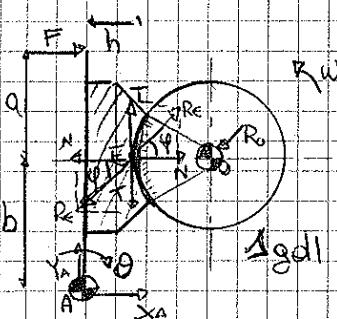
$$R_c = \frac{T}{\cos \alpha}$$

$$F = \frac{T}{\mu} - \frac{T}{\cos \alpha} \cdot \sin \alpha = T \left(\frac{1}{\mu} - \tan \alpha \right)$$

$$T = \frac{F}{\frac{1}{\mu} - \tan \alpha}$$

FRENI A CEPPI (TAMBURO)

Freni ad accostamento rigido



$$S \cdot dA \propto \mu \cdot p \cdot dA \cdot v_r$$

IPOTESI DELL'USURA

$$\int F(a+b) + T \cdot h - N \cdot b = 0$$

$$N = \frac{T}{\mu}$$

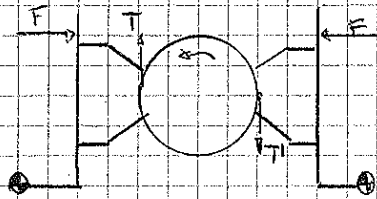
$$F(a+b) = T \left(\frac{b}{\mu} - h \right)$$

$$T = \frac{a+b}{\frac{b}{\mu} - h}$$

Se invertito il segno della ω

$$T = F \frac{a+b}{b/k+h}$$

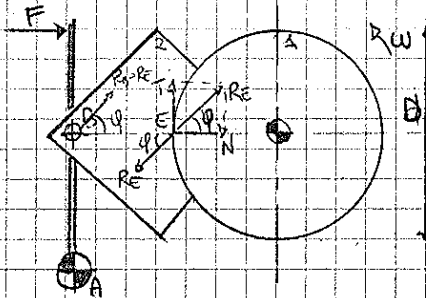
Di solito si montano 2 ceppi



Il ceppo di sinistra frena di più del ceppo di destra → si potrebbe impuntare

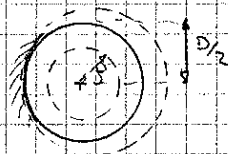
Freni ad accostamento libero

es. d. e.

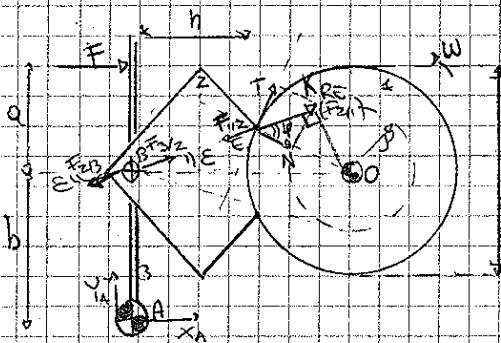


Il punto E non è il punto di massimo contatto perché il diagramma di coppia e lo sforzo del tamburo non è equilibrato

Attrito al perno



$$p = \frac{D}{2} \sin \varphi$$



$$OR = OR \cdot \sin \epsilon = (h + \frac{D}{2}) \sin \epsilon$$

$$\epsilon = \sin^{-1} \frac{p}{h + \frac{D}{2}}$$

$$\begin{aligned} \sum \vec{M}_A &= 0 \\ F(a+b) &= R_e \cos \epsilon \cdot b \\ T &= R_e \sin \epsilon \quad R_e = \frac{T}{\sin \epsilon} \end{aligned}$$

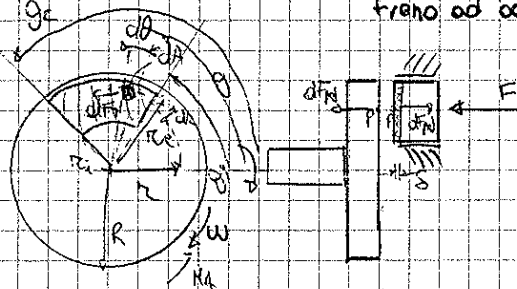
$$F(a+b) = \frac{T}{\sin \epsilon} \cdot b \cdot \cos \epsilon$$

$$T = F \frac{(a+b) \sin \epsilon}{b \cos \epsilon}$$

FRENI A DISCO

Freno ad accostamento rigido

$$S \cdot dA \propto f \cdot p \cdot dA \cdot v_r$$



$$1 \text{ gdp}$$

Lo spessore del materiale che si consuma è lo stesso in tutti i punti

$$v_p = v_r = \omega \cdot r$$

$$\Rightarrow \frac{S}{dt} \propto f \cdot p \cdot \omega \cdot r \Rightarrow p \cdot r = k \text{ costante}$$



$$dA = r \cdot d\theta \cdot dr$$

$$dF_m = p \cdot dA = \frac{k}{r} \cdot r \cdot d\theta \cdot dr = k \cdot dr \cdot d\theta$$

$$f \cdot dF_N = f \cdot k \cdot dr \cdot d\theta = dF_t$$

$$dF_t \cdot r = dM_f = f \cdot k \cdot r \cdot dr \cdot d\theta$$

$$\int_A dF_N = F \quad \int_A dM_f = M_f$$

$$\int_A dF_N = k \int_{r_1}^{r_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} dr \cdot d\theta = k(\theta_2 - \theta_1)(r_2 - r_1)$$

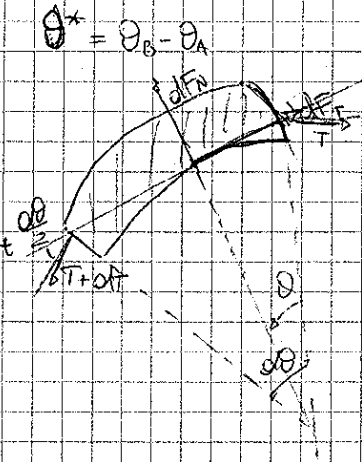
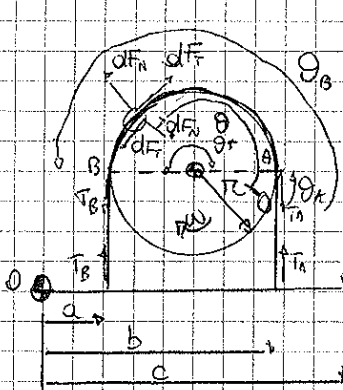
$$\int_A dM_f = f \cdot k \int_{r_1}^{r_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} r \cdot dr \cdot d\theta = f \cdot k(\theta_2 - \theta_1) \frac{(r_2^2 - r_1^2)}{2}$$

$$\frac{M_f}{F} = \frac{f \cdot k(\theta_2 - \theta_1)(r_2 + r_1)(r_2 - r_1)}{2 \cdot k(\theta_2 - \theta_1)(r_2 - r_1)}$$

$$M_f = f \cdot F \frac{r_2 + r_1}{2}$$

Non importa quanto è larga la pastiglia.

FRENO A NASTRO



La tensione nel nastro cresce in verso antiorario.

$$\left. \begin{aligned} dF_N &= (2T + dT) \sin \frac{d\theta}{2} = \frac{dT}{f} \\ dF_t &= dT \cos \frac{d\theta}{2} \end{aligned} \right\} \frac{dT}{f} = f dF_N$$

$$\sin \frac{d\theta}{2} \approx \frac{d\theta}{2}$$

$$\cos \frac{d\theta}{2} \approx 1$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dT}{f} &= 2T \cdot \frac{d\theta}{2} + dT \cdot \frac{d\theta}{2} \quad \text{perché infinitesimo del 2° ordine} \\ dF_t &= dT \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{dT}{f} = T \cdot d\theta$$

$$\frac{dT}{T} = f \cdot d\theta$$

$$\int_{T_A}^{T_B} \frac{dT}{T} = f \int_{\theta_A}^{\theta_B} d\theta$$

$$\ln \frac{T_B}{T_A} = f \cdot \theta^* \quad \theta^* = \theta_B - \theta_A$$

$$\frac{T_B}{T_A} = e^{f \cdot \theta^*} > 1$$

$$\rightarrow T_B > T_A$$

$$M_f = (T_B - T_A) r$$

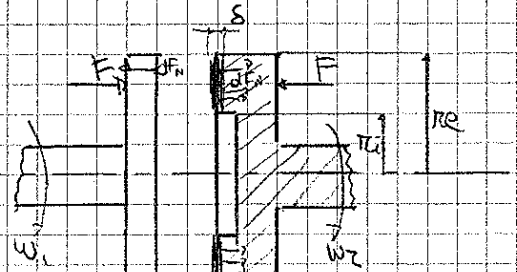
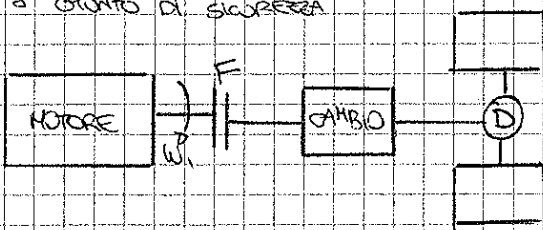
$$F \cdot c = T_A \cdot b + T_B \cdot a$$

Non è simmetrico: forza è effetto e seconda del verso di rotazione

M_f
MOMENTO
FREMANTE

FRIZIONI

→ INNESO
o GIUNTO DI SICUREZZA



$$S \cdot dA \propto \frac{1}{2} p \cdot dA \cdot v_r$$

$$w_1 = w_1 - w_2$$

$$p = k \cdot \tau$$

$$\int_A dF_n = F \quad \text{forza normale di INNESO della FRIZIONE}$$

In ogni punto di questo strisciolino agisce lo stesso pressione

non uso $dA = \pi r dr$, ma $dA = 2\pi r dr$

$$\int_A dF_n = F = \int_{r_i}^{r_e} p \cdot dA = \int_{r_i}^{r_e} \frac{k}{r} \cdot 2\pi r dr = 2\pi k (r_e - r_i)$$

$$r \cdot dF_t = dM_t \quad \int_A r \cdot dF_t = \int_A dM_t = M_t = \int_{r_i}^{r_e} r \cdot \frac{k}{r} \cdot 2\pi r dr = 2\pi k r \frac{r_e^2 - r_i^2}{2}$$

$$\frac{M_t}{F} = \frac{2\pi k r (r_e - r_i) (r_e + r_i)}{2 \cdot 2\pi k (r_e - r_i)} = \frac{1}{2} (r_e + r_i)$$

$$\textcircled{2} \quad M_t = \frac{1}{2} F (r_e + r_i)$$

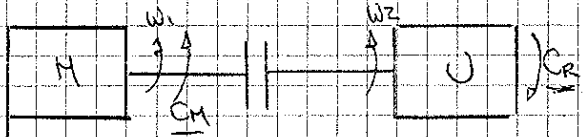
MODELLO FUNZIONALE DELLA FRIZIONE

In pratica la frizione si comporta come un freno a disco presente su tutta la circonferenza

| D | $w_1 = w_1 - w_2$ | CONDIZIONE |
|----|-------------------|------------------------|
| 1) | > 0 | quadrante DISINNESTATA |
| 2) | $= 0$ | $\neq 0$ STRISCIAMENTO |
| 3) | $= 0$ | $= 0$ ADERENZA |

→ la frizione trasmette solo $F(C_f)$ che dipende dalle dimensioni

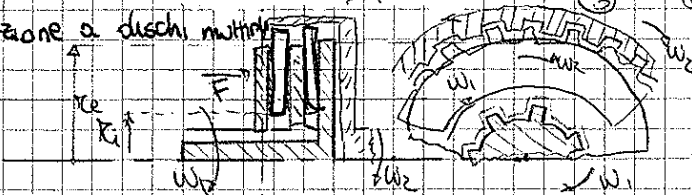
→ la frizione è come se non ci fosse, coincide con un elmo



②

$$\textcircled{3} \quad M_{t(\max)} = \frac{1}{2} F (r_e + r_i)$$

Frizione a dischi multipli



③ coppia massima trasmessa in aderenza

l'albero ruota in 2 dischi che hanno la possibilità di muoversi anche avanti e indietro

Componente che avvolge tutto ed è collegato al 2° albero → non interagisce con w_1

I dischi rossi sono accoppiati allo componente verde

albero + dischi o motore → w_1
componente (blu) + dischi rossi → w_2

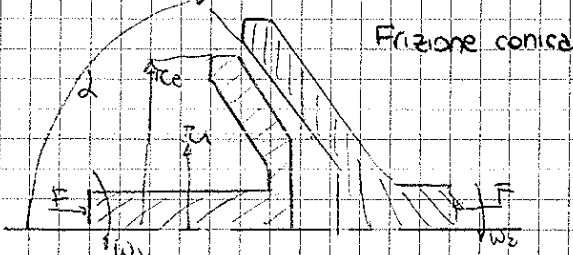
1. due dischi ruotano a velocità diverse → sono di stazionari (1)

Se applichiamo forza F i dischi si impaccano → iniziano a strisciare tra di loro (su 4 zone)

Moltiplico per 4 il momento trasmesso (4 zone di strisciamento relativo)

$$M_F = Q \cdot 4 \cdot F \cdot \frac{r_{int} + r_{ext}}{2}$$

La frizione automobilistica è di questo tipo con $m=2$

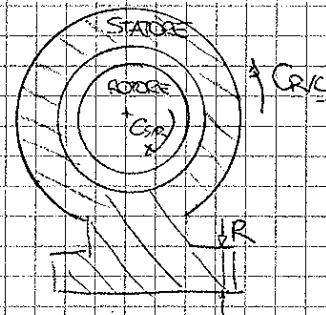
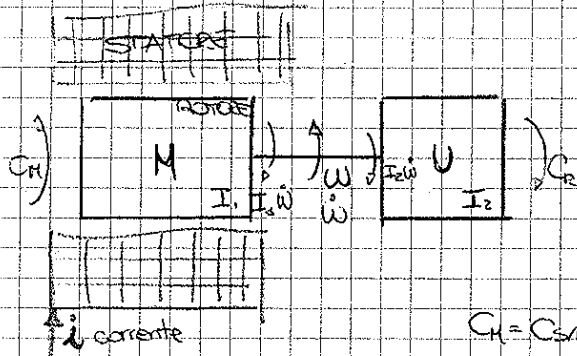


$$M_F = \frac{4 \cdot F \cdot (r_{int} + r_{ext})}{2 \sin \alpha} = \frac{4}{\sin \alpha} \cdot \frac{r_{int} + r_{ext}}{2} = 4 \cdot F \cdot \frac{r_{int} + r_{ext}}{2}$$

$$\alpha = \frac{4}{\sin \alpha}$$

Si può aumentare l'angolo di conicità per aumentare il momento

TRASITORI NEI SISTEMI MECCANICI cap 6

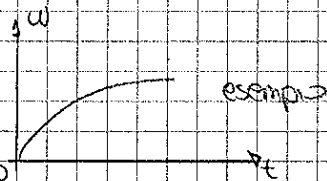


$$C_M = C_{S/R} = C_{R/S}$$

$$C_M - C_R - (I_1 + I_2) \dot{w} = 0$$

↑
EQUAZIONE DEL MOTORE $\frac{dw}{dt}$

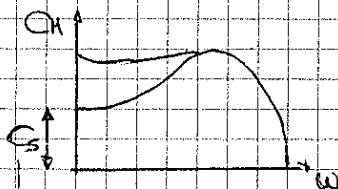
↓
LEGGE DEL MOTORE: $w(t) = \dots$



Se C_M coppia del motore e dell'utilizzatore dipendono dalla velocità:

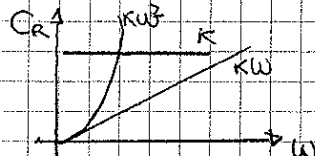
$$C_M(w) - C_R(w) - (I_1 + I_2) \frac{dw}{dt} = 0$$

$C_M(w)$ e $C_R(w)$ si dicono CARATTERISTICHE MECCANICHE



COPPIA DI SPUNTO (con del condensatore può aumentare questo coppia)

Se il rotore viene realizzato con delle barre di rame dentate (ROTORE A GABBIA DI SCIAFFINO) e girato diventa quello sopra (al biro)



Coppia resistente in funzione della velocità

$$\dot{w} = \frac{dw}{dt} = \frac{C_M - C_R}{I_{TOT}}$$