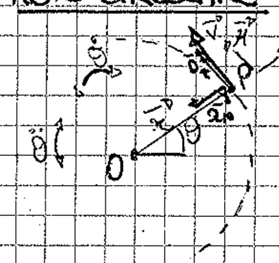
MOTO CIRCOLARE



$\vartheta(t)$

$\frac{d\vartheta}{dt} = \dot\vartheta$ velocità angolare

$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = \ddot\vartheta$ accelerazione angolare

$\vec{r} = r\,\vec{\lambda}$ $\quad r = \text{costante} \rightsquigarrow \dot r = \frac{dr}{dt} = 0 \quad \ddot r = \frac{d^2 r}{dt^2} = 0$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = r\,\frac{d\vec{\lambda}}{dt} = r\,\dot\vartheta\,\vec{\mu}$$

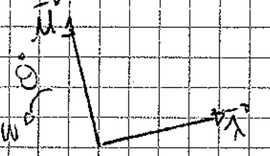
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = r\left(\ddot\vartheta\,\vec{\mu} + \dot\vartheta\,\frac{d\vec{\mu}}{dt}\right) = r\ddot\vartheta\,\vec{\mu} - r\dot\vartheta^2\,\vec{\lambda} = \vec{a}_t + \underbrace{\vec{a}_n}_{\text{accelerazione centripeta}}$$

MOTO CIRCOLARE UNIFORME

$\dot\vartheta = \text{costante} \rightsquigarrow \ddot\vartheta = 0$

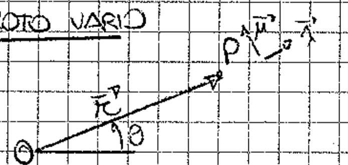
$\vec{a} = 0\,\vec{\mu} - r\,\dot\vartheta^2\,\vec{\lambda} = -r\,\dot\vartheta^2\,\vec{\lambda}$ c'è solo accelerazione centripeta

$\frac{d\vartheta}{dt} = \dot\vartheta = \omega \qquad \frac{d^2\vartheta}{dt^2} = \ddot\vartheta = \dot\omega$ $\qquad \vec{\omega}$ regola della mano destra



$\odot\,\vec{\omega}$ $\qquad \frac{d\vec{\lambda}}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{\lambda} = \omega\,\vec{\mu}$

MOTO VARIO

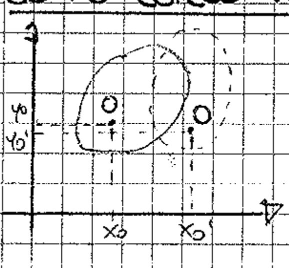


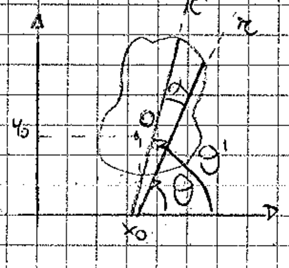
$\left.\begin{matrix} r(t) \\ \vartheta(t) \end{matrix}\right\}$ 2 gdl

$\left.\begin{matrix} \text{se } \vartheta = \text{cost} \Rightarrow \text{MOTO RETTILINEO} \\ \text{se } r = \text{cost} \Rightarrow \text{MOTO CIRCOLARE} \end{matrix}\right\}$ 1 gdl

CINEMATICA DEL CORPO RIGIDO

CORPO ESTESO RIGIDO





$x_0(t)$
$y_0(t)$
$\vartheta(t)$ ← COORDINATA ANGOLARE

SONO NECESSARIE 3 COORDINATE $\rightsquigarrow$ 3 GDL

$\frac{d\vartheta}{dt} = \dot\vartheta = \omega \qquad \frac{d^2\vartheta}{dt^2} = \ddot\vartheta = \dot\omega$

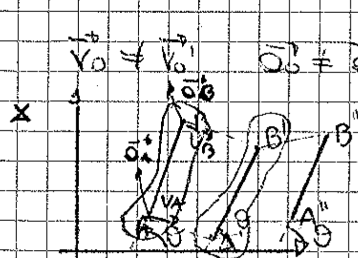
$\alpha = \text{costante}$
$\vartheta' \neq \vartheta$
$\vartheta' = \vartheta + \alpha$

$$\frac{d\vartheta'}{dt} = \frac{d\vartheta}{dt} + \frac{d\alpha}{dt} = \omega$$

$$\frac{d^2\vartheta'}{dt^2} = \frac{d^2\vartheta}{dt^2} = \dot\omega$$

$\rightsquigarrow$ $\dot\vartheta$ e $\ddot\vartheta$ sono indipendenti dalla retta r che scelgo invece x_0 e y_0 cambiano a seconda del punto scelto

$\vec{v}_0 \neq \vec{v}_0' \qquad \vec{a}_0 \neq \vec{a}_0'$



solo traslazione

$\vartheta = \text{costante}$

studiamo la traslazione del ~~seg~~ segmento × studiare quello del corpo

MOTO TRASLATORIO

$\overline{AA'} = \overline{BB'}$

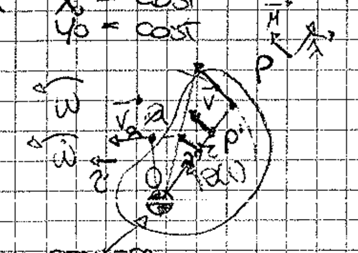
$\vec{V}_{M(A)} = \frac{\overrightarrow{AA'}}{\Delta t} = \vec{V}_{M(B)} = \frac{\overrightarrow{BB'}}{\Delta t}$ $\qquad \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{AA'}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{BB'}}{\Delta t} = \vec{V}_A = \vec{V}_B$

$\vec{a}_A = \vec{a}_B = \vec{a}_C = \ldots$

MOTO CIRCOLARE dei punti
MOTO ROTATORIO di un corpo rigido

X $\quad x_0 = \text{cost}$, $y_0 = \text{cost}$ $\qquad$ solo rotazione

$r = \text{costante}$



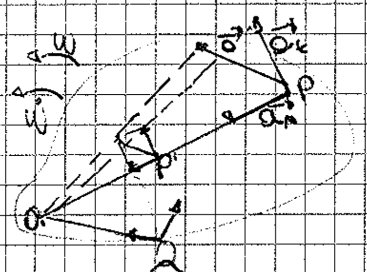
CERNIERA

MOTO ROTATORIO (INTORNO AD UN PUNTO FISSO)

$\vec{V}_P = r\omega\vec{\mu}$

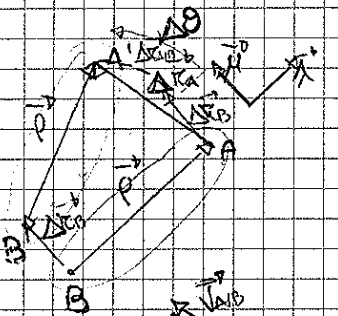
$\vec{a}_P = r\dot{\omega}\vec{\mu} - r\omega^2\vec{\lambda} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$

$\vec{V}_{P'} = \overline{OP'} \cdot \omega\vec{\mu}$ $\qquad \vec{V}_Q = \overline{OQ} \cdot \omega \cdot \vec{\tau} =$ (verso $\perp$ ad $\overline{OQ}$)



$|\vec{a}| = r\sqrt{\dot{\omega}^2 + \omega^4}$

25-02-2010



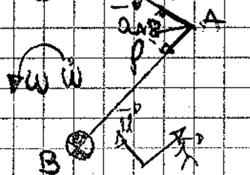
$\Delta\vec{r}_{A/B}$ di A intorno a B

FORMULA FONDAMENTALE DELLA CINEMATICA

$\Delta\vec{r}_A = \Delta\vec{r}_B + \Delta\vec{r}_{A/B}$

$\frac{\Delta\vec{r}_A}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{r}_B}{\Delta t} + \frac{\Delta\vec{r}_{A/B}}{\Delta t}$

$\boxed{\vec{V}_A = \vec{V}_B + \vec{V}_{A/B}}$ $\qquad$ MOTO DI QUALSIASI CORPO IN UN PIANO

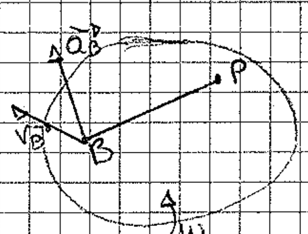


moto di A intorno a B (A/B) è un MOTO CIRCOLARE

$\vec{V}_{A/B} = \rho\omega\vec{\mu}$

$\boxed{\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{A/B}}$ $\qquad$ TEOREMA DI RIVALS $\qquad$ $\boxed{\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{A/B_n} + \vec{a}_{A/B_t}}$

$\vec{a}_{A/B} = \vec{a}_{A/B_t} + \vec{a}_{A/B_n} = \rho\dot{\omega}\vec{\mu} - \rho\omega^2\vec{\lambda}$

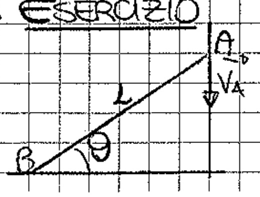


$\vec{V}_P = \vec{V}_B + \vec{V}_{P/B}$

$\vec{a}_P = \vec{a}_B + \vec{a}_{P/B}$

Per qualsiasi P e B appartenenti allo stesso corpo rigido

X ESERCIZIO



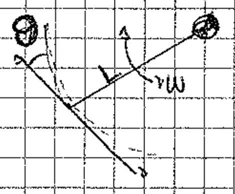
$\vec{V}_A$ costante $\Rightarrow \vec{a}_A = 0$

$\vec{V}_B$?

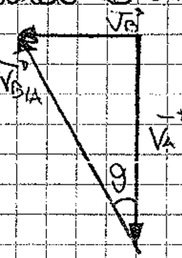
$\vec{a}_B$?

$\vec{\omega}$?

	$\vec{V}_B$	$=$	$\vec{V}_A$	$+$	$\vec{V}_{B/A}$
modulo	?		$\lvert V_A \rvert$		$(L\cdot\omega)$?
direzione	—		|		θ
verso	?		↓		?



Guardo la direzione dei vettori. Poi definisco i versi se è possibile (ricavo le incognite)



poiché $\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{B/A}$ dalla punta di $\vec{V}_A$ deve partire la freccia di $\vec{V}_{B/A}$
$\vec{V}_A$ e $V_{B/A}$ devono inseguirsi

$$V_B = V_A \cdot tg\theta$$

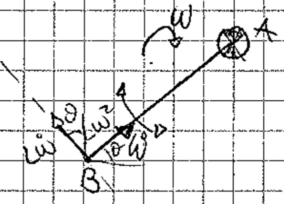
$$V_{B/A} = L\cdot\omega = \frac{V_A}{\cos\theta}$$

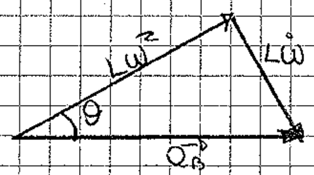
$$\omega = \frac{V_A}{L\cos\theta}$$ oraria

RIPASSARE
trigonometria
e teorema di
seni e coseni (co

Considero ora le accelerazioni

	$\vec{a}_B$	$=$	$\vec{a}_A$	$+$	$\vec{a}_{B/A_n}$	$+$	$\vec{a}_{B/A_t}$
modulo	?				$L\omega^2$		$(L\dot{\omega})$?
direzione	—				θ		θ
verso	?				θ		



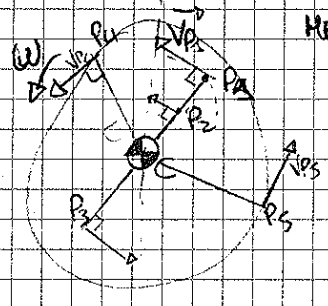


B ha velocità verso sinistra e accelerazione verso destra (sta rallentando)

$$a_B = \frac{L\omega^2}{\cos\theta} = \frac{\cancel{L}}{\cos\theta}\cdot\frac{V_A^2}{L^2\cos^2\theta} = \frac{V_A^2}{L\cos^3\theta}$$

$$\cancel{L}\dot{\omega} = \cancel{L}\omega^2\cdot tg\theta \qquad \dot{\omega} = \omega^2\cdot tg\theta$$

METODO DEL CENTRO DI ISTANTANEA ROTAZIONE



$V_{P_1} = \overline{CP_1}\cdot\omega \quad \perp CP_1$

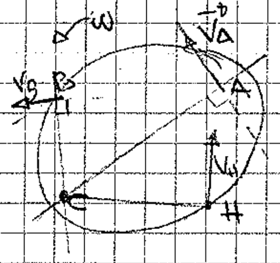
$V_{P_2} = \overline{CP_2}\cdot\omega \quad \perp CP_2$

$V_{P_3} = \overline{CP_3}\cdot\omega \quad \perp CP_3$

$V_{P_4} = \overline{CP_4}\cdot\omega \quad \perp CP_4$

$V_C = 0$

direzioni perpendicolari al segmento che collega il punto con il centro. verso delle velocità in senso orario (o antiorario) rispetto a C



$\vec{V}_A = \omega\cdot\overline{AC} \qquad \omega = \frac{V_A}{AC}$

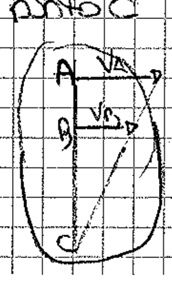
$V_B = \omega\cdot\overline{BC}$

$V_H = \omega\cdot\overline{HC}$

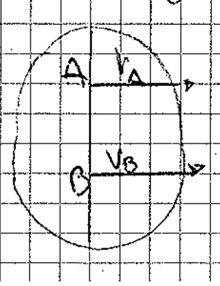
Trovo il punto C intersecando le perpendicolari alle traiettorie (intersecando la retta di AC e B in A e B)

C CENTRO DI ISTANTANEA ROTAZIONE DEL CORPO

Se sono parallele devo conoscere anche la lunghezza delle velocità per trovare il punto C

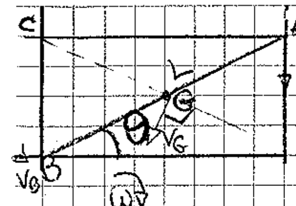


trovo $\omega = \frac{V_A}{AC} = \frac{V_B}{BC}$



Se $V_A = V_B$ C si trova ad infinito

$$\omega = \frac{V_A}{\infty} = \frac{V_B}{\infty} = 0$$



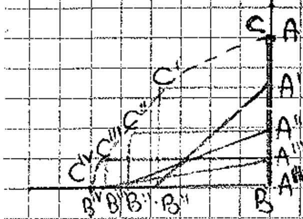
Applico il metodo del centro di rotazione all'esercizio precedente

$V_A = \omega \cdot AC$
$V_B = \omega \cdot BC$
$V_G = \omega \cdot GC$

$\omega = \frac{V_A}{AC} = \frac{V_A}{L\cos\theta}$

$V_B = \omega \cdot BC = \frac{V_A}{L\cos\theta} \cdot \cancel{L} \sin\theta = V_A \cdot tg\theta$

È interessante notare che il punto C è esterno al corpo

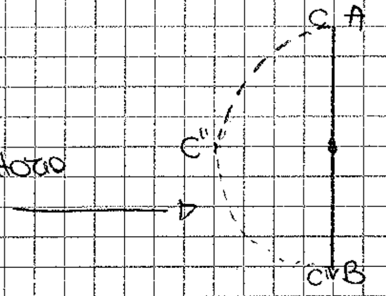


il punto C (centro di istantaneo rotazione) si muove lungo un quarto di circonferenza, ~~[illegible]~~

⇓

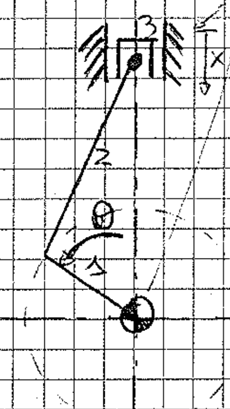
questa traiettoria si chiama **POLARE FISSA**

Per un osservatore solidale con la sbarretta, il punto C percorre la traiettoria **POLARE MOBILE**



I VINCOLI

02-03-2010

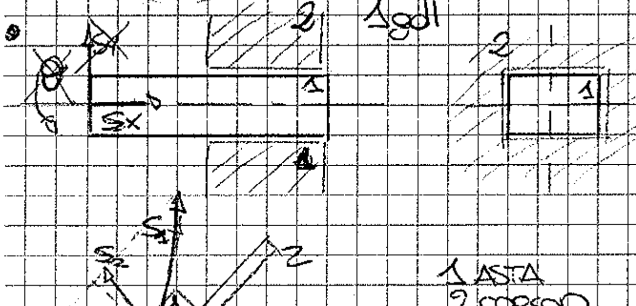


BIELLA A MANOVELLA :
1 ⇝ biella : moto rotatorio
2 ⇝ manovella
3 ⇝ pistone : moto traslatorio

il pistone trasla da un punto morto superiore al punto morto inferiore

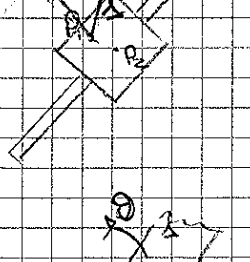
Questo meccanismo ha complessivamente un solo grado di libertà

$x(\theta)$ → x dipende da θ



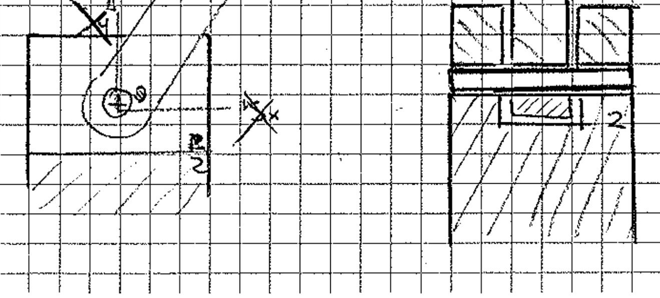
1gdl

COPPIA PRISMATICA — consente un solo spostamento lungo un'asse longitudinale



1 ASTA
2 CORSOIO

nella direzione perpendicolare all'asta, i due spostamenti S_1 e S_2 devono ~~essere uguali~~ avere le stesse componenti

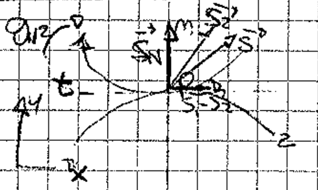


COPPIA ROTOIDALE (CERNIERA)

Lo spostamento di P_1 e P_2 entrambi appartenenti alla cerniera devono avere lo stesso spostamento ma è permesso un moto traslatorio relativo indipendente

COPPIE CINEMATICHE (le due rotolano): il moto relativo dipende solo dalla forma delle superficie accoppiate

ACCOPPIAMENTI DI FORZA: il moto relativo è definito
- ↳ dalla FORMA della superficie accoppiata
- ↳ dalle FORZE scambiate dalle superficie

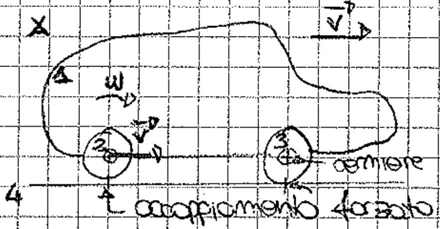


SUPERFICI CONIUGATE (PROFILI CONIUGATI)

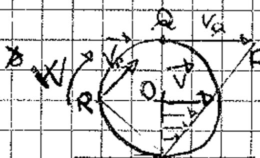
2 gdl

retta t tangente ad entrambi i profili nel punto P di contatto
retta n normale " " " " " " "

in direzione normale i due corpi devono avere le stesse componenti di spostamento affinché rimanga l'accoppiamento (il contatto)



1: scocca / telaio
2, 3: pneumatici
4: strada

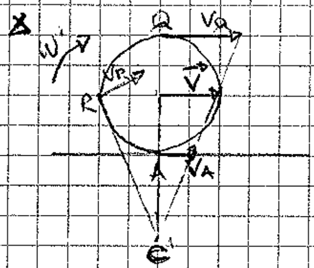


ROTOLAMENTO PURO

$$\omega = \frac{V}{r}$$

$V_A = 0 \implies$ A È IL CENTRO DI ISTANTANEA ROTAZIONE DELLA RUOTA

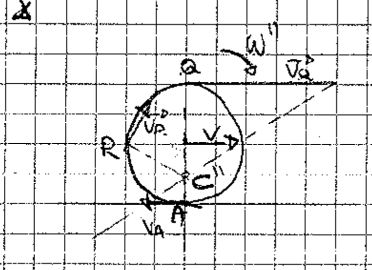
$V_R = \overline{RC} \cdot \omega$



$V_A < V \rightsquigarrow$ C'È ANCHE SLITTAMENTO

C: centro di istantanea rotazione
(non appartiene alla ruota ma è solidale alla ruota → si muove con essa)

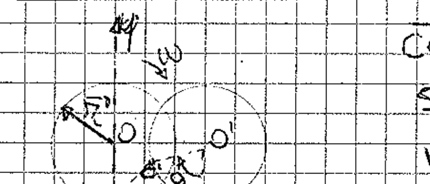
$$\omega' = \frac{V}{\overline{OC'}} \quad (< \omega)$$



RUOTA MOTRICE SUL GHIACCIO (o sgommata)

$$\omega'' = \frac{V}{\overline{OC''}} \quad (\omega'' > \omega)$$

ROTOLAMENTO PURO



$$\overline{CA'} = \overline{C'A'}$$

$$S_0 = r\vartheta$$

$$V_0 = r\frac{d\vartheta}{dt} = r\omega$$

$$a_0 = r\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = r\dot{\omega}$$

traiettoria del punto C
CICLOIDE ORDINARIA

$$\begin{cases} x_C = S_0 - r\sin\vartheta = r(\vartheta - \sin\vartheta) \\ y_C = r - r\cos\vartheta = r(1-\cos\vartheta) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_c = r(\omega - \omega\cos\theta) = r\omega(1-\cos\theta) \\ \dot{y}_c = r\omega\sin\theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ddot{x}_c = r\dot{\omega}(1-\cos\theta) + r\omega^2\sin\theta \\ \ddot{y}_c = r\dot{\omega}\sin\theta + r\omega^2\cos\theta \end{cases}$$

→ Se $C \equiv A$ (cioè il punto C è a contatto con la strada) → $\theta = 0$

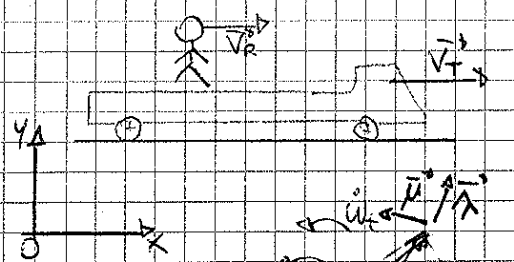
$$\begin{cases} x_c = 0 \\ y_c = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \dot{x}_c = 0 \\ \dot{y}_c = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \ddot{x}_c = 0 \\ \ddot{y}_c = r\omega^2 \end{cases}$$

C è il centro di istantanea rotazione della ruota

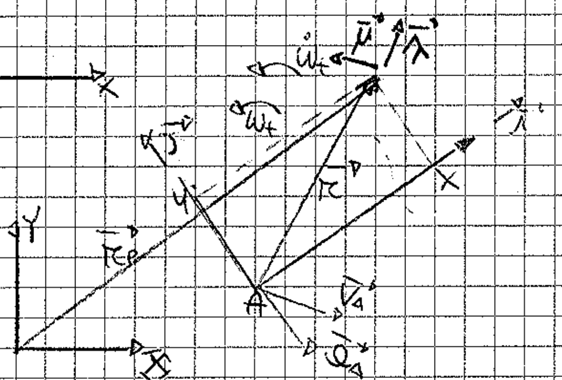
$\vec{a}_c = r\omega^2 \vec{j}$ accelerazione centripeta

09-03-2010

CINEMATICA DEI MOTI RELATIVI



moto ASSOLUTO : $\vec{V}_R + \vec{V}_t$
moto RELATIVO : $\vec{V}_R$
moto DI TRASCINAMENTO : $\vec{V}_T$



$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$ posizione relativa

$\vec{r}_P$: posizione assoluta di P

$$\vec{V}_{rP} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} \quad \text{velocità relativa}$$

$$\vec{a}_{rP} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} \quad \text{accelerazione relativa}$$

moto di TRASCINAMENTO:

$$\vec{V}_{tP} = \vec{V}_A + \vec{V}_{tP/A} = \vec{V}_A + r\omega_t\vec{\mu} \quad \text{velocità di trascinamento}$$

$$\vec{a}_{tP} = \vec{a}_A + \vec{a}_{tP/A(n)} + \vec{a}_{tP/A(t)} =$$
$$= \vec{a}_A + \omega_t^2 \cdot r(-\vec{\lambda}) + \dot{\omega}_t \cdot r \cdot \vec{\mu}$$

$$\vec{V}_P = \vec{V}_{rP} + \vec{V}_{tP}$$

$$\vec{a}_P = \vec{a}_{rP} + \vec{a}_{tP} + \vec{a}_{cP}$$

accelerazione COMPLEMENTARE (CORIOLIS)

$$\underline{\vec{a}_{cP} = 2\vec{\omega}_t \times \vec{V}_{rP}}$$