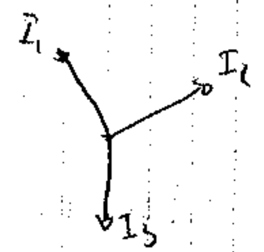
Copyleft elettrix01

METODO delle COMPONENTI SIMMETRICHE

Nasce da problemi di circuiti squilibrati.
Si hanno 3 monofasi equivalenti. (96)

Teorema di Fortescue



Data ~~alta~~ una terna di fasori questa può essere ricondotta alla sovrapposizione di 3 terne: diretta, inversa, omopolare.

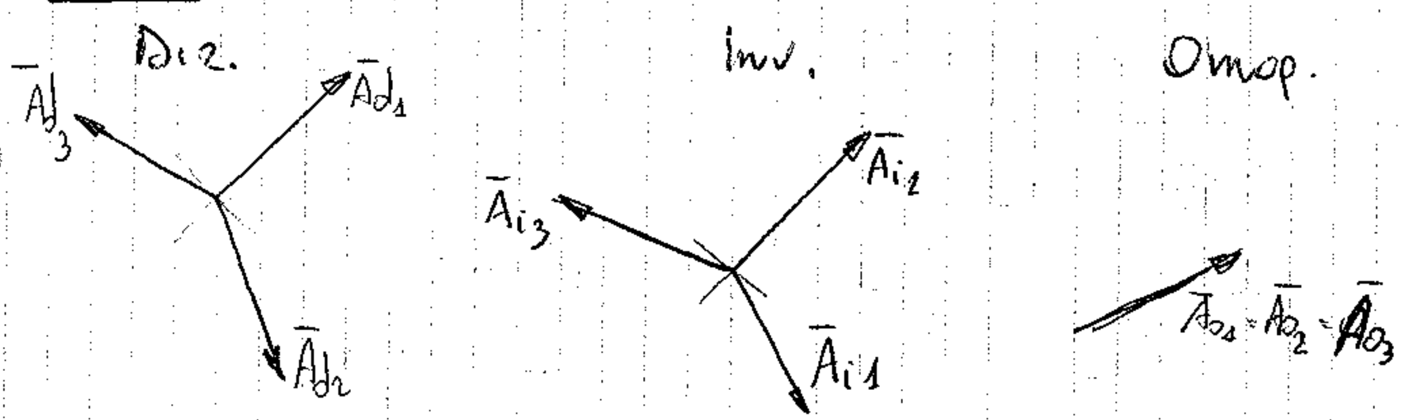
Diretta: 3 fasori sfasati di 120° in ritardo l'uno rispetto all'altro.

Inversa: 3 fasori sfasati in anticipo di 120° l'uno rispetto all'altro

Omopolare: 3 fasori uguali in ampiezza e in fase tra loro.

Il vantaggio è che le terne sono formate da vettori uguali ~~sfasa~~ di cui conosciamo lo sfasamento.

Terne:



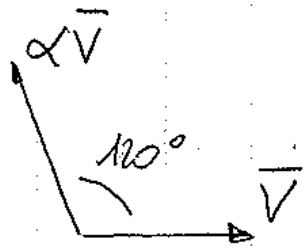
Copyleft elettrix01

$$\bar{A}_1 = \bar{A}_{01} + \bar{A}_{d1} + \bar{A}_{i1}$$
$$\bar{A}_2 = \bar{A}_{02} + \bar{A}_{d2} + \bar{A}_{i2}$$
$$\bar{A}_3 = \bar{A}_{d3} + \bar{A}_{i3} + \bar{A}_{03}$$

<u>Nota</u>: $|\bar{A}_{d1}|$ può essere diverso da $|\bar{A}_{i1}|$ e da $|\bar{A}_{01}|$

<u>Metodo delle componenti simmetriche</u> è stato studiato a partire dal teorema di Fortescue.

Definiamo $\alpha = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$



$$\alpha^2 = e^{j\frac{4}{3}\pi} = \alpha^*$$
$$\alpha^3 = e^{j\frac{6}{3}\pi} = e^{j2\pi} = 1$$
$$\alpha^{p+3} = \alpha^p \quad \text{in generale}$$
$$1 + \alpha + \alpha^2 = 0$$

~~Definiamo~~

Poniamo $\bar{A}_{1d} = \bar{A}_d$ quindi:

$$\bar{A}_{2d} = \alpha^2 A_d \quad e \quad A_{3d} = \alpha A_d$$

Poniamo $A_i = A_{i1}$ allora

$$A_{i2} = \alpha A_i \quad e \quad A_{i3} = \alpha^2 A_i$$

Componenti omopolari

$$A_0 = A_{01} = A_{02} = A_{03}$$

$$\bar{A}_1 = \bar{A}_d + \bar{A}_i + \bar{A}_0$$
$$\bar{A}_2 = \alpha^2 \bar{A}_d + \alpha \bar{A}_i + \bar{A}_0$$
$$\bar{A}_3 = \alpha \bar{A}_d + \alpha^2 \bar{A}_i + \bar{A}_0$$

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_1 \\ \bar{A}_2 \\ \bar{A}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A}_d \\ \bar{A}_i \\ \bar{A}_0 \end{bmatrix}$$

$$[A] = [T_S^{-1}] [\bar{A}_S]$$

vettore di componenti simmetriche

matrice di trasformazione inversa.

Molte terne sono caratterizzate dal fatto che $\bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \bar{A}_3 = 0$ in questo caso si ha che $\bar{A}_0 = 0$ e si ha una terna pura (altrimenti terna spuria).

Copyleft elettrix01

Nei problemi voglio trovare Ad, Ai e Ao.
Allora ho

$$[\bar{A}_S] = [T_S][\bar{A}] \quad \text{con}$$

$$\boxed{[T_S] = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & \alpha^{2*} & \alpha^* \\ 1 & \alpha^* & \alpha^{2*} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{1}{3}[T_S^{-1}]^{T*}$$

$$\bar{E}_1 = \bar{Z}_{11}\bar{I}_1 + \bar{Z}_{12}\bar{I}_2 + \bar{Z}_{13}\bar{I}_3$$

$$\bar{E}_2 = \bar{Z}_{21}\bar{I}_1 + \bar{Z}_{22}\bar{I}_2 + \bar{Z}_{23}\bar{I}_3$$

$$\bar{E}_3 = \bar{Z}_{31}\bar{I}_1 + \bar{Z}_{32}\bar{I}_2 + \bar{Z}_{33}\bar{I}_3$$

$$[\bar{E}] = [\bar{Z}][\bar{I}]$$

$$[E_S] = [T_S][\bar{E}] = [T_S][\bar{Z}][\bar{I}] =$$

$$= [T_S][\bar{Z}][T_S^{-1}][\bar{I}_S]$$

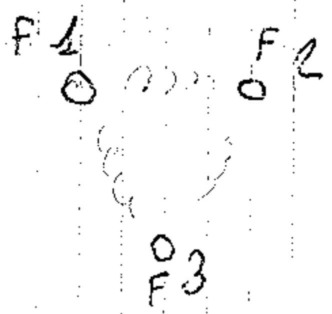
$$[\bar{Z}_S] = [T_S][Z][T_S^{-1}]$$

Copyleft elettrix01

Copyleft elettrix01

Spesso in componenti simmetriche la matrice è diagonale

Esempio: sistema di trasmissione trifase



Matrice impedente ha forma di questo tipo:

$$[\bar{Z}] = \begin{bmatrix} \bar{Z}_e & \bar{Z}_m & \bar{Z}_m \\ \bar{Z}_m & \bar{Z}_e & \bar{Z}_m \\ \bar{Z}_m & \bar{Z}_m & \bar{Z}_e \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [\bar{Z}_s] = \begin{bmatrix} \bar{Z}_e - \bar{Z}_m & 0 & 0 \\ 0 & \bar{Z}_e - \bar{Z}_m & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Z}_e + 2\bar{Z}_m \end{bmatrix}$$

Problema:

$[\bar{E}] = [\bar{Z}][\bar{I}]$ conosco $[\bar{E}]$ e $[\bar{Z}]$ voglio trovare $[\bar{I}]$

$$\begin{bmatrix} \bar{E}_d \\ \bar{E}_i \\ \bar{E}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & \\ & Z_s & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_d \\ \bar{I}_i \\ \bar{I}_o \end{bmatrix}$$

$$\bar{I}_d = \frac{\bar{E}_d}{\bar{Z}_e - \bar{Z}_m}$$

Faccio operazioni in più ma elimino la soluzione di un sistema.

Posso calcolare la potenza se sto operando in componenti simmetriche?

In un sistema trifase:

$$\overline{S} = \overline{E}_1 \overline{I}_1^* + \overline{E}_2 \overline{I}_2^* + \overline{E}_3 \overline{I}_3^* = [\overline{E}]^T [\overline{I}]^*$$

Se ho componenti simmetriche:

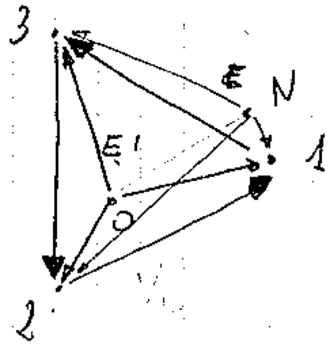
$$\overline{S} = [T_S^{-1}][\overline{E}_S]^T [T_S^{-1}]^* [I_S]^* =$$

$$= [E_S]^T \underbrace{[T_S^{-1}]^T [T_S^{-1}]^*}_{\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}} [I_S]^* = 3[E_S]^T [I_S]^* =$$

$$= 3[\overline{E}_d \overline{I}_d^* + \overline{E}_i \overline{I}_i^* + \overline{E}_o \overline{I}_o^*]$$

<u>Osservazione</u>

Supponiamo di avere una terna di tensioni di linea come questa:



, Prendo una terna E_1', E_2', E_3' tale che

$E_1' + E_2' + E_3' = 0$ con centro O

Copyleft elettrix01

Consideriamo un'altra terna il cui centro stella è in posizione N

(99)

$$\overline{E}_1 = \overline{E}_1' + \overline{V}_{NO}$$
$$\overline{E}_2 = \overline{E}_2' + \overline{V}_{NO}$$
$$\overline{E}_3 = \overline{E}_3' + \overline{V}_{NO}$$

Trasformiamo entrambe le terne in componenti simmetriche

Consideriamo $\overline{E}_d = \frac{1}{3}\left(\overline{E}_1 + \alpha \overline{E}_2 + \alpha^2 \overline{E}_3\right) =$

$$= \frac{1}{3}\left(\overline{E}_1' + \overline{V}_{NO} + \alpha\left(\overline{E}_2' + \overline{V}_{NO}\right) + \alpha^2\left(\overline{E}_3' + \overline{V}_{NO}\right)\right) =$$

$$= \frac{1}{3}\left(\overline{E}_1' + \alpha \overline{E}_2' + \alpha^2 \overline{E}_3' + V_{NO}\left(\underbrace{1 + \alpha + \alpha^2}_{=0}\right)\right) =$$

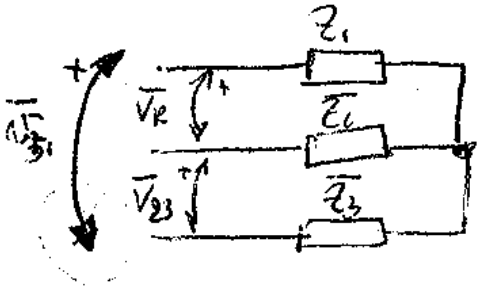
$$= \frac{1}{3}\left(\overline{E}_1' + \alpha \overline{E}_2' + \alpha^2 \overline{E}_3'\right)$$

Un solo vettore $\overline{E}_d$ ed uno solo $\overline{E}_i$

$$\overline{E}_0 = \frac{1}{3}\left(\overline{E}_1 + \overline{E}_2 + \overline{E}_3\right) = \frac{1}{3}\left(\overline{E}_1' + \overline{E}_2' + \overline{E}_3' + 3\overline{V}_{NO}\right) =$$

$$\frac{1}{3}\left(\underbrace{\overline{E}_1' + \overline{E}_2' + \overline{E}_3'}_{=0}\right) + V_{NO} = V_{NO}$$

Copyleft elettrix01



$$\bar{Z}_1 \neq \bar{Z}_2 \neq \bar{Z}_3$$

$$|\bar{V}_{12}| \neq |\bar{V}_{23}| \neq |\bar{V}_{31}|$$

$$\hat{V}_{12} \neq \hat{V}_{23} \neq \hat{V}_{31}$$

Vogliamo calcolare correnti utilizzando metodo delle componenti simmetriche.

La componente omopolare è nulla per quanto riguarda le tensioni di linea e le correnti.

Resto

$\bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3 = 0$ tensioni di fase.

$$\bar{V}_{12} - \bar{V}_{31} = (\bar{E}_1 - \bar{E}_2) - (\bar{E}_3 - \bar{E}_1) = 2E_1 - E_2 - E_3 = 3\bar{E}_1$$

$$\bar{E}_1 = \frac{V_{12} - V_{31}}{3}$$

$$\bar{E}_d = \frac{1}{3}\left(\bar{E}_1 + \alpha\bar{E}_2 + \alpha^2\bar{E}_3\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{V_{12} - V_{31}}{3} + \alpha\,\frac{V_{23} - V_{12}}{3} + \alpha^2\,\frac{V_{31} - V_{23}}{3}\right) = \frac{1}{9}\left(V_{12} - V_{31} + \alpha\,(V_{23} - V_{12}) + \alpha^2(V_{31} - V_{23})\right) =$$

$$= \frac{1}{9}\left[V_{12}\,(1 - \alpha) + V_{23}\,(\alpha - \alpha^2) + V_{31}\,(\alpha^2 - 1)\right] =$$

$$= \frac{1}{9}\left[\bar{V}_{12}\,(2 - \alpha^2 - \alpha) + V_{23}\,(\alpha^2 - 2\alpha^2 + 1)\right] =$$

$$= \frac{1}{3}\left(\bar{V}_{12} - \alpha^2\,\bar{V}_{23}\right)$$

Copyleft elettrix01

$$\bar{E}_i = \frac{1}{3}\left(\bar{E}_1 + \alpha^2\bar{E}_2 + \alpha\bar{E}_3\right) = \frac{1}{3}\left(\overline{V_{12}} - \alpha\,\overline{V_{23}}\right)$$

$$[Z_s] = [T_s][\bar{Z}][T_s^{-1}] = \begin{bmatrix} Z_0 & Z_i & Z_d \\ Z_d & Z_0 & Z_i \\ Z_i & Z_d & Z_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} E_d \\ E_i \\ E_0 \end{bmatrix} = [Z]\begin{bmatrix} I_d \\ I_i \\ I_0 \end{bmatrix}$$ Poiché $\bar{E}_0 = 0$, $\bar{I}_0 = 0$

$$\begin{bmatrix} E_d \\ E_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_0 & Z_i \\ Z_d & Z_0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_d \\ I_i \end{bmatrix}$$

Copyleft elettrix01