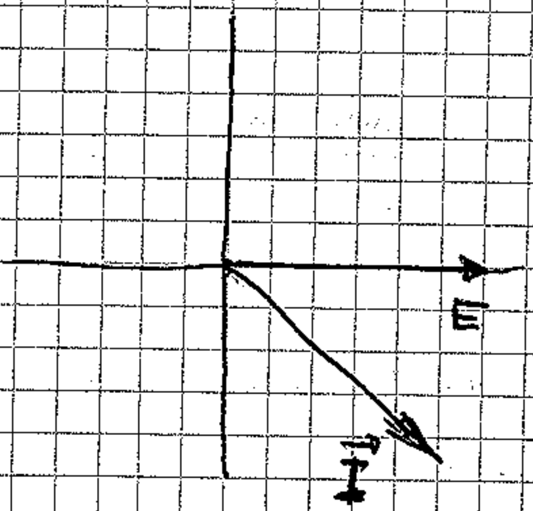


Un fasore non è una sinusoide !!!
il significato fisico è dato dalla sinusoide ad esso associata.

16/9/09

GRANDEZZE ELETTRICHE

Corrente elettrica (intensità di corrente) si rappresenta con i

consideriamo una superficie aperta Ω e c'è un passaggio di cariche elettriche.

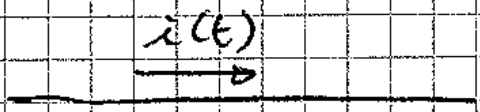
$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

flusso

$$i(t) = \int_{\Omega} \vec{J} \cdot \vec{n} \, ds$$

normale a Ω

la corrente elettrica è identificata dal suo andamento (o dal suo valore) e dal verso (che indica il verso positivo della corrente)



Unità di misura: Ampere $\left(\frac{coulomb}{sec.}\right)$ A

Valori delle correnti:

ordine mA componenti elettronici

100 mA apparecchiature

1- 10 A elettrodomestici

KA industriale

400 - 1000 A reti di trasmissione di corrente

100 KA corto circuito

1000 KA scariche atmosferiche

Grado di pericolosità per il corpo umano è dato dalla corrente

50 mA che attraversano il corpo umano possono determinare il decesso.

Fenomeni causati dal passaggio di corrente nel corpo umano:

- Tetanizzazioni (corrente esterna fa contrarre il muscolo (10 mA))
- Asfissia (tetanizzazioni ai polmoni)
- Fibrillazione cardiaca (è fenomeno irreversibile)
- ustioni

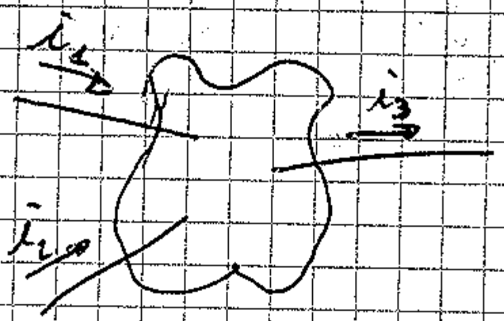
La corrente elettrica si misura attraverso l'Amperometro

L'amperometro interferisce con la grandezza da misurare (pochissimo) Nel corso supponiamo che l'amperometro sia ideale.

Se misuro una corrente periodica lo strumento riferisce la corrente efficace.

Proprietà fondamentali delle correnti

Legge delle correnti



Data una superficie chiusa

$$\sum_{i=1}^{n_e} i_i(t) = \sum_{j=1}^{n_u} i_j(t)$$

n_e = n° correnti entranti

n_u = n° correnti uscenti

R. STAZIONARIO

$$\sum_{i=1}^{n_e} I_i = \sum_{j=1}^{n_u} I_j$$

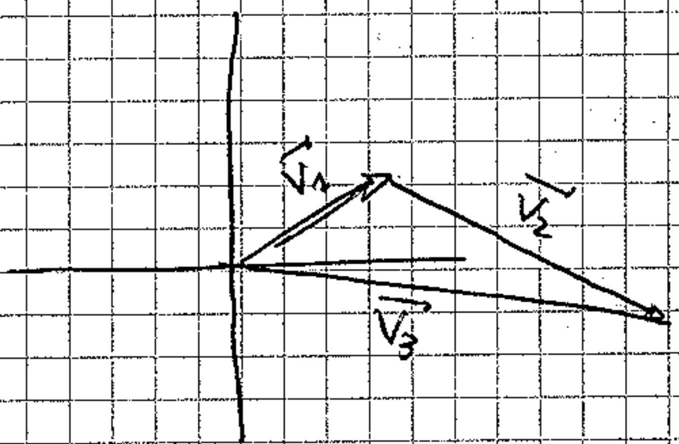
R. SINUSOIDALE

$$\sum_{i=1}^{n_e} \overline{I}_i = \sum_{j=1}^{n_u} \overline{I}_j \qquad \begin{cases} \sum_{i=1}^{n_e} I_{R_i} = \sum_{j=1}^{n_u} I_{R_j} \\ \sum_{i=1}^{n_e} I_{I_i} = \sum_{j=1}^{n_u} I_{I_j} \end{cases}$$

Poichè

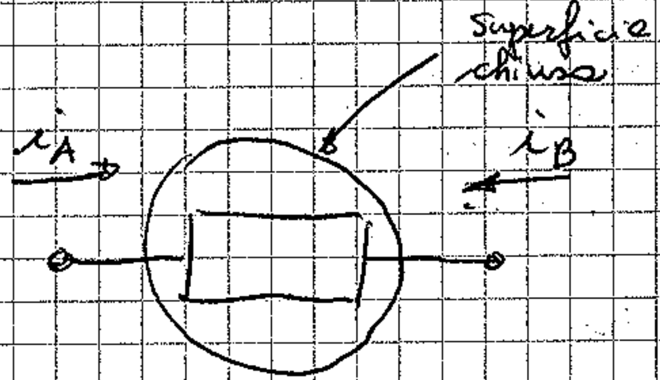
$$I = \sqrt{I_R^2 + I_t^2}$$

$$\sum_{i=1}^{n_e} I_i \overset{?}{=} \sum_{j=1}^{n_u} I_j \qquad \text{NO}$$



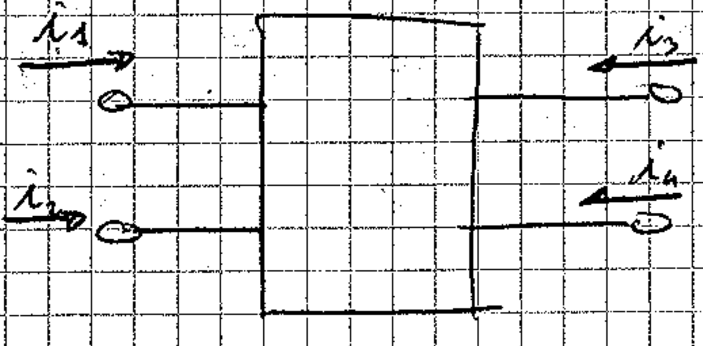
$$\vec{V_1} + \vec{V_2} = \vec{V_3} \qquad \text{SÍ}$$

$$V_1 + V_2 = V_3 \qquad \underline{\text{NO}}$$



$$i_A + i_B = 0 \Rightarrow i_A = -i_B$$

Ogni bipolo è caratterizzato da 1 solo valore di corrente ed 1 è entrante e l'altro è uscente.

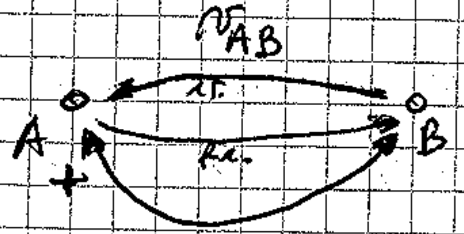


$i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = 0$

Se avete un n-polo con n morsetti allora n-1 correnti possono essere arbitrarie.
La corrente è una grandezza solenoidale.
Legge delle correnti è valida in regime stazionario e appross. valida nei regimi tempo varianti

DIFFERENZA DI POTENZIALE (Tensione)
(Forza elettromotrice)

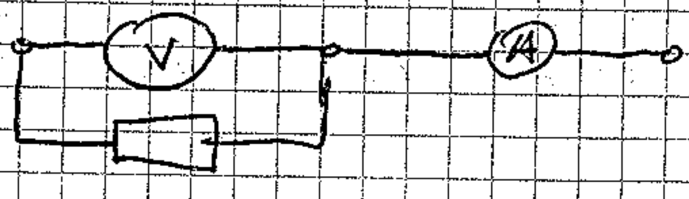
si indica con v (talvolta con u oppure e)



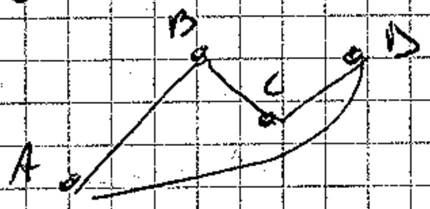
u.m VOLT

400 - 120 KV trasmissione
1,5 - 4,8 KV media tensione
380 - 400 V industriali
230 V case
1,5 - 24 V generatori elettrochimici
500 - 1000 V tramvie - metropolitane
3 KV trasmissione in continua

Strumento di misura: Voltmetro



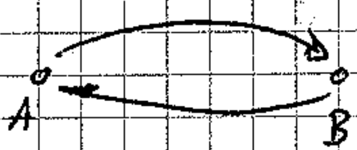
Legge delle tensioni



$$v_{AB} + v_{BC} + v_{CD} + v_{DA} = 0$$

Regime staz: rigorosamente verificata

Reg. tempo-var: approx verificata.



Legge delle tensioni mi garantisce che $V_{AB} + V_{BA} = 0$

$$\Downarrow$$

$$V_{AB} = -V_{BA}$$

Il potenziale V è irrotazionale

Regime stazionario

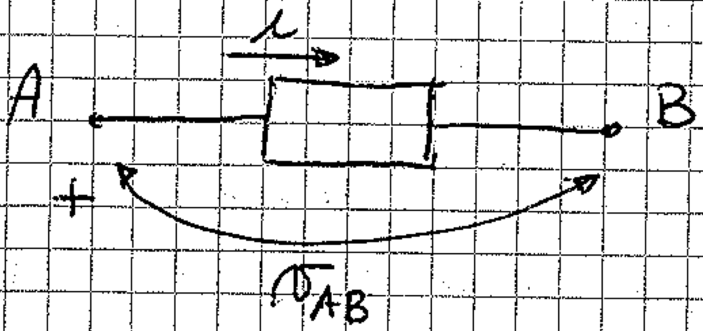
$$V_{AB} + V_{BC} + V_{CD} + V_{DA} = 0$$

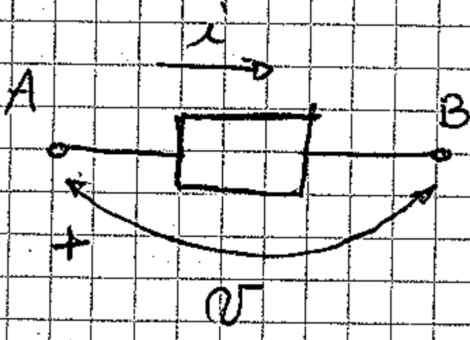
Regime sinusoidale

$$\bar{V}_{AB} + \bar{V}_{BC} + \bar{V}_{CD} + \bar{V}_{DA} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_{AB_r} + V_{BC_r} + V_{CD_r} + V_{DA_r} = 0 \\ V_{AB_i} + V_{BC_i} + V_{CD_i} + V_{DA_i} = 0 \end{cases}$$

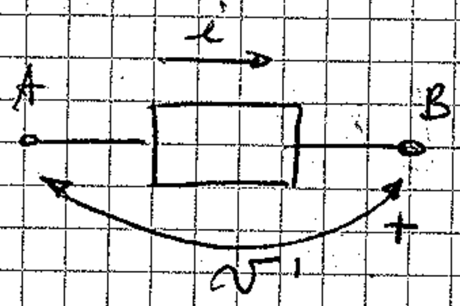
In generale $|\bar{V}_{AB}| + |\bar{V}_{BC}| + |\bar{V}_{CD}| + |\bar{V}_{AD}| \neq 0$





Convenzione degli ~~generd~~ utilizzatori

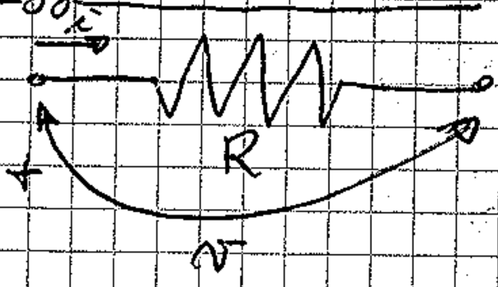
Se potenza è >0 questa è prelevata dalla rete (rete fornisce potenza al bipolo)



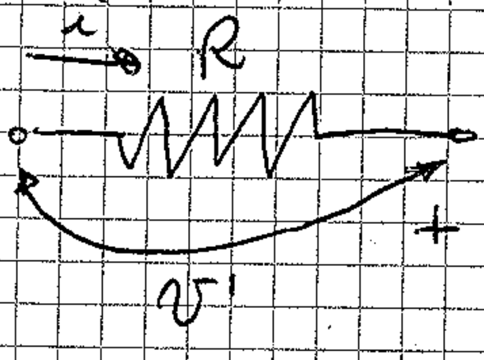
Convenzione dei generatori

Se potenza è >0 questa è fornita dal bipolo alla rete

Legge di Ohm



$v = R i$ (con convenz. degli utilizz.)



$v' = -R i$ (con convenzione dei generatori)

Potenza elettrica

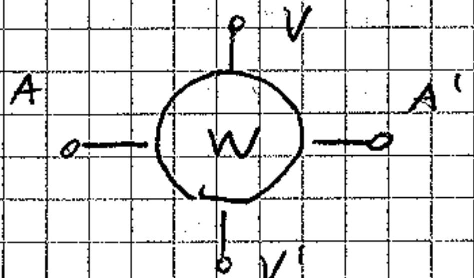
Bipolo caratterizzato da v ed i

$$p = v \cdot i \quad \begin{cases} \text{utilizz.} \quad p>0 \quad p \text{ è fornita al bipolo} \\ \text{generatori} \quad p>0 \quad p \text{ è fornita dal bipolo alla rete} \end{cases}$$

$p = [W]$

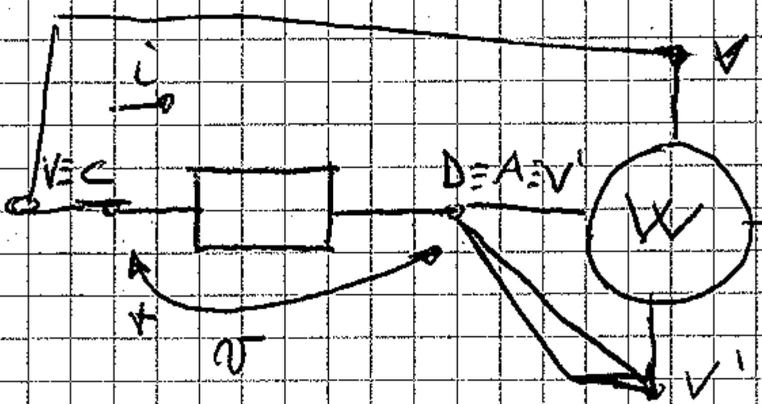
La potenza si misura con un WATTMETRO

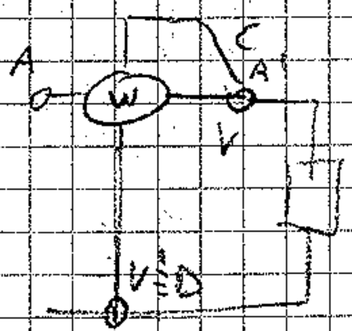
il WATTMETRO è un doppio bipolo



A-A' morsetti amperometrici

V-V' morsetti voltmetrici





Regime stazionario: $P = VI$

Regime sinusoidale

$$v = \sqrt{2}\, V \sin(\omega t + \varphi_V)$$

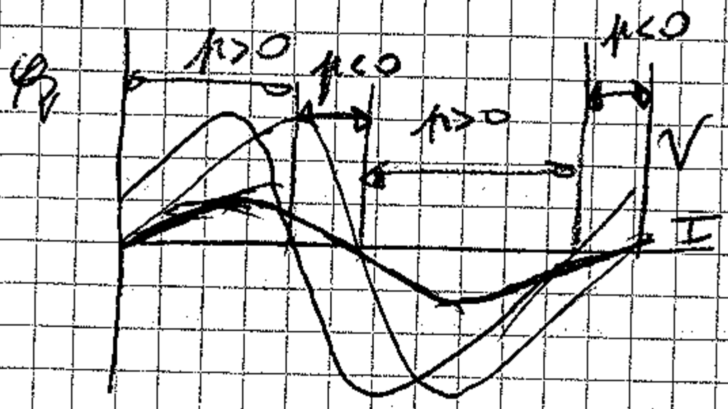
$$i = \sqrt{2}\, I \sin(\omega t + \varphi_I)$$

$$p = v \cdot i =$$

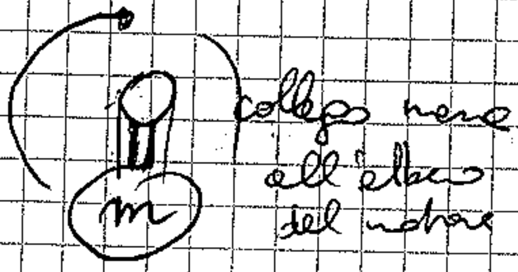
$$= 2VI \sin(\omega t + \varphi_V) \cdot \sin(\omega t + \varphi_I) =$$

$$= VI\cos(\varphi_V - \varphi_I) - VI\cos(2\omega t + \varphi_V + \varphi_I)$$

Se $(\varphi_V - \varphi_I)$ è diverso da 0 l'utilizzatore per un breve periodo può fornire energia alla rete



$P_m = T\,\Omega$



1° netto puro coppia efficace con andamento sinusoidale

2° netto puro parte della coppia viene fornita dalla massa eccentrica

La coppia non è più costante perché c'è un energia oscillante all'interno del sistema. Il fatto che un sistema elettrico si comporta in questo modo vuol dire che c'è qualche elemento che immagazzina energia e poi restituirla alla rete.

$$\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} p(t)\,dt = VI\cos(\varphi_V - \varphi_I) = P$$

potenza attiva

$(\varphi_V - \varphi_I)$ gioca valore molto importante

Se V e I sono in fase $P = VI$

Se $\varphi_V - \varphi_I = \pm\frac{\pi}{2} \Rightarrow P = 0$

$$\varphi = \varphi_V - \varphi_I$$

$\cos\varphi$ FATTORE di POTENZA

$$-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 \leq \cos\varphi \leq 1$$

$$\cos\varphi \geq 0{,}9$$

$S = VI$ potenza apparente Volt Ampere VA

$Q = VI\sin\varphi$ potenza reattiva

Volt Ampere reattivi (Var)

Se $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ $\quad 0 \leq \cos\varphi \leq 1 \Rightarrow 0 \leq P \leq VI$

$-1 \leq \sin\varphi \leq 1 \Rightarrow -VI \leq Q \leq VI$

Il segno della potenza reattiva è necessario per fare bilanci energetici. (1)

$$P^2 + Q^2 = S^2$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{Q}{P}$$

$$\left.\begin{array}{l} P = S \cos\varphi \\ Q = S \sin\varphi \end{array}\right\} \quad \frac{Q}{P} = \operatorname{tg}\varphi$$

$$Q = \pm\sqrt{S^2 - P^2}$$

Si può scrivere la potenza istantanea

$$p = P - S \cos(2\omega t + \varphi_V + \varphi_I)$$

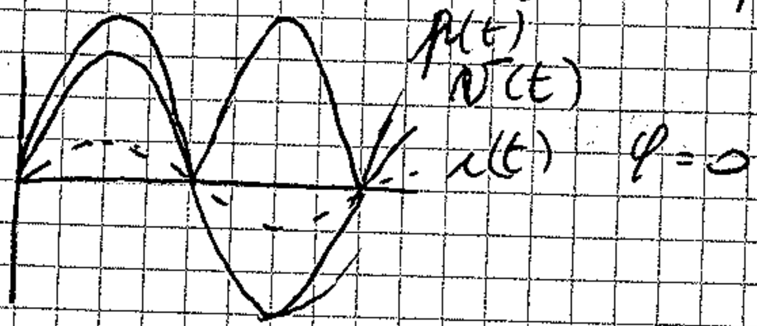
$$\overline{V} = V e^{j\varphi_V} e^{j\omega t}$$

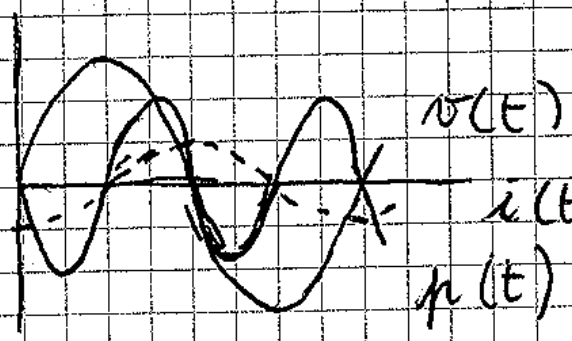
$$\overline{I} = I e^{j\varphi_I} e^{j\omega t}$$

$$\overline{I}^* = I e^{-j\varphi_I} e^{-j\omega t}$$

$$\overline{V}\,\overline{I}^* = VI e^{j(\varphi_V - \varphi_I)} = VI e^{j\varphi} =$$

$$= VI(\cos\varphi + j\sin\varphi) = P + jQ = \overline{S}$$

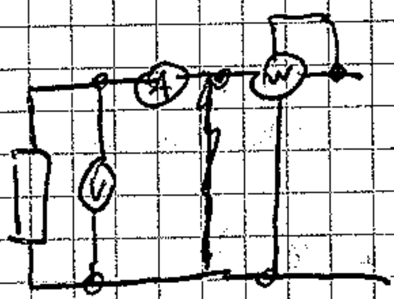




$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

Energia oziosa (scambio di energia tra utilizzatore e rete ma energia media scambiata è nulla).

Un WATTMETRO in regime sinusoidale misura la potenza ATTIVA.



$V \Rightarrow V$

$A \Rightarrow I$

$W \Rightarrow P$

$S = VI$

$Q = \pm\sqrt{S^2 - P^2}$

$\cos\varphi = \dfrac{P}{S}$

Energia

$$W = \int_{\Delta t} p(t)\, dt \qquad \text{Joule}$$

$KWh = 1000\,W \cdot 3600\,s = 3{,}6 \cdot 10^6\,J$

STAZ: $W = P\Delta t$

SINUS. Se $\Delta t \gg T$

$$W \cong P \Delta t$$

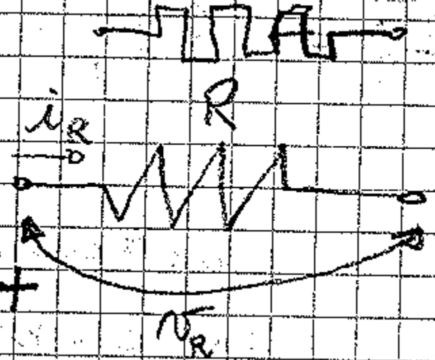
Tutta potenza viene immessa alla rete elettrica viene dissipata o assorbita dalla rete

---

Multipoli devono essere tempo-invarianti (o almeno li consideriamo così).
Forzando all'idealità si possono avere circuiti patologici

Resistore ideale

(utilizzatori)



$$v_R = R\, i_R$$

R: resistenza (Ω Ohm)

$$i_R = G\, v_R \qquad G = \frac{1}{R}$$

G conduttanza (Ω^{-1} siemens S)

$$p_R = v_R\, i_R = R\, i_R^2 = G\, v_R^2 = \frac{v_R^2}{R}$$

La potenza è sempre ≥ 0, il resistore non può mai ~~erogare~~ fornire energia alla rete quindi è ELEMENTO DISSIPATIVO

Regime Stazionario

$$P_R = RI^2 = GV_R^2 = \frac{V_R^2}{R}$$

Regime sinusoidale

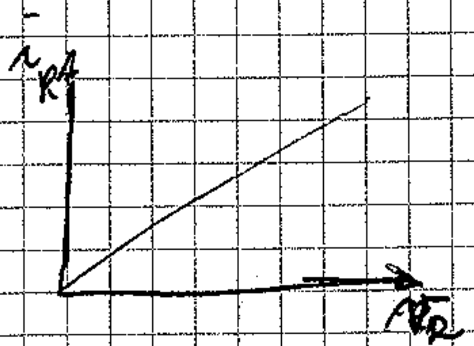
$$\bar{V}_R = R\,\bar{I}_R$$ (sfasamento nullo => $\varphi = 0$)

$$S_R = V_R\, I_R$$

$$P_R = S_R \cos\varphi \equiv S_R$$

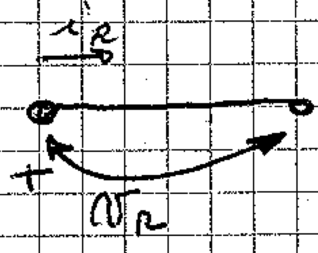
$$Q_R = S_R \sin\varphi = 0$$

$$\bar{S}_R = \bar{V}_R\, \bar{I}_R^* = R\,\bar{I}_R \cdot \bar{I}_R^* = \underbrace{R I_R^2}_{P_R}$$



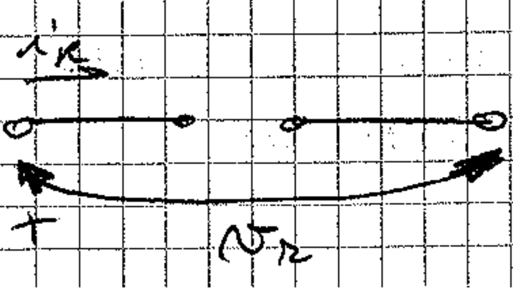
caratteristica di un resistore ideale

$R = 0$ Corto circuito



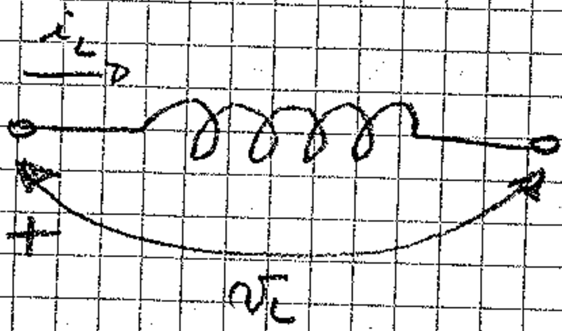
$$v_R = 0 \quad \forall\, i_R$$

$G = 0$ Circuito aperto



$$i_R = 0 \quad \forall\, v_R$$

INDUTTORE IDEALE
(utilizzatore)



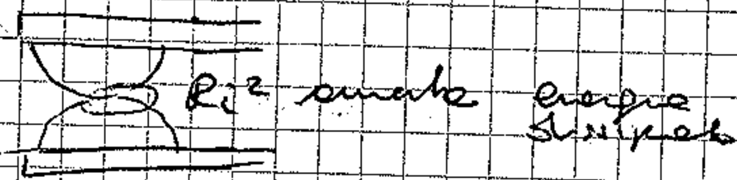
$$v_L = L \frac{di_L}{dt}$$

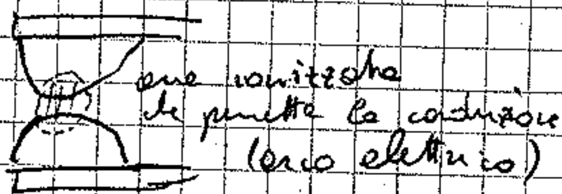
L induttanza [H] Henry

$$p_L = v_L i_L = L i_L \frac{di_L}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} L i_L^2\right)$$

la potenza viene utilizzata per incrementare il contenuto energetico

La corrente che percorre un induttore non può variare con discontinuità





Esempio: $L = 0,5\,H$ $\quad I = 2000\,A$

$$\frac{1}{2} L I^2 = 0,25 \cdot 4 \cdot 10^6 = 10^6\,J$$

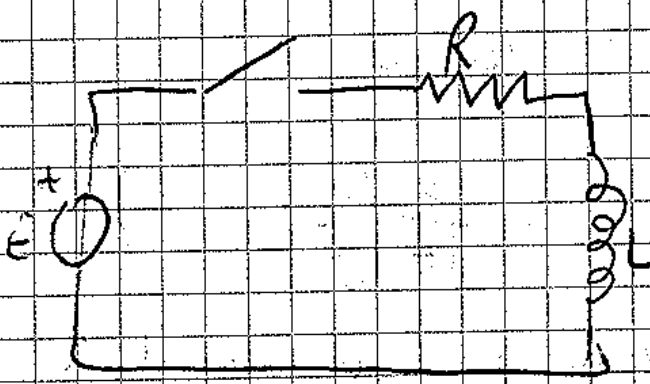
$m = 1000\ kg \qquad E = \frac{1}{2} m v^2$ → velocità

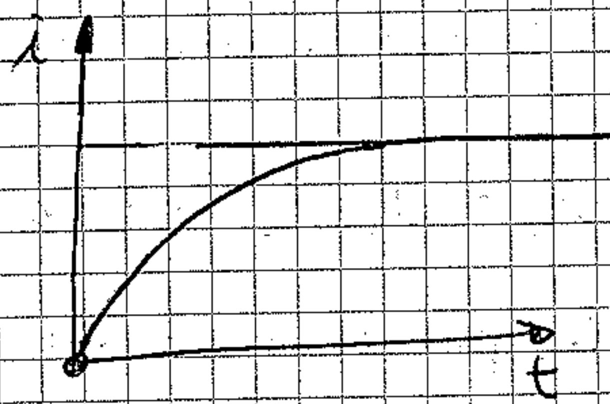
$$v^2 = \frac{2E}{m} = \frac{2 \cdot 10^6\ J}{10^3} = 2000$$

$v = 44\ m/s = 161\ Km\,h$

t di frenata ≈ alcuni secondi.

t di interruzione del circuito ≈ alcuni ms.





Regime stazionario

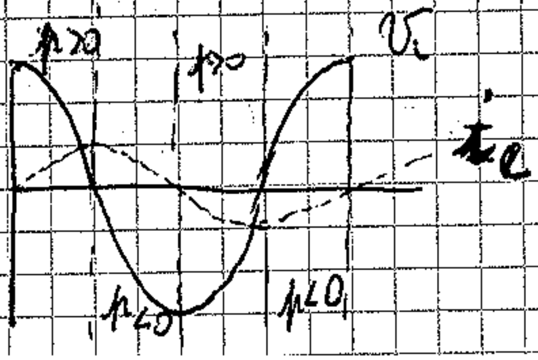
$V_L = 0$ si comporta da corto circuito ma (quando apro l'interruttore non lo è)

Regime sinusoidale

numero immaginario puro

$\bar{V}_L = j \omega \bar{I}_L L \qquad j\omega L$

$\varphi = + \frac{\pi}{2}$



$X_L = \omega L = 2\pi f L$ reattanza induttiva $[\Omega]$

$B_L = \frac{1}{X_L}$ suscettanza induttiva $[S]$

$\bar{V}_L = j X_L \bar{I}_L$ reattanza induttiva dipende dalla frequenza!!!!!

potenza: $\varphi_L = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \varphi_L = 0$
$\Rightarrow \sin \varphi_L = 1$

$P_L = 0$

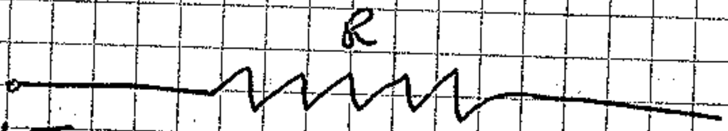
$Q_L = V_L \cdot I_L = S_L$

$\bar{S}_L = \bar{V}_L \bar{I}_L^* = j\omega L \bar{I}_L \bar{I}_L^* = j X_L I_L^2$

$Q_L = +X_L I_L^2 = \frac{V_L^2}{X_L}$

utilizzato in trasformatori, motori elettrici

Supponiamo di avere una rete



$p = VI = V'I'$

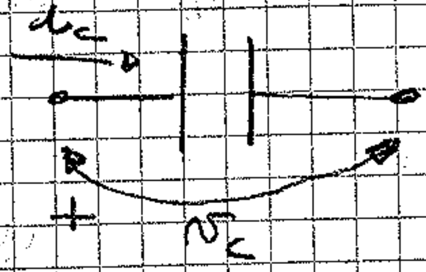
$V' = 2V$ $\qquad P_{JV} = RI^2$

$I' = \frac{I}{2}$ $\qquad P_{JV'} = RI'^2 = \frac{RI^2}{4}$

CONDENSATORE IDEALE
(utilizzatore)

duale dell'induttore ideale

$$i_c = C \frac{dv_c}{dt}$$



C : capacità [F]

$$p_c = v_c \cdot i_c = C v_c \frac{dv_c}{dt} = C \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} C v_c^2\right)$$

energia elettrostatica accumulata in un induttore.

La tensione non può variare bruscamente

Regime stazionario

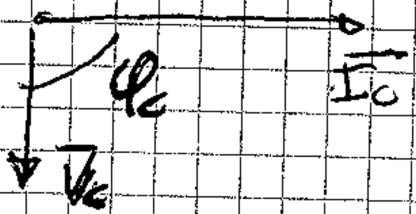
$I_c = 0$ assomiglia ad un circuito aperto ma non lo è perché ha energia immagazzinata.

Regime sinusoidale

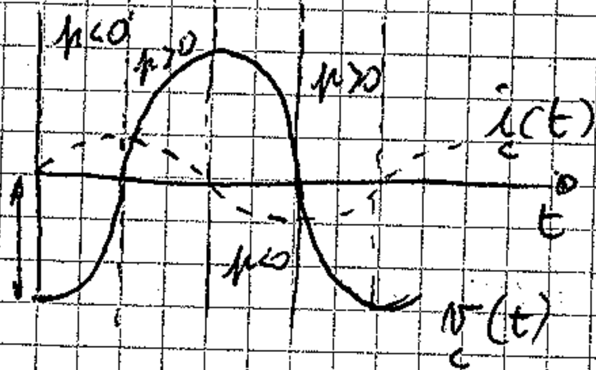
$$\bar{I}_c = j\omega C \bar{V}_c$$

$$\bar{V}_c = \frac{1}{j\omega C} I_c = \frac{-j}{\omega C} \bar{I}_c$$

$$\varphi_c = -\frac{\pi}{2}$$



il condensatore è già carico



$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

reattanza capacitiva $[\Omega]$ → dipende in modo inversamente proporzionale dalla frequenza

$$\overline{V_c} = -j X_c \overline{I_c}$$

$$B_c = \frac{1}{X_c}$$ suscettanza capacitiva $[S]$

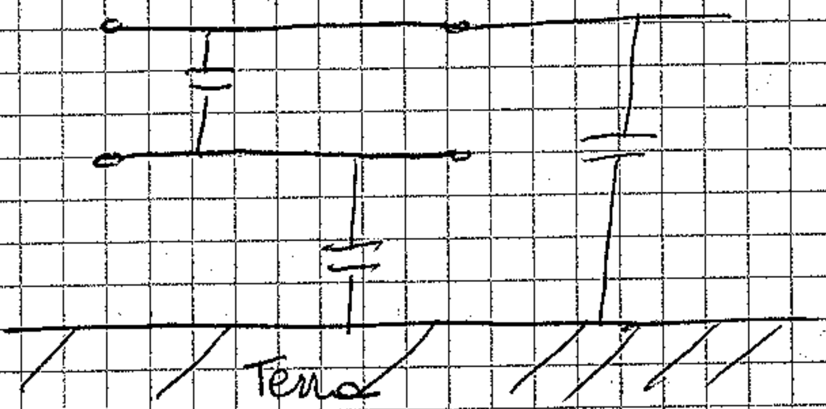
$$\varphi_c = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow P_c = 0$$

$$Q_c = -V_c I_c = -S$$

$$\overline{S_c} = \overline{V_c}\,\overline{I_c^*} = -j X_c \overline{I_c}\,\overline{I_c^*} = -j X_c I_c^2 =$$

$$= -j \frac{V_c^2}{X_c}$$

Si costruiscono condensatori per stabilizzare tensioni, rifasamento capacità parassite quando si hanno due elementi a potenziale diverso



<u>Relazioni costitutive</u> (reg. sinusoidale)

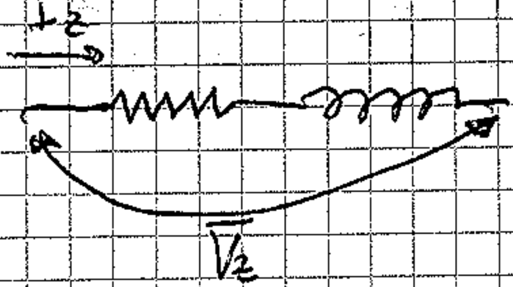
$$\bar V_R = R \bar I_R$$

$$\bar V_L = j X_L \bar I_L$$

$$\bar V_C = -j X_C \bar I$$

bipoli in serie c'è possibilità di

$$\bar V_Z = (R \pm j X)\bar I_Z$$



$$\bar Z = R \pm j X \quad \text{impedenza}$$

$$\overline{Z} = (R \pm jX) = Z e^{j\varphi_z}$$

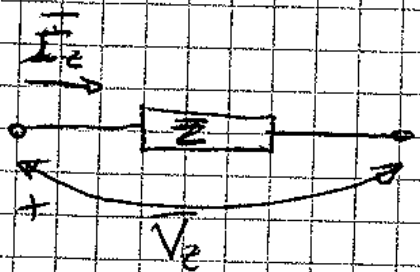
$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \qquad \varphi_z = \operatorname{arctg}\left(\frac{\pm X}{R}\right)$$

reattanza

$$R = Z\cos\varphi_z \qquad X = Z\sin\varphi_z$$

$$\overline{V_z} = \overline{Z}\,\overline{I_z}$$

Impedenza ha valore __solo__ in regime _sinusoidale_



$$\overline{Z} = R \pm jX = Z e^{j\varphi_z}$$

$$\overline{V_z} = V_z e^{j\varphi_V}\left(e^{j\omega t}\right)$$

$$\overline{I_z} = I_z e^{j\varphi_I}\left(e^{j\omega t}\right)$$

$$\overline{Z} = \frac{\overline{V_z}}{\overline{I_z}} = \frac{V_z\, e^{j\varphi_V}}{I_z\, e^{j\varphi_I}} = \frac{V_z}{I_z} e^{j(\varphi_V - \varphi_I)}$$

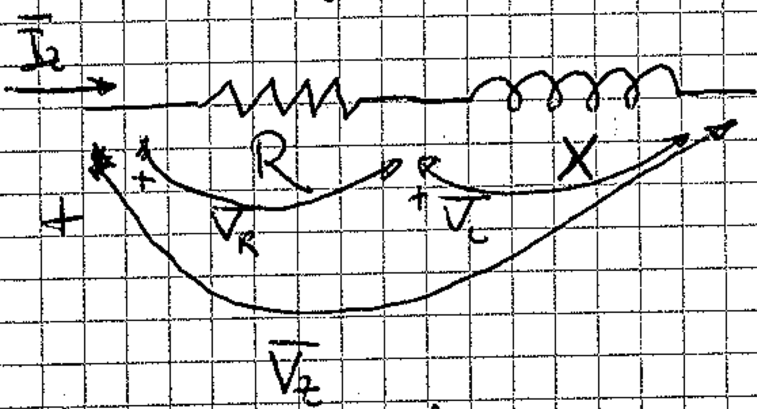
$$= Z e^{j(\varphi_z)}$$

$$\frac{V_z}{I_z} = Z \qquad \varphi_V - \varphi_I = \varphi = \varphi_z$$

L'impedenza impone uno sfasamento uguale allo sfasamento dell'impedenza stessa

$$S_z = V_z I_z = \cancel{V} Z I_z^2 = \frac{V_z^2}{Z}$$

$$\bar{Z} = R + jX$$



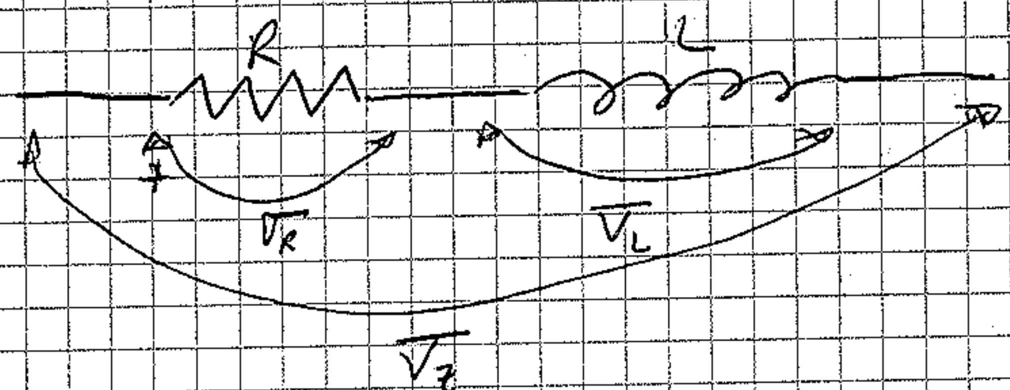
Errore dice che

$\cancel{P = \frac{V_z^2}{R}}$ $\cancel{Q = \frac{V_z^2}{X}}$

Z si misura in Ω

R $P = \frac{V_R^2}{R}$ $Q = \frac{V_L^2}{X}$

giusto!



$$V_z = \sqrt{V_R^2 + V_L^2} \qquad \bar{V}_z = \bar{V}_R + \bar{V}_L$$

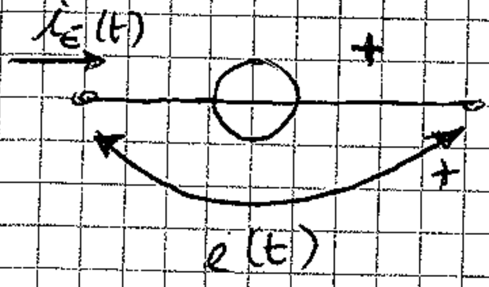
$$\overline{Y} = \frac{1}{\overline{Z}} \quad \text{ammettenza} \quad [S]$$

$$\overline{Z} = j X_L$$

$$Y = \frac{1}{jX_L} = -\frac{j}{X_L}$$

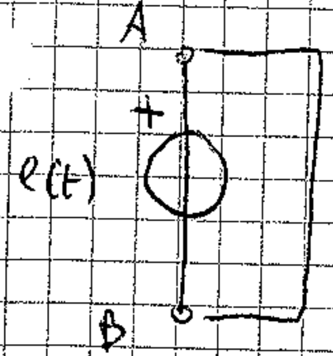
Bipoli attivi

Generatore ideale di tensione



convenzione dei generatori

$$p_E = e(t)\, i_E(t)$$



Sono due elementi inconciliabili tra loro è un circuito patologico.

regime stazionario

$$\forall t \quad E = e(t)$$

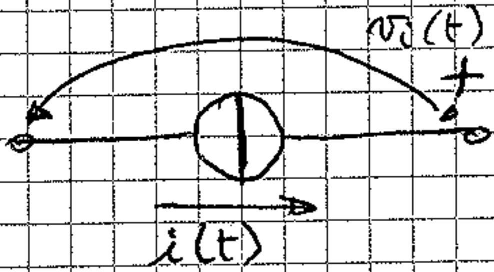
regime periodico

$$\overline{E}$$

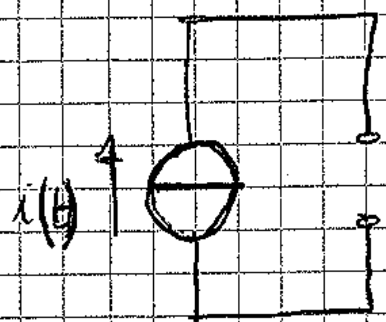
Generatore ideale è buona approssimazione del gen. reale se si è lontani dal cortocircuito.

È possibile che la corrente sia negativa.

Generatore ideale di corrente



$$p(i) = v_I(t)\, i(t)$$



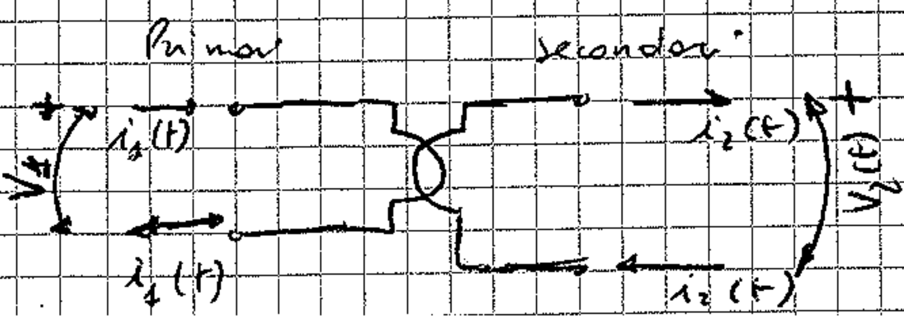
Altro circuito patologico

Generatore ideale di tensione rappresenta apparecchiature realmente ~~utilizzabili~~ realizzabili, generatore di corrente è un'astrazione.

Ci serve per simulare alcune apparecchiature complesse.

DOPPI BIPOLI

Trasformatore ideale



i_1, v_1 grandezze primarie

i_2, v_2 grandezze secondarie

(1)

$$\begin{cases} v_1 = t\, v_2 \\ i_1 = \dfrac{1}{t}\, i_2 \end{cases}$$

$t \in \mathbb{R}$ rapporto di
$t > 0$ trasformazione

Se $t > 1$ $v_1 > v_2$ trasformatore abbassatore

Se $0 < t < 1$ $v_2 > v_1$ trasformatore elevatore

$$p_1 = v_1 i_1 = t v_2 \cdot \frac{1}{\cancel{t}} i_2 = v_2 i_2 = p_2$$

$$p_2 = v_2 i_2 =$$

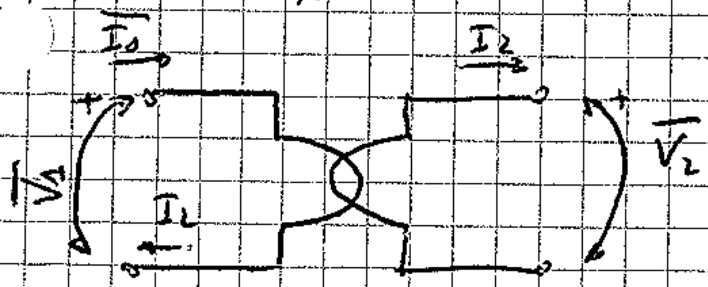
Il trasformatore ideale preleva potenza dal circuito primario e la trasferisce a quello secondario variando tensione e corrente.

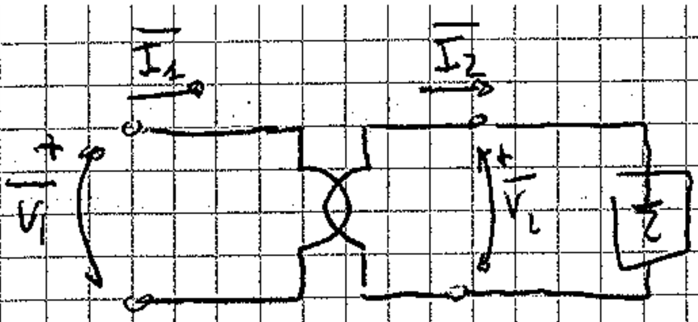
Ci permette di adeguare le caratteristiche di un circuito elettrico alle caratteristiche della rete.

Si è impossibile di costruire un trasformatore solo in regime sinusoidale (uno dei p.ti di forza del regime sinusoidale).

Regime sinusoidale

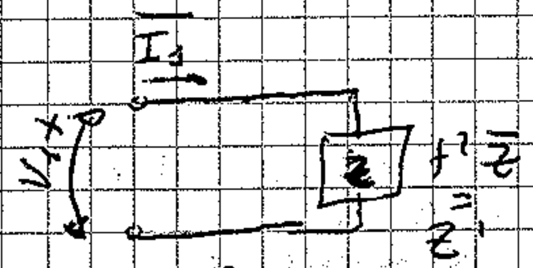
$$\begin{cases} \overline{V_1} = t\, \overline{V_2} \\ \overline{I_1} = \dfrac{1}{t}\, \overline{I_2} \end{cases}$$





$$\frac{\bar V_1}{\bar I_1} = \frac{t\,\bar V_2}{\frac{1}{t}\,\bar I_2} = t^2\,\frac{\bar V_2}{\bar I_2} = t^2\,\bar Z$$

Per i morsetti primari avere un impedenza $\bar Z$ a secondario o essere collegati ad un impedenza $t^2 \bar Z$ è la stessa cosa.



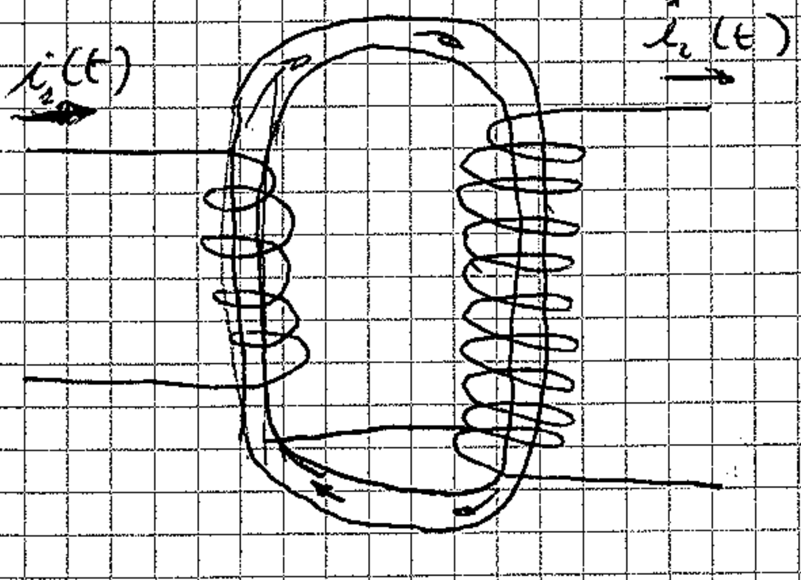
riporto al primario.

collegata a ~~primario~~ secondario

collegata a ~~secondario~~ primario

Se ho $\bar Z_1'' = \frac{1}{t^2}\,\bar Z_1$

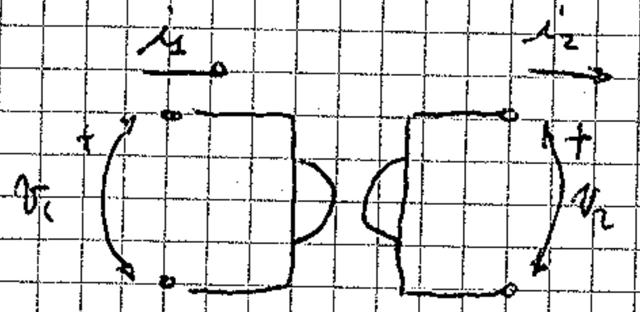
Un trasformatore reale è molto simile al trasformatore ideale



Circuito primario e secondario sono separati elettricamente

fonti di perdite: - perdite Joule
- perdite nei materiali magnetici

GIRATORE:

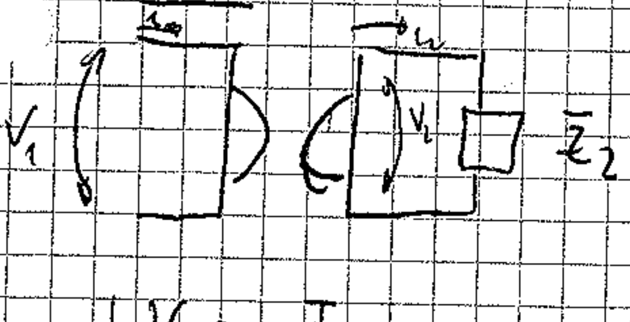


$$\begin{cases} v_1 = \dfrac{1}{\gamma}\, i_2 \\ i_1 = \gamma\, v_2 \end{cases}$$

γ: rapporto di girazione [S]

$$p_1 = v_1 i_1 = \frac{1}{\cancel{\gamma}} i_2 \cdot \cancel{\gamma} v_2 = i_2 v_2 = p_2$$

SINUS



$$\bar{Z}_2 = \frac{\bar{V}_2}{\bar{I}_2}$$

$$\begin{cases} V_1 = \dfrac{I_2}{\gamma} \\ I_1 = \gamma V_1 \end{cases}$$

$$\frac{V_1}{I_1} = \frac{\frac{I_2}{\gamma}}{\gamma V_2} = \frac{I_2}{\gamma^2 V_2} = \frac{1}{\gamma^2 \bar{Z}_2}$$

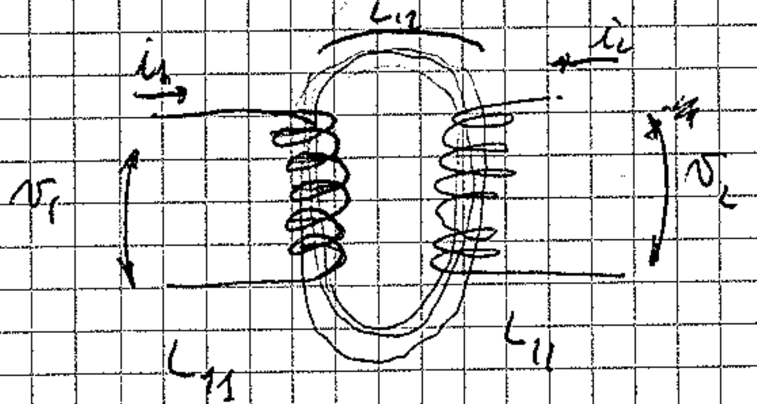
$$\bar{Z}_2 = j X_2$$

$$\frac{V_1}{I_1} = \frac{1}{\gamma^2}\,\frac{1}{jX_2} = -\frac{j}{\gamma^2 X_2}$$

Nel caso del giratore un'~~impedenza~~ induttanza collocata ai morsetti ai morsetti secondari è vista come un condensatore.

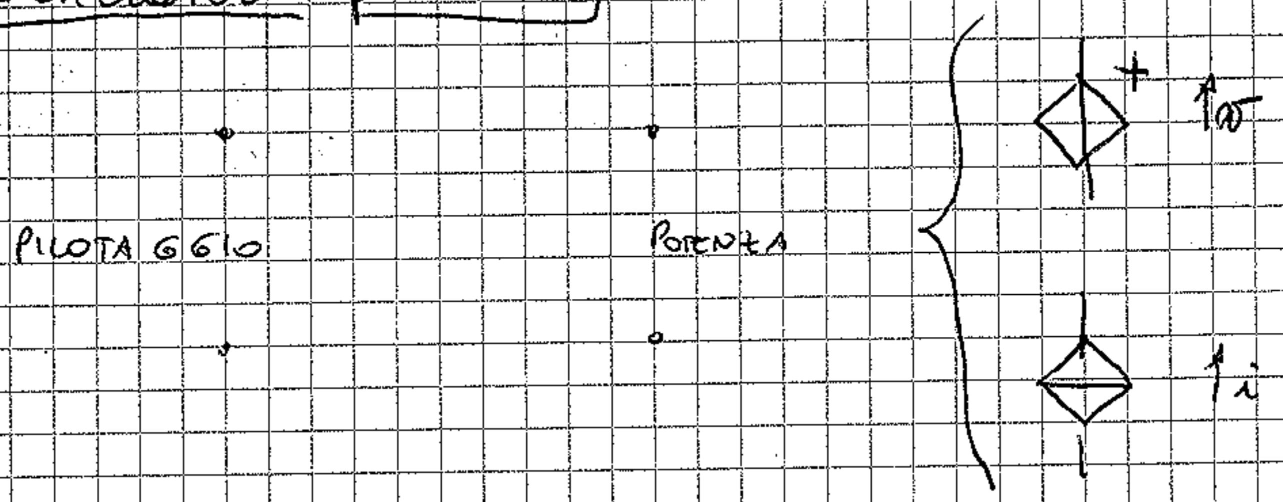
Utilizzando bene un giratore sistema magnetico ed elettrico possono essere convogliati nel solo circuito elettrico

INDUTTORE MUTUAMENTE ACCOPPIATI

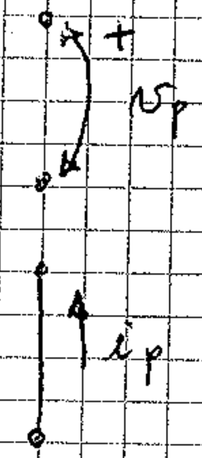


$$\begin{cases} v_1 = L_{11}\dfrac{di_1}{dt} + L_{12}\dfrac{di_2}{dt} \\ v_2 = L_{22}\dfrac{di_2}{dt} + L_{12}\dfrac{di_1}{dt} \end{cases}$$

Generatori pilotati



pilotaggi



Generatori tensione pilotati

- tensione $v = K v_p$
- corrente $v = R_{21} i_p$

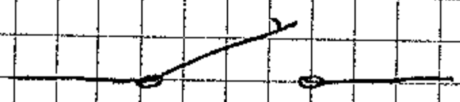
generatori corrente pilotati

- tensione $i = G_{21} v_p$
- corrente $i = \alpha i_p$

R_{21} transresistenza

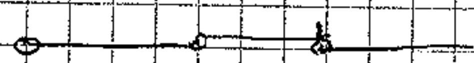
G_{21} transconduttanza

Interruttore ideale



circuito aperto

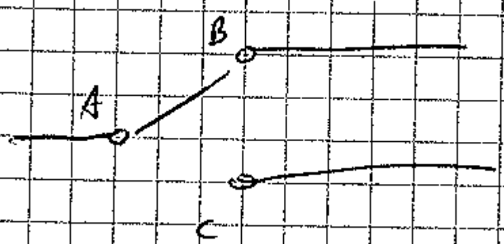
$G = 0$



corto circuito

$R = 0$

Commutatore ideale



$R_{AB} = 0$

$G_{AC} = 0$